

Relativité restreinte

Claude Semay

Relativité restreinte

4^e édition

DUNOD

Graphisme de couverture : Elizabeth Riba
Illustration de couverture : © oobqoo - Shutterstock

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du

Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2005, 2010, 2016, 2021
11, rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-082836-4

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2^o et 3^o a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

AVANT-PROPOS

– *Oui, mais qui a raison en réalité ? insista M. Tompkins.*
– *Vous ne pouvez pas poser une question aussi générale.*
En relativité, les observations sont toujours rapportées
à un observateur particulier, un observateur
dont le mouvement est bien défini relativement à ce qui est observé.

Extrait d'un dialogue entre M. TOMPKINS et le professeur

Depuis qu'Albert Einstein a, en 1905, jeté les bases d'une des théories les plus fondamentales de l'histoire des sciences, la relativité restreinte, des centaines de livres et des milliers d'articles ont été publiés sur le sujet. Nous croyons cependant que ce manuel se distingue d'autres livres par les caractéristiques détaillées dans les quatre paragraphes suivants :

- Nombre de nos concepts, basés sur le sens commun, doivent être abandonnés en relativité restreinte, dont le plus solidement ancré en nous est sans doute le caractère absolu du temps. La relativité d'Einstein est, par bien des aspects, une théorie étrange. Heureusement, cela n'interdit nullement qu'elle puisse être bien comprise. Un peu d'aide étant cependant toujours la bienvenue, nous avons illustré aussi souvent que possible certains développements formels de la théorie par une approche graphique originale due à F. W. Sears et R. W. Brehme. Nous pensons qu'une représentation graphique des concepts de base de la relativité restreinte peut fortement aider à la compréhension de la théorie et, en particulier, des fameux « paradoxes » qu'on lui attribue.

- Comme dans beaucoup de manuels, nous illustrons la théorie par des expériences et des applications tirées de publications scientifiques. Par exemple, une section entière est consacrée au GPS. Ce système de positionnement global est la seule application couramment utilisée qui nécessite pour son fonctionnement l'utilisation des lois relativistes. Dans cet ouvrage, nous faisons de plus appel à des exercices académiques basés sur les véhicules spatiaux relativistes. S'il est vrai que les fusées, et autres astronefs, ne sont pas capables d'atteindre des vitesses proches de celle de la lumière, on ne peut toutefois pas rejeter le fait qu'ils le deviennent un jour, dans un futur peut-être lointain. Nous pensons en outre que ces « applications », toujours développées avec rigueur, peuvent apporter un peu de fantaisie et de rêve dans un texte parfois (souvent ?) austère. C'est également dans le but d'agrémenter un peu le manuel que des illustrations issues de vieux magazines de science-fiction ont été ajoutées.

- Dans ce livre, les équations de transformation de la relativité restreinte sont établies, une première fois, en se basant sur l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide. Cette démarche, qui est la plus utilisée et sans doute aussi la plus simple,

n'est cependant pas la plus générale. Dans une deuxième approche, nous démontrons l'existence d'une vitesse limite invariante dans l'univers en partant d'hypothèses très raisonnables sur la structure de l'espace-temps. Cela se fait indépendamment de la théorie électromagnétique, celle-ci ne fournissant qu'un cadre pratique pour mesurer cette vitesse.

- La théorie de la relativité générale n'est qu'évoquée dans ces pages. Toutefois, un chapitre entier est consacré à la perception de l'univers que peut avoir un observateur uniformément accéléré. Ce problème, qui est résolu ici dans le cadre unique de la théorie de la relativité restreinte, jette cependant un pont entre les deux relativités. Il permet une première approche d'une théorie relativiste de la gravitation et une meilleure compréhension des phénomènes relativistes influençant le fonctionnement du GPS. Un chapitre est consacré à l'étude du tenseur énergie-impulsion. Cet objet peut aussi être construit dans le cadre unique de la relativité restreinte. Mais il prend tout son intérêt dans le cadre de la relativité générale, puisqu'il occupe le membre de droite des fameuses équations d'Einstein.

Cet ouvrage ne se prétend nullement exhaustif. En particulier, certains points difficiles de la théorie de la relativité restreinte, comme les représentations des groupes de Lorentz ou de Poincaré, ne seront pas abordés. Bien qu'un chapitre important soit consacré aux connexions existant entre la relativité restreinte et l'électromagnétisme, cette dernière théorie est loin d'être complètement couverte.

Nous proposons ici un petit guide de lecture. Certains mots importants, souvent propres à la théorie de la relativité restreinte, sont écrits en italique lorsqu'ils apparaissent pour la première fois dans le texte. Nous insistons sur un mot ou un bout de phrase en l'écrivant en gras. Certaines sections marquées d'un astérisque (*) abordent des sujets plus difficiles ou pouvant être omis dans une première lecture. Les nombreuses références citées dans le texte, ainsi que les ouvrages repris dans la bibliographie, permettent au lecteur d'approfondir certains points particuliers. L'indication « biblio » signale qu'une référence est mentionnée dans la bibliographie.

