

ALEX
BELLOS

Le cercle
des problèmes
incongrus

3000 ans d'énigmes
mathématiques

Trouvez l'intrus !



Champs sciences

ALEX BELLOS

Le cercle des problèmes incongrus

Subtiles, addictives, incroyables, piquantes... Voici cent énigmes sélectionnées par le vulgarisateur scientifique hors pair Alex Bellos. Toutes sont résolues en détail et n'exigent qu'un peu d'acharnement, sans oublier une bonne dose de logique et... d'humour! Non content d'occuper nos esprits (et nos journées), Alex Bellos en profite aussi pour passer à la moulinette 3000 ans de maths.

D'une énigme à l'autre, il dresse le portrait des inventeurs de ces casse-tête incongrus, repère les classes de problèmes et débusque les idées reçues. Plaisir garanti!

Alex Bellos a voué sa vie au foot et à la vulgarisation scientifique, qu'il pratique au *Guardian*, à la BBC et dans ses divers best-sellers dont *Alex au pays des chiffres* («Champs», 2015) et *Alex et la magie des nombres* («Champs», 2019).

Traduit de l'anglais (Royaume-Uni) par Olivier Courcelle.

«Une compilation des meilleurs jeux d'esprit et énigmes mathématiques.» *Sciences et Avenir*

«Un modèle du genre.» *Le Monde*

La réponse était



Cette forme est la seule à partager un point commun avec chacune de ses voisines!

En couverture: © Curly Pat/Shutterstock;
© Anna Zaslomova/Shutterstock.

Flammarion

LE CERCLE
DES PROBLÈMES INCONGRUS

Alex Bellos

LE CERCLE
DES PROBLÈMES
INCONGRUS

3 000 ans
d'énigmes mathématiques

*Traduit de l'anglais (Royaume-Uni)
par Olivier Courcelle*

Champs sciences

Copyright © 2016 by Alex Bellos
Tous droits réservés.

Illustrations © Andrew Joyce, 2016

Toute reproduction totale ou partielle, sans autorisation expresse
des Éditions Flammarion, est interdite.

L'ouvrage original a paru en 2016 sous le titre
Can You Solve My Problems ? aux Éditions Faber & Faber.

Pour la traduction française :

© Flammarion, 2018

© Flammarion, 2021, pour l'édition « Champs »

ISBN : 978-2-0802-4352-2

À Zak

Introduction

Tous mes problèmes ont commencé avec Cheryl.

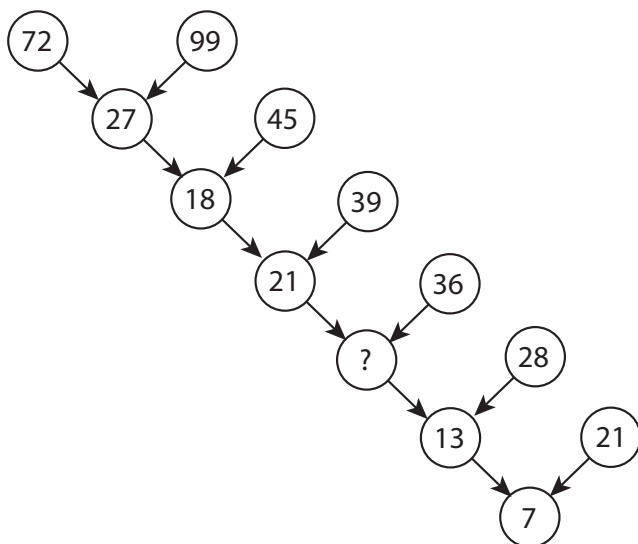
C'était une fille compliquée. Mais magnétique. Le genre à vous faire tourner la tête. J'étais comme ensorcelé, je ne pouvais pas m'empêcher de penser à elle. Je vais vous faire une confession : elle a bouleversé le cours de ma vie.

Il est temps que je précise : Cheryl n'est pas une vraie personne. C'est l'héroïne d'une question posée lors d'un examen de mathématiques à Singapour. Ce problème m'a captivé et m'a poussé à explorer le monde des casse-tête. Cela a été le point de départ de ce livre.

Vous trouverez le problème de l'Anniversaire de Cheryl – et l'histoire complète de nos relations – plus bas dans le texte (Problème 21, p. 49). Mais avant d'embarquer pour un voyage à travers mes casse-tête mathématiques préférés, voici deux énigmes pour se mettre en jambes.

Observez d'abord l'illustration page suivante. La disposition des nombres suit une certaine règle. Une fois que vous l'aurez découverte, trouvez le nombre manquant. Ah oui, j'oubliais : dans le dernier cercle, sept n'est pas une coquille typographique.