Une bonne compréhension d'une théorie se traduit par la capacité à résoudre des problèmes spécifiques. À la fin de chaque chapitre, des exercices sont donc proposés au lecteur dans un ordre de difficulté, approximativement et très subjectivement, croissante. Les exercices sont par nature une œuvre collective. Certains de ceux que nous proposons sont inspirés de problèmes parus dans d'autres manuels, cités dans la bibliographie ; d'autres sont extraits d'examens dont nous avons eu connaissance ; quelques-uns sont de notre cru. Des notes sur ces exercices, donnant les solutions ou des informations complémentaires, sont rassemblées à la fin de l'ouvrage. Les annexes sont disponibles sur le site www.dunod.com à partir de la page de présentation de l'ouvrage.

La rédaction de cet ouvrage a bénéficié des observations et critiques de nombreux lecteurs, étudiants, enseignants et amis. Nous les remercions tous chaleureusement, en particulier Fabien Buisseret, Benjamin Fuks, Damien Galant et Vincent Mathieu. Nous remercions aussi Daniel Flipo pour ses nombreux conseils de T_EXnicien. Nous tenons également à exprimer toute notre gratitude à Raoul Giordan qui nous a permis d'illustrer cet ouvrage avec quelques-uns de ses dessins.

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	V
Chapitre 1 • Le concept de relativité	1
1.1 La notion de référentiel	1
1.2 Les transformations de Galilée	8
1.3 Michelson, la Terre et l'éther	10
1.4 Les postulats d'Einstein	13
1.5 La relativité du temps	16
1.6 La vitesse de la lumière	18
1.7 Avant d'aller plus loin	19
Exercices	20
Chapitre 2 • Transformations de Lorentz spéciales	22
2.1 Transformations de Lorentz	22
2.2 Approches graphiques	34
Exercices	43
Chapitre 3 • Le temps et la relativité	45
3.1 La notion de simultanéité	45
3.2 Temps propre et dilatation des temps	47
3.3 Structure causale de l'espace-temps	50
3.4 Vitesses supraluminiques et voyages dans le temps	51
3.5 Présents absolu et relatif	53
3.6 * La flèche du temps	55
3.7 Le « paradoxe » des jumeaux	56
Exercices	63

Table des matières

Chapitre 4 • L'espace et la relativité	68
4.1 Contraction des longueurs	68
4.2 Invariance de la dimension transversale	70
4.3 Transformation des angles	71
4.4 Transformation des volumes	72
4.5 Muon en mouvement rapide	73
4.6 Le train et le tunnel	75
Exercices	77
Chapitre 5 • La vitesse et la relativité	81
5.1 Composition des vitesses	81
5.2 Expérience de Fizeau	84
5.3 Le GPS et la relativité	86
5.4 Illusions relativistes	91
Exercices	97
Chapitre 6 • Reconstruire la relativité restreinte	102
6.1 Définition d'un groupe	102
6.2 * Nouvelle dérivation des transformations de Lorentz	103
6.3 Structure de groupe et rapidité	113
6.4 Du relatif et de l'absolu	114
Exercices	115
Chapitre 7 • Transformations de Lorentz générales	117
7.1 Non-commutativité des transformations spéciales	117
7.2 Transformations de Lorentz avec et sans rotation	119
7.3 * Précession de Thomas	124
7.4 Transformations non homogènes	129
7.5 Loi générale de composition des vitesses	130
Exercices	131
Chapitre 8 • Quadrivecteurs	134
8.1 L'espace-temps de Minkowski	135
8.2 Propriétés des quadrivecteurs et métrique de Minkowski	138
8.3 Groupe de Lorentz et groupe de Poincaré	144
8.4 Intervalle de temps propre	147

8.5	Quadrivecteur vitesse	149
8.6	Vitesse relative	151
8.7	Quadrivecteur accélération	152
8.8	Mobile à accélération propre constante	155
	Exercices	160
Chapitre 9 • Dynamique relativiste		165
9.1	Équation fondamentale	165
9.2	Équivalence masse-énergie	169
9.3	Quadrivecteur énergie-impulsion	172
9.4	Quadrivecteur force	174
9.5	Particules de masse nulle	175
9.6	Quadrivecteur fréquence	185
	Exercices	186
Chapitre 10 • Systèmes de particules		193
10.1	Conservation du quadrivecteur énergie-impulsion	193
10.2	Astronefs relativistes	196
10.3	Référentiel du centre de masse	201
10.4	Désintégrations et collisions	205
10.5	Systèmes à deux particules dans la voie finale	212
10.6	* Systèmes à trois particules dans la voie finale	219
	Exercices	222
Chapitre 11 • Le champ électromagnétique		230
11.1	Champs tensoriels et dérivées covariantes	230
11.2	Équations de Maxwell et ondes électromagnétiques	232
11.3	Quadrivecteur densité de courant électrique	234
11.4	Quadrivecteur potentiel	235
11.5	Tenseur électromagnétique	236
11.6	Transformation du champ électromagnétique	239
11.7	Force de Lorentz	241
11.8	Ondes planes	243
11.9	Mouvement d'une charge dans un champ électrique uniforme	245
11.10	* Potentiel et champ d'une charge en mouvement	246
	Exercices	251

Table des matières

Chapitre 12 • * Tenseurs énergie-impulsion	256
12.1 Notions préliminaires	256
12.2 Propriétés générales	258
12.3 Fluide parfait	261
12.4 Conservation de l'énergie et de l'impulsion	264
Exercices	265
Chapitre 13 • * Métrique de l'observateur uniformément accéléré	268
13.1 Effets d'un champ d'accélération	268
13.2 Construction de la métrique	270
13.3 Temps local et vitesse locale	273
13.4 Équation du mouvement d'un objet en chute libre	274
13.5 Vitesse d'un objet en chute libre	276
13.6 Métrique et potentiel de gravitation	277
Exercices	280
Réponses aux exercices	284
Postface	302
Lexique français-anglais	303
Bibliographie	304
Références des citations	306
Index	307

LE CONCEPT DE RELATIVITÉ

1

*Je ne peux rien vous prouver si vous ne me laissez faire aucune mesure.
La mesure est pour moi le seul moyen de trouver les lois de la nature.
Je ne suis pas un métaphysicien.*

Arthur S. EDDINGTON (1921)

1.1 LA NOTION DE RÉFÉRENTIEL

1.1.1 Systèmes de référence

L'homme désire comprendre le monde qui l'entoure et le pourquoi des choses. Il tire même une gloire personnelle à pouvoir faire des prédictions sur les phénomènes naturels. Pour ce faire, il doit effectuer des mesures, les plus précises possible, sur des quantités susceptibles d'intervenir dans la description de ces phénomènes. Or ces quantités dépendent de l'observateur et de ce par rapport à quoi il effectue ses mesures.

Considérons un homme A assis dans un train en marche. Il pense légitimement être au repos car il est immobile par rapport à tout son environnement proche : son voisin assis en face de lui, son livre sur les genoux, sa valise dans le compartiment à bagages sont fixes par rapport à lui. Le train passe devant un passage à niveau où un autre individu B laisse tomber un caillou en attendant l'ouverture de la barrière. Ce personnage pense également être au repos car il est immobile par rapport à la barrière, par rapport à l'arbre voisin. Il voit aussi son caillou tomber à ses pieds selon la verticale. En revanche, il voit A passer devant lui et manifestement il ne considère pas ce dernier comme étant au repos. Du point de vue de A , B n'est pas au repos non plus puisqu'il défile devant lui. De même la trajectoire du caillou n'est pas une droite verticale, mais une courbe qui peut ne pas être simple selon le mouvement du train. Pendant le temps de chute du caillou, le train a avancé et, par

rapport au train, le point de contact du caillou au sol n'est pas à la verticale de son point de lâcher. Les deux personnages A et B ne « voient » pas les mêmes choses ; pourtant ils doivent être en mesure d'en déduire l'un et l'autre ce qui se passe réellement, car les phénomènes naturels et les événements ont une réalité intrinsèque indépendante de la façon dont on les appréhende. Connaissant le mouvement du train par rapport à lui, B doit être en mesure de savoir que A est immobile dans le train. De même A , connaissant le mouvement de l'arbre par rapport à lui, doit être en mesure de savoir que B est immobile par rapport à l'arbre et, à partir de la mesure de la trajectoire du caillou dans le train, il doit aussi être en mesure d'en déduire que le caillou tombe verticalement par rapport à B .

Autrement dit, l'homme a besoin de repères dans l'espace et dans le temps. Considérons d'abord les propriétés de l'espace. Toute mesure doit être faite par rapport à « quelque chose ». Ce « quelque chose » demande à être précisé et se nomme un *système de référence* ou *référentiel*. Celui-ci est un ensemble infini continu de points (au sens mathématique du terme) tels qu'ils sont fixes les uns par rapport aux autres. Cette propriété est le fait d'un corps solide et un système de référence pourrait être un solide, à condition qu'il ait une extension suffisamment importante pour recouvrir tous les phénomènes qui nous intéressent. C'est un fait d'expérience que, pour décrire notre espace, il faut désigner un point spécial O , appelé origine, et trois axes Ox , Oy , Oz , que l'on peut prendre mutuellement orthogonaux (formant, par exemple un trièdre direct). En termes mathématiques, on dit que l'espace est *affine* à trois dimensions. La donnée de l'origine et des trois axes constitue un « référentiel d'espace » (ou un « repère », ou un « système de référence ») et, par définition, ces éléments sont **fixes** les uns par rapport aux autres. On notera \mathcal{R} un tel repère. Un autre référentiel \mathcal{R}' est défini par une autre origine O' et par trois autres axes $O'x'$, $O'y'$, $O'z'$, qui, eux aussi, sont fixes les uns par rapport aux autres. Par contre, ce nouveau référentiel peut se déplacer, de manière rigide, dans le premier référentiel. La formalisation des phénomènes physiques dans chacun des référentiels et le lien entre les quantités mathématiques qui les décrivent est la question de base du physicien.