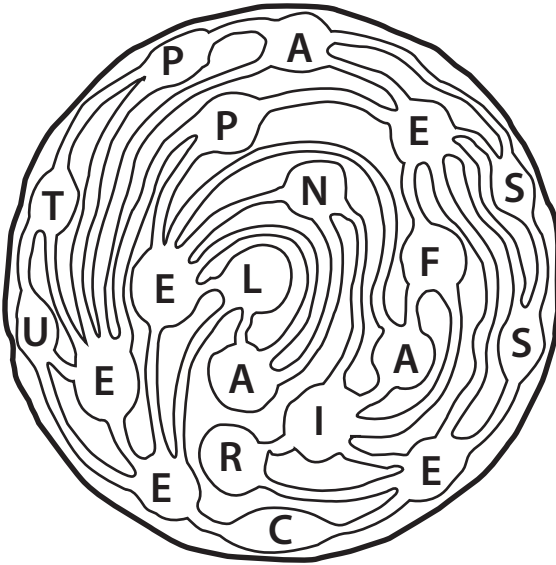
Je trouve ce casse-tête irrésistible. Il ne demande aucune connaissance mathématique avancée. Il n'a l'air de rien,



mais si vous vous lancez dans sa résolution, il se met à vous hanter et ne vous lâche plus. Et lorsque vous finissez par le résoudre (si vous y arrivez), vous éprouvez un intense sentiment de satisfaction, aussi exaltant qu'addictif. Nob Yoshigahara, célèbre créateur de casse-tête du xx^e siècle, le considérait comme son chef-d'œuvre du genre. Essayez par vous-même de trouver la solution avant que je la révèle, à la fin de cette section.

Passons aux Canaux de Mars. Voici une carte des villes et des canaux récemment découverts sur la planète rouge. En partant de la ville marquée C, près du pôle Sud, voyez si vous pouvez former une phrase complète en français en parcourant toutes les villes une seule fois avant de revenir au point de départ.

Ce problème, dû au prolifique concepteur de casse-tête américain Sam Loyd, date de plus de cent ans. Selon son propre témoignage : « Lors de la parution originale du casse-tête dans un journal, plus de cinquante mille lecteurs écrivirent : “Cela ne peut pas se faire.” Il est pourtant très



simple ! » N'allez pas consulter immédiatement la solution plus bas : vous vous gifleriez de ne pas l'avoir découverte par vous-même.

Si vous vous êtes arrêté pour réfléchir à l'un ou l'autre de ces problèmes, je n'ai guère besoin de vous expliquer pourquoi les casse-tête sont si amusants. Ils nous emportent. Quand vous cherchez à en résoudre un, le monde autour de vous s'évanouit à mesure que votre concentration s'accroît... Or, mettre à l'épreuve sa perspicacité est valorisant. Les casse-tête sont source de réconfort dans la mesure où ils exigent de suivre un raisonnement à base d'étapes logiques simples, surtout dans un contexte quotidien qui manque si souvent de cohérence. Dans les bons casse-tête, la solution paraît à portée de main et l'atteindre est très gratifiant.

Entre autres conséquences de ma renversante rencontre avec Cheryl, j'ai commencé à tenir une rubrique de casse-tête pour la version en ligne du *Guardian*. Afin de dégouter


la crème de la crème en la matière, j'ai beaucoup lu et correspondu avec des créateurs de puzzles mathématiques, professionnels ou amateurs. Si j'ai toujours apprécié les casse-tête mathématiques, je n'avais jamais, avant d'entreprendre cette recherche, pris conscience de leur diversité, de leur profondeur conceptuelle et de leur riche histoire. J'ai ainsi compris, par exemple, que les mathématiques il y a mille ans servaient principalement – hormis à de tristes tâches commerciales comme le comptage et la mesure – à amuser et distraire. (La position reste tenable aujourd'hui en ce sens que le nombre d'amateurs enthousiastes de sudokus excède de loin le nombre de mathématiciens professionnels.) L'histoire des casse-tête chemine en parallèle avec celle des mathématiques ; elle est allée de pair avec les grandes découvertes et a inspiré les esprits les plus créatifs.

Ce livre présente un florilège de 124 jeux d'esprit glanés sur les deux derniers millénaires. Pour certains, vous découvrirez leur origine et l'influence qu'ils ont eue sur l'univers des mathématiques. J'ai choisi les casse-tête que je trouvais les plus fascinants, divertissants et stimulants pour l'esprit. Ils ne sont mathématiques que dans l'acception la plus large du terme : si leur résolution demande une pensée logique, elle ne requiert pas de connaissances universitaires.