Et le temps ? Le temps est mesuré par une horloge et jouit d'un statut spécial : en mécanique classique (newtonienne) le temps est absolu, indépendant du repère. Toutes les horloges dans tous les référentiels peuvent être synchronisées. Le voyageur prenant le train à Paris règle sa montre sur l'horloge de la gare. En arrivant à Bruxelles, il compare l'heure de sa montre à celle indiquée par l'horloge de la gare d'arrivée (qui est supposée synchronisée sur celle de Paris) : elle marque exactement la même heure, et ceci quel que soit le mouvement du train le long du parcours.

En relativité, même restreinte, qui nous intéresse ici, il n'en va plus de même. Le temps dépend du mouvement ; il ne peut être absolu. Ainsi, pour définir proprement un référentiel, on doit lui affecter également son propre système d'horloges synchronisées (voir section 2.1.2). La lecture du temps sur l'horloge définit un nouvel axe, temporel, sur lequel il faut également définir une origine. Il faut toutefois se garder de mettre sur le même pied le temps et l'espace. S'il est vrai que le temps

peut être considéré comme une quatrième dimension, elle est de nature différente des dimensions spatiales, même en relativité. En effet, dans un référentiel donné, un objet peut explorer une direction spatiale dans un sens ou dans l'autre. Par contre, son évolution se fait toujours dans un seul sens du temps, vers le futur. La raison profonde de cette dissymétrie est encore mal connue (voir section 3.6).

Pour résumer cette longue discussion, un référentiel \mathcal{R} est fixé par la donnée d'une origine O dans l'espace et dans le temps, et de 4 axes de repérage : trois axes spatiaux dans des directions, par exemple, mutuellement orthogonales et un axe temporel dans la « direction du temps ». En mécanique classique, on omet souvent l'axe des temps car il n'est pas spécifique à un repère particulier. En relativité, on utilise abusivement le nom de référentiel en se restreignant au référentiel spatial lorsqu'on se concentre uniquement sur la partie espace ; c'est de pratique courante et nous tomberons souvent dans cet abus de langage qui ne porte pas à conséquence. Dans la suite, nous utiliserons fréquemment la notion de *référentiel propre* : le référentiel propre d'un observateur ou d'un objet est le référentiel dans lequel cet observateur ou cet objet est au repos.

Signalons enfin que l'espace de la relativité restreinte est euclidien et que tous les théorèmes de géométrie euclidienne (rapport du périmètre d'un cercle à son rayon, théorème de Pythagore, somme des angles d'un triangle égale à 180° , etc.) y ont cours. En relativité générale, cette propriété n'est plus vraie car la géométrie dépend du contenu en matière et seul le vide est euclidien. À strictement parler, lorsque nous utilisons le terme référentiel, nous sous-entendons toujours un espace vide ou un espace pour lequel la densité de matière est trop faible pour induire une modification significative à la géométrie euclidienne. Dans cet ouvrage, c'est toujours dans ce cadre que nous emploierons le terme référentiel.

1.1.2 Systèmes de coordonnées

Se fixer un référentiel est une étape indispensable pour étudier la nature, mais cela ne suffit pas. Dire par rapport à quoi on fait une mesure c'est bien, encore faut-il maintenant effectuer les mesures proprement dites et affecter des nombres à celles-ci. Pour cela, nous avons d'abord besoin d'une unité de longueur et d'une unité de temps. Chaque axe du référentiel peut ainsi être gradué.

Un *événement* est, par définition, un point de l'espace et du temps. Il repère un phénomène quelconque qui a lieu en un point bien précis de l'espace et en un moment bien précis, par exemple un flash lumineux ou le passage d'une particule. Comme nous le verrons plus loin, la relativité restreinte est avant tout une bonne gestion des événements. L'événement est déterminé sans ambiguïté par trois nombres (x, y, z) qui donnent sa position par rapport aux trois axes spatiaux, que nous prenons orthonormés (orthogonaux et normés) par commodité, et un temps t repéré sur l'axe du temps.

Comment fait-on, en pratique, la mesure des coordonnées d'un événement ? Pour la coordonnée temporelle, on utilise une horloge étalonnée suivant l'unité de temps

ou une sous-unité. Pour les coordonnées d'espace, on utilise une règle étalonnée aussi suivant l'unité de longueur et ses sous-multiples (on supposera que ce sont les mêmes sur chacun des axes). Par la pensée, on peut faire, grâce à cette règle, un découpage régulier de l'unité, repéré par des traits, aussi fins que souhaité, sur chacun des axes d'espace. À partir de ces axes, on construit un maillage de tous les points d'espace qui ont pour coordonnées l'un quelconque des repères sur chacun des axes. On obtient une sorte de « cristal » dont chaque sommet est étiqueté de façon unique par les coordonnées correspondant aux multiples de l'unité ou de ses sous-unités. Enfin, à chaque sommet on affecte une horloge. Le cadran des horloges est gradué par l'unité de temps choisie, et éventuellement des sous-multiples de cette unité. Les horloges, supposées identiques et parfaites, de tous les points du référentiel sont synchronisées (nous préciserons comment synchroniser celles-ci dans la section 2.1.2). Un événement déclenche, par un mécanisme approprié, le blocage de l'horloge sur une graduation et l'allumage du « sommet du cristal » où il a lieu. La mesure consiste à lire l'indication de l'horloge, qui fournit le temps t , et l'examen du sommet allumé fournit les trois coordonnées d'espace (x,y,z) . Ces nombres (t,x,y,z) , obtenus par projection sur chacun des axes, s'appellent les *coordonnées cartésiennes* de l'événement. On recommence cette opération pour tous les événements qui nous intéressent et, si on veut des mesures encore plus précises, on réduit l'écart du maillage en utilisant une sous-unité plus petite, et on réduit l'écart entre les graduations des horloges. On a représenté sur la figure 1.1 un tel « cristal d'horloges » qui est nécessaire pour définir correctement un événement.