Ces problèmes viennent de la Chine antique, de l'Europe médiévale, de l'Angleterre victorienne ou du Japon d'aujourd'hui, entre autres lieux et autres époques. Certains sont des devinettes ancestrales, d'autres ont été conçus par les meilleurs mathématiciens de leur temps. Souvent, toutefois, l'origine des casse-tête est difficile à déterminer. Comme les histoires drôles ou les contes traditionnels, ils évoluent sans cesse, portés par les embellissements, les adaptations, les simplifications, les augmentations et les réinterprétations propres à chaque nouvelle génération.

Les meilleurs casse-tête sont de purs poèmes. Élégants et concis, ils piquent notre intérêt, défient notre esprit de compétition, testent notre ingéniosité, tout en révélant parfois des vérités universelles. Une bonne énigme ne demande aucun savoir pointu – seulement de la créativité, de l’astuce et une capacité à penser clairement. Les casse-tête nous captivent en titillant cette pulsion bien humaine de comprendre le monde ; quelque chose qui n’avait aucun sens tout à coup en acquiert un. Même si les casse-tête paraissent frivoles ou artificiels, la stratégie destinée à en venir à bout enrichit notre arsenal de défense pour répondre à d’autres défis de la vie.

Le plus important reste toutefois que les casse-tête assouviennent notre passion du jeu intellectuel. Ils nous amusent. Ils s’adressent à notre part de curiosité enfantine. J’ai choisi des problèmes dans des styles aussi divers que possible, et qui demandent des stratégies variées. Certains se résolvent sur un éclair de perspicacité, d’autres en suivant son instinct et d’autres encore en... – mais chut, pas trop d’indices.

Chaque chapitre porte sur un thème, et les problèmes qu’il contient sont en gros classés par ordre chronologique. *Pas par ordre de difficulté*. Évaluer le niveau d’un casse-tête est souvent une tâche délicate : un problème face auquel une personne va se triturer les méninges des heures durant paraîtra élémentaire à telle autre et *vice versa*. J’explique comment résoudre quelques problèmes, donne certains indices pour quelques autres, mais pour le reste vous serez livré à vous-même. (Les solutions se trouvent à la fin du livre.) Certains problèmes sont simples. Quelques-uns sont à se gratter la tête jusqu’au sang durant des jours ! Ces hauts sommets sont signalés par le symbole .

Quand bien même vous ne parviendriez pas à les résoudre, j’espère que vous trouverez les solutions aussi fascinantes que

leurs énoncés. Le plaisir vient aussi de la révélation d'une technique, d'une idée ou de ses conséquences.

Chaque chapitre est précédé d'une rafale de dix questions destinées à vous plonger dans l'ambiance. Les premier, troisième et cinquième chapitres commencent ainsi par des questions de difficulté croissante, posées au concours annuel pour écoliers âgés de 11 à 13 ans du Mathematics Trust, une organisation caritative britannique visant à soutenir l'éducation mathématique des plus jeunes. Eh oui, 10 questions *pour enfants*. Vous vous en sortirez ?

Revenons maintenant à nos deux casse-tête déjà proposés.

Notre regard sur le premier diagramme se porte d'abord naturellement sur le côté supérieur gauche. Alors comment 72 et 99 peuvent-ils faire 27 ?

Vous y êtes ! $99 - 72 = 27$

En d'autres termes, le nombre d'un cercle est la différence des nombres dans les deux cercles qui pointent vers lui.

Regardez, cette règle vaut pour 18, le nombre de la ligne du dessous :

$$45 - 27 = 18$$

Et avec 21 :

$$39 - 18 = 21$$

Le nombre manquant doit donc être la différence entre 21 et 36, c'est-à-dire 15.

$$36 - 21 = 15$$

Par souci d'exhaustivité, descendons encore l'arbre :

$$28 - 15 = 13$$

Super, ça marche encore. Nous sommes presque au bout. Mais BOUM !

Le tout dernier nombre est 7, distinct de la différence entre 13 et 21, les deux nombres qui pointent vers lui.

Catastrophe ! Notre première hypothèse était fautive. Le nombre dans un cercle ne vaut pas la différence des deux

nombres qui pointent vers lui. Yoshigahara nous a habilement montré un chemin pour mieux nous perdre.

Reprenons au début. Comment 72 et 99 peuvent-ils donner 27 autrement ?

La réponse est si simple que vous l'avez peut-être manquée :

$$7 + 2 + 9 + 9 = 27$$

L'addition de tous les chiffres.