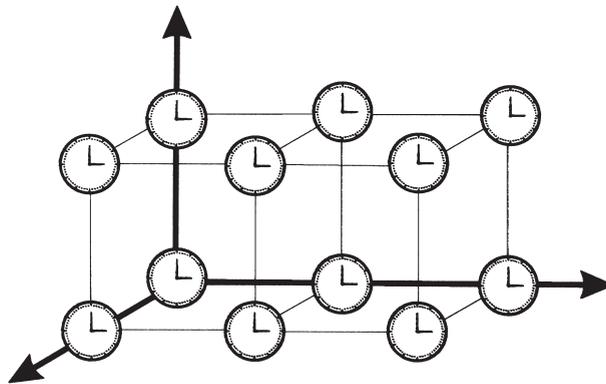


Figure 1.1 - Un cristal d'horloges, toutes synchronisées en tous les points du maillage de l'espace, est nécessaire pour définir les coordonnées des événements.

Cette façon de structurer l'espace et le temps comme un « cristal d'horloges » est une vue idéale qui permet de définir proprement un événement et qui simule la quatrième dimension, relative au temps. D'un point de vue pratique, on ne met évidemment pas une horloge en chaque point étiqueté de l'espace. Pour décrire un phénomène se déroulant dans l'espace et dans le temps, on se borne en général à

mettre une horloge au départ de celui-ci, une autre à la fin, puis on interpole tous les points intermédiaires par une loi mathématique adéquate et vraisemblable. Dans la suite de cet ouvrage, il sera très souvent question d'événements, et on sous-entend que ceux-ci peuvent être déterminés de façon précise par l'existence implicite d'un « cristal d'horloges » ou d'un procédé qui lui est équivalent.

Concentrons-nous sur la position dans l'espace. Nous l'avons compris, un point est déterminé par trois nombres : ses coordonnées cartésiennes sur chacun des axes. Dans ce cas précis, ces nombres ont pour dimension une longueur. Mais l'utilisation des coordonnées cartésiennes, bien que très pratique, n'est pas une nécessité. Il nous suffit d'avoir une prescription qui définit un point de l'espace de façon non ambiguë. Pour cela il nous faut 3 nombres (u, v, w) et un procédé permettant de déterminer le point de façon unique. Ce procédé consiste souvent en pratique à définir ces nombres comme fonctions des coordonnées cartésiennes $(u(x, y, z), v(x, y, z), w(x, y, z))$, permettant une correspondance univoque. Une fois cette transformation effectuée, on dit qu'on a défini un autre jeu de coordonnées et on appelle ce nouveau jeu les *coordonnées curvilignes*, par opposition aux coordonnées cartésiennes (voir annexe D sur www.dunod.com).

Les étudiants ont souvent tendance à confondre le concept de référentiel et celui de système de coordonnées. Précisons à nouveau la différence. Un référentiel définit un cadre, un contenu dans lequel on effectue des mesures, indépendamment de la façon dont on effectue celles-ci. Un système de coordonnées est un procédé permettant, dans un référentiel donné, de déterminer de façon unique un point de ce référentiel. On peut très bien imaginer travailler avec des coordonnées cartésiennes dans deux référentiels différents (et vous verrez par la suite que nous ne nous en priverons pas !); on peut aussi, dans le même référentiel, utiliser des systèmes de coordonnées différents. Les systèmes de coordonnées cylindriques et sphériques sont très utilisés en pratique.

1.1.3 Référentiels d'inertie

Parmi tous les référentiels imaginables, certains vont jouer un rôle incontournable, ce sont les *référentiels d'inertie*, ou *référentiels inertiels*, ou *référentiels galiléens*. Pour comprendre ce point, il convient de remarquer que la vitesse ou la trajectoire d'un point matériel sont des quantités qui dépendent du référentiel. La façon dont les quantités cinématiques se modifient en fonction des perturbations extérieures, nommées forces, fait l'objet de lois. Les lois de la mécanique classique¹ ont été énoncées par Newton, après que Galilée ait grandement préparé le terrain du point de vue conceptuel. La première loi peut être formulée de la façon suivante :

1. Pour des informations détaillées sur la mécanique classique, on peut consulter, par exemple, les ouvrages suivants : le cours de Berkeley (biblio) ; l'ouvrage de H. Goldstein, C. Poole et J. Safko (biblio) ; Philippe Spindel, *Mécanique*, Gordon and Breach Science Publishers, vol. 1 et 2, 2001-2002 ; Claude Gignoux et Bernard Silvestre-Brac, *Mécanique. De la formulation lagrangienne au chaos hamiltonien*, EDP Sciences, 2002.



Il existe une classe de référentiels particuliers, nommés référentiels galiléens, dans lesquels tout corps conservera son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, en l'absence de force extérieure agissant sur lui.

Il s'agit d'un postulat, mais cautionné par plusieurs siècles d'expériences. De ce postulat même, on conclut que les référentiels galiléens se déduisent les uns des autres par un mouvement rectiligne uniforme. On peut dire qu'il existe une *relation d'équivalence* au sens mathématique du terme entre les référentiels d'inertie, c'est-à-dire une relation qui possède les propriétés suivantes :

- *Réflexivité* : tout référentiel \mathcal{R} est équivalent à lui-même ;
- *Symétrie* : si un référentiel \mathcal{R} est équivalent à un référentiel \mathcal{R}' , alors la réciproque est vraie ;
- *Transitivité* : si les référentiels \mathcal{R} et \mathcal{R}' sont équivalents et qu'il en est de même pour les référentiels \mathcal{R}' et \mathcal{R}'' , alors les référentiels \mathcal{R} et \mathcal{R}'' sont équivalents.

Nous verrons que ces propriétés sont cohérentes avec la seconde loi. Celle-ci stipule :



Dans un référentiel galiléen, la résultante des forces \vec{F} appliquée à un corps ponctuel est le produit de sa masse m par son accélération $\vec{\phi}$

$$\vec{F} = m\vec{\phi}. \quad (1.1)$$

En général l'expression de la force dépend de la position et de la vitesse, et cette seconde loi, aussi nommée principe fondamental de la dynamique, permet de déterminer par calcul l'évolution dans le temps de ce corps matériel. La troisième loi concerne l'égalité des forces d'action et de réaction. Elle suppose une interaction instantanée entre les corps et ne peut s'accommoder de la relativité restreinte. Nous n'en ferons pas usage par la suite, mais nous en reparlerons brièvement dans la section 11.10.

Naïvement, on a l'impression que la seconde loi contient la première puisque si on annule la force, on déduit que la vitesse est constante. En fait il n'en est rien. Si on veut pouvoir énoncer la seconde loi, il faut au préalable dire dans quel référentiel on se place et, pour cela, il faut se baser sur la première loi. On veut énoncer des lois simples. Mais cette simplicité ne peut pas être universelle, et le cadre dans lequel elle s'applique est celui des systèmes dits galiléens.

Présupposer l'existence de référentiels d'inertie est une chose ; avoir la certitude que nous effectuons nos mesures par rapport à un de ceux-ci en est une autre, autrement plus difficile à vérifier. On effectue toujours des mesures avec une certaine précision ; si le référentiel utilisé n'est pas tout à fait galiléen, mais que les corrections apportées de ce fait sont inférieures à la précision de nos mesures, ce n'est pas très gênant, et on peut dire qu'avec une bonne approximation on travaille dans un référentiel galiléen.

Pour la plupart des expériences de la vie courante, un système référentiel lié à la Terre peut être considéré comme galiléen. Mais la Terre tourne sur elle-même et autour du Soleil et, pour des expériences concernant les mouvements célestes, on choisit plutôt le système de Copernic centré sur le Soleil et dont les axes pointent vers des « étoiles fixes ». Mais ces étoiles sont emportées dans un tourbillon autour du centre de la Galaxie et la Galaxie elle-même se déplace par rapport aux galaxies environnantes. La quête d'un vrai référentiel d'inertie n'est donc pas une sinécure ! Dans la section suivante, nous donnons une piste pour sa détermination.

Heureusement, pour mettre au point la théorie, il n'est pas nécessaire de se préoccuper trop de ces « détails pratiques ». On se borne à dire qu'il existe des référentiels d'inertie et qu'on travaille dans leur cadre. C'est ainsi que fonctionne la théorie de la relativité restreinte. Le but de la relativité générale est de se démarquer de cette contrainte et d'établir les lois de la physique dans des référentiels quelconques.

1.1.4 * Le référentiel universel

L'Univers est baigné par un rayonnement de corps noir, le rayonnement cosmique de fond, dont la température absolue est d'environ 2,7 K. Cette radiation électromagnétique, reliquat du big-bang, provient de toutes les directions du ciel. On détecte toutefois une anisotropie qui peut s'interpréter comme un effet Doppler (voir sections 3.7.2 et 9.5.2) dû au déplacement de la Terre dans l'espace ². Il semble donc exister un référentiel d'inertie privilégié (plus précisément une classe privilégiée de référentiels) que l'on peut considérer, dans un certain sens, comme au repos par rapport aux grandes structures de l'univers (amas de galaxies) car le rayonnement cosmique de fond y est parfaitement isotrope ; appelons-le « référentiel universel ».