Et ça marche pour la ligne suivante :

$$2 + 7 + 4 + 5 = 18$$

Et la suivante. Le nombre manquant doit donc être :

$$2 + 1 + 3 + 6 = 12$$

Et les deux derniers cercles s'accordent cette fois avec les autres :

$$1 + 2 + 2 + 8 = 13$$

$$1 + 3 + 2 + 1 = 7$$

La folle ingéniosité de ce casse-tête tient à ce que Yoshigahara a trouvé deux règles arithmétiques donnant les mêmes résultats aux *cinq* premières itérations avant de différer à la sixième, et ce d'une seule unité. La facilité déconcertante avec laquelle nous nous propulsons dans la mauvaise direction paraît presque surnaturelle. Un problème difficile n'est souvent qu'un problème abordé d'une mauvaise façon. Prenez-en de la graine !

Avez-vous résolu le casse-tête des Canaux de Mars ? Vous pouvez enchaîner les lettres de manière à écrire : « Cela ne peut pas se faire. » Comme les lecteurs l'ont écrit à Sam Loyd ! La leçon à retenir ici, c'est qu'il faut savoir lire avec attention l'énoncé du problème.

Partons donc nous casser la tête !

PROBLÈMES LOGIQUES



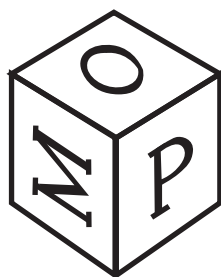
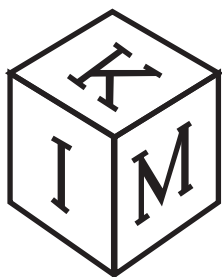
*Des choux,
des époux infidèles
et un zèbre*

EN GUISE D'APÉRITIF

Êtes-vous plus intelligent qu'un enfant de 11 ans ?

Règlement de la classe : les calculatrices sont interdites.

1) L'illustration ci-dessous représente un même cube vu sous trois angles différents. Quelle lettre se situe face au U ?



A I **B** P **C** K **D** M **E** O

2) Le nez de Pinocchio mesure 5 cm de long et double de longueur à chaque mensonge proféré.

Après neuf mensonges, ce nez aura une taille du même ordre que :

A un domino **B** une raquette de tennis **C** une table de billard **D** un court de tennis **E** un terrain de football.

3) Le mot « trente » est formé de 6 lettres, et $30 = 6 \times 5$. De même, le mot « quarante » est formé de 8 lettres, et $40 = 5 \times 8$.

Parmi les nombres suivants, lequel n'est pas un multiple du nombre de lettres dont il est formé ?

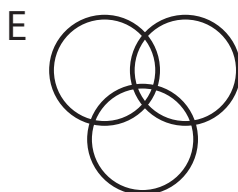
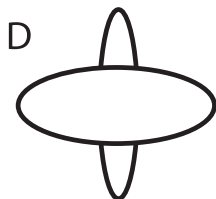
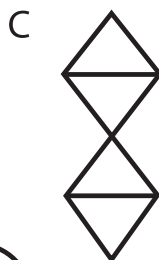
A 6 **B** 8 **C** 12 **D** 20 **E** 100

4) Amy, Ben et Chris se tiennent alignés.

Si Amy est à la gauche de Ben, et Chris à la droite d'Amy, laquelle de ces affirmations est vraie ?

A Ben est le plus à gauche **B** Chris est le plus à droite **C** Amy est au milieu **D** Amy est la plus à gauche **E** aucune des affirmations **A B C D** n'est vraie

5) Laquelle des figures ci-dessous peut être tracée sans lever le crayon et sans jamais repasser deux fois sur une même ligne ?



6) Quel est le reste de la division de 354 972 par 7 ?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

7) Les enfants d'une famille ont tous au moins un frère et une sœur.

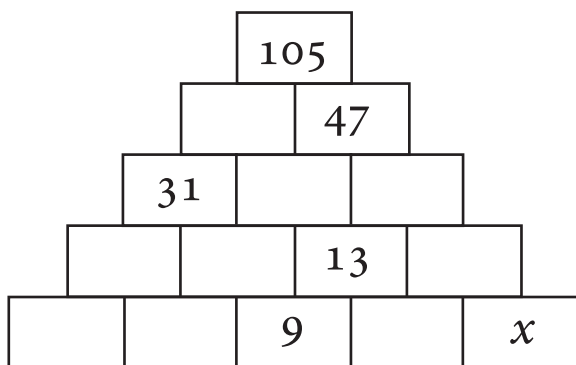
Combien cette famille possède-t-elle d'enfants au minimum ?