Si on fait l'hypothèse qu'il existe bien un référentiel d'inertie privilégié – le référentiel universel est un bon candidat –, il est possible de développer une théorie « test » différente de la relativité restreinte. Des observations expérimentales sont alors en mesure de trancher en faveur d'une des deux théories. Jusqu'à présent, aucune déviation notable par rapport à la théorie d'Einstein n'a pu être mise en évidence ³.

2. Voir, par exemple, l'ouvrage de Bernard Schutz, *Gravity from the ground up*, Cambridge University Press, 2003, p. 355. L'anisotropie mesurée correspond à une vitesse de déplacement de la Terre d'environ 350 km/s par rapport au référentiel universel.

3. Pour plus d'information, on peut consulter les références suivantes : H. P. Robertson, « Postulate versus Observation in the Special Theory of Relativity », *Reviews of Modern Physics*, vol. 21, n° 3, July 1949, p. 378-382 ; Reza Mansouri et Roman U. Sexl, « A Test Theory of Special Relativity : I. Simultaneity and Clock Synchronization », *General Relativity and Gravitation*, vol. 8, n° 7, 1977, p. 497-513 ; *Id.*, « A Test Theory of Special Relativity : II. First Order Tests », *General Relativity and Gravitation*, vol. 8, n° 7, 1977, p. 515-524 ; *Id.*, « A Test Theory of Special Relativity : III. Second-Order Tests », *General Relativity and Gravitation*, vol. 8, n° 10, 1977, p. 809-814 ; G. Saathoff *et al.*, « Improved Test of Time Dilatation in Special Relativity », *Physical Review Letters*, vol. 91, n° 19, 7 November 2003, p. 190403/1-4.

1.2 LES TRANSFORMATIONS DE GALILÉE

Comme nous l'avons vu, la mécanique fait jouer un rôle particulier aux systèmes de référence appelés référentiels d'inertie. La figure 1.2 montre les parties spatiales de deux tels référentiels dans une configuration particulière où leurs axes sont parallèles deux à deux et leur mouvement relatif est parallèle à un des axes. Une telle configuration sera fréquemment utilisée par la suite.

Au départ de toute théorie, il y a des postulats. La mécanique classique est basée, entre autres, sur un postulat fondamental, compatible avec les trois lois de Newton, appelé postulat de la *relativité galiléenne* :



Les lois de la mécanique sont identiques dans tous les référentiels d'inertie.

Bien entendu, pour pouvoir effectuer des calculs sur un même phénomène physique dans deux référentiels distincts, il faut se donner des règles qui permettent de passer de l'un à l'autre. En particulier, il faut connaître les règles qui permettent de passer d'un jeu de coordonnées dans un référentiel à celui d'un autre référentiel. Ces règles s'appellent les *équations de transformation*. Celles qui respectent le postulat de la relativité galiléenne s'appellent les *transformations de Galilée*.

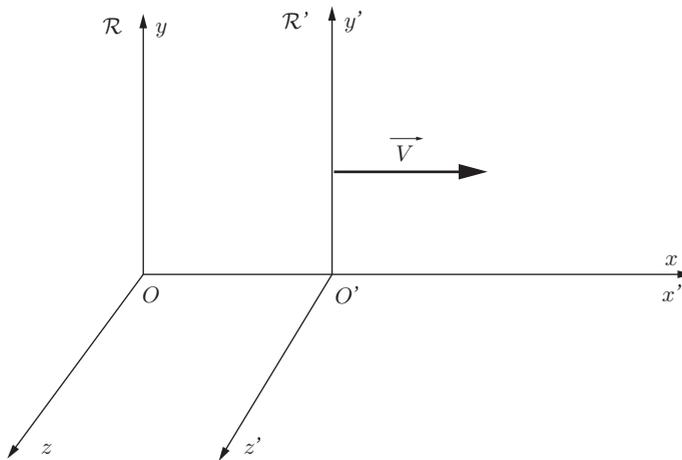


Figure 1.2 - \vec{V} étant une vitesse constante, si \mathcal{R} est un référentiel d'inertie, \mathcal{R}' l'est également.

Deux référentiels d'inertie peuvent être reliés par une translation dans l'espace et le temps, ou par une rotation spatiale. Nous en reparlerons dans le chapitre 7. Nous allons nous concentrer sur le cas de deux référentiels en mouvement relatif. Considérons un référentiel d'inertie \mathcal{R}' se déplaçant avec une vitesse constante \vec{V}

dans un référentiel d'inertie \mathcal{R} , de telle manière que les deux systèmes d'axes soient confondus quand les horloges des deux référentiels marquent l'instant 0. Un événement quelconque se produisant à la position \vec{r} et à l'instant t dans \mathcal{R} se produit à la position \vec{r}' et à l'instant t' dans \mathcal{R}' . Les équations de transformation entre ces deux référentiels s'écrivent alors

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t', \quad (1.2)$$

$$t = t'. \quad (1.3)$$

Ces relations s'inversent simplement en remplaçant \vec{V} par $-\vec{V}$. Remarquons que, pour ces transformations, le temps est considéré comme absolu : il s'écoule de la même manière pour tous les observateurs, quel que soit leur état de mouvement. Deux événements étant séparés par un intervalle de temps Δt et un intervalle d'espace $\Delta\vec{r}$, les transformations ci-dessus impliquent que $\Delta\vec{r}$ est un invariant si ces deux événements sont simultanés ($\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}'$ si $\Delta t = \Delta t' = 0$).

En dérivant la relation (1.2) par rapport à t , et en tenant compte que $dt = dt'$ en vertu de l'égalité (1.3), on obtient la loi d'addition des vitesses

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}, \quad (1.4)$$

où $\vec{v} = d\vec{r}/dt$ ($\vec{v}' = d\vec{r}'/dt'$) est la vitesse d'un objet ponctuel quelconque dans le référentiel \mathcal{R} (\mathcal{R}'). Cela implique qu'une vitesse relative entre deux objets différents est invariante lors d'un changement de référentiel d'inertie ($\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}'$).

En dérivant la relation (1.4) par rapport au temps, \vec{V} étant constant, on trouve immédiatement

$$\vec{\phi} = \vec{\phi}', \quad (1.5)$$

où $\vec{\phi} = d\vec{v}/dt$ ($\vec{\phi}' = d\vec{v}'/dt'$) est l'accélération de l'objet dans le référentiel \mathcal{R} (\mathcal{R}'). L'accélération est donc invariante lors d'un changement de référentiel d'inertie.

Vérifions que ces transformations respectent bien le postulat de relativité galiléenne. La relation fondamentale de la dynamique pour une particule de masse m s'écrit

$$\vec{F} = m\vec{\phi}, \quad (1.6)$$

où \vec{F} est le vecteur force qui s'exerce sur cette particule. En mécanique classique, la masse m , appelée plus précisément *masse d'inertie*, est considérée comme un attribut de la particule et ne peut dépendre de son état de mouvement. De plus, on suppose que la force est **indépendante** du référentiel par rapport auquel elle est mesurée. En effet, elle ne peut dépendre que des positions relatives à un instant donné et éventuellement des vitesses relatives des corps avec lesquels interagit la particule considérée. Ces grandeurs relatives sont des quantités invariantes, comme nous venons de le voir. Les considérations ci-dessus font donc que $\vec{F} = \vec{F}'$. Avec la relation (1.5), cela donne dans un autre référentiel

$$\vec{F}' = m\vec{\phi}'. \quad (1.7)$$

Autrement dit, la loi est la même dans les deux référentiels. En fait, une autre manière d'énoncer le postulat de la relativité galiléenne est :



Les expériences de mécanique faites à l'intérieur de référentiels d'inertie ne permettent pas de déceler la vitesse relative de ces référentiels.

La lumière est une onde électromagnétique dont le comportement est régi par les équations de Maxwell. Si la lumière est affectée de la même manière que les particules par la loi de transformation (1.4) (voir section 11.6), alors la vitesse d'un rayon lumineux dépend du mouvement relatif de la source et de l'observateur. Nous allons voir que cela n'est en fait pas observé expérimentalement, en ce qui concerne le module de cette vitesse.

1.3 MICHELSON, LA TERRE ET L'ÉTHER

Avant d'aller plus loin, il convient de parler d'une notion introduite au XIX^e siècle pour expliquer un certain nombre de phénomènes physiques. L'expérience a montré que les ondes mécaniques, comme les ondes sonores par exemple, nécessitent un milieu matériel pour se propager. Les ondes électromagnétiques se propagent également dans certains milieux matériels, mais elles possèdent en outre la propriété très remarquable de se propager dans le vide. Les physiciens du XIX^e siècle, et en particulier Fresnel, n'admettaient pas l'idée d'une propagation sans support matériel. Ils imaginèrent donc un milieu hypothétique baignant tout l'univers, qu'ils baptisèrent *éther*, et dont les vibrations assuraient la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide⁴. La lumière ne devait alors se propager avec une vitesse bien définie c , prédite par la théorie électromagnétique, que dans les milieux au repos par rapport à l'éther⁵. Remarquons que l'éther devait posséder des propriétés contradictoires : il ne devait offrir aucune résistance aux déplacements planétaires, mais pour transmettre des ondes transversales comme la lumière, il devait être pratiquement incompressible.

Vers 1880, les physiciens, pour qui l'éther restait le substrat indispensable à la propagation des rayons lumineux, vont imaginer un certain nombre d'expériences pour mettre en évidence son existence. Telle est l'origine de l'expérience, restée célèbre, de Michelson en 1881, renouvelée en 1887 par Michelson et Morley, et ultérieurement de nombreuses fois avec une précision sans cesse accrue.

4. L'idée qu'un « fluide » pouvait baigner tout l'univers fut introduite dès l'Antiquité. Aux « quatre éléments » (eau, air, terre et feu) supposés former le monde sublunaire ou monde terrestre, introduits par Empédocle et commentés par Platon, Aristote proposa d'ajouter un cinquième élément, l'éther, constituant inaltérable du monde céleste.

5. Autrement dit, les équations de propagation de la lumière ne devaient prendre exactement la forme (11.14) que dans ces milieux (voir section 11.2).