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

8) Le nombre 987 654 321 est multiplié par 9. Combien de fois le chiffre 8 apparaît-il dans le résultat ?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 9

9) Dans la pyramide partiellement remplie qui suit, chaque rectangle doit contenir la somme des deux nombres immédiatement placés sous lui. Combien vaut x ?



- A** 3 **B** 4 **C** 5 **D** 7 **E** 12

10) Combien de chiffres distincts présente le développement décimal de $20/11$?

- A** 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

La logique. Pas illogique de commencer par là : tous les casse-tête reposent sur la déduction. Pour une simple raison : la logique est au fondement de toutes les mathématiques. Au pays des casse-tête, toutefois, la nomenclature « problèmes logiques » désigne spécifiquement des énigmes qui se résolvent à la *Hercule Poirot*, avec comme arme le seul raisonnement déductif – sans calcul ou autre croquis tracé au dos d’une enveloppe traînant par là, par exemple. Ces problèmes sont à la portée de tous, car ils n’exigent aucune connaissance technique. Ce qui ne gêne rien, leur simplicité se prête souvent à une formulation humoristique. Ce qui ne signifie pas, loin de là, qu’ils soient toujours faciles à résoudre. Attention à ne pas vous retourner de neurones !

Les êtres humains se sont frottés aux problèmes logiques au moins depuis l’époque de Charlemagne, il y a plus de mille ans.

En 799, alors qu’il régnait sur la majeure partie de l’Europe occidentale, Charlemagne reçut une lettre d’Alcuin, son conseiller, qui lui écrivait : « Je vous ai envoyé des curiosités arithmétiques pour vous amuser. »

Alcuin était le plus grand savant de son temps. Après avoir grandi à York, il avait suivi puis dirigé l’enseignement

de l'école de la cathédrale de la ville, alors le meilleur établissement scolaire du pays. Sa réputation arriva jusqu'à Charlemagne. Le roi le persuada de prendre les rênes de l'école palatine à Aix-la-Chapelle. Alcuin y fonda une grande bibliothèque avant d'instaurer une vaste réforme du système éducatif carolingien. Il quitta ensuite la cour de Charlemagne pour devenir abbé de Tours, poste qu'il occupait quand il envoya la fameuse lettre à son ancien patron.

Certains portent au crédit d'Alcuin l'invention de l'écriture cursive, qui lui permettait, ainsi qu'à ses nombreux scribes, d'écrire plus rapidement. Il aurait aussi été le premier à marquer une question par un symbole, en l'occurrence un petit zigzagwi vertical. Que la principale figure du début de l'histoire des casse-tête soit ainsi associée à l'invention du point d'interrogation tombe on ne peut plus à pic !

Même si le document auquel Alcuin faisait référence dans sa lettre n'a pas été conservé, les historiens pensent qu'il s'agissait d'une liste d'environ cinquante problèmes intitulée *Propositiones ad acuendos juvenes*, soit *Problèmes pour aiguïser la jeunesse*, dont le plus vieux manuscrit qui nous est parvenu remonte au IX^e siècle. Ils sont convaincus que seul le plus éminent des enseignants de son époque a pu écrire cette somme d'énigmes.

Les *Propositiones* constituent un document remarquable. C'est tout simplement le plus grand recueil de casse-tête de l'époque médiévale, et en outre le premier texte latin à présenter un contenu mathématique. (Les Romains ont beau avoir construit des routes, des aqueducs, des thermes et des égouts, ils n'ont jamais produit de mathématiques.) Il commence comme une bonne blague :

Un escargot invité à déjeuner par un roseau doit parcourir une lieue. S'il se déplace d'un pouce par jour, combien de temps lui faudra-t-il ?

Réponse en tenant compte des unités de mesure de l'époque : 246 ans et 210 jours. L'escargot aurait trouvé la mort plus de deux siècles avant d'atteindre son but.

Autre exemple d'énoncé :

Un homme croisant un jour des élèves leur demande : « Combien êtes-vous dans votre école ? » L'un d'eux répond : « Je ne vais pas vous répondre directement mais vous dire comment le savoir : doublez ce nombre d'écoliers, puis triplez le résultat, puis partagez ce résultat en quatre parties. En m'ajoutant à l'un de ces quarts, vous obtiendrez 100. Combien d'élèves sommes-nous dans notre école ? »

Sales gosses. Je vous laisse cette fois vous débrouiller sans moi, na !

La fantaisie qu'Alcuin instillait dans la formulation était révolutionnaire. Pour la première fois, l'humour servait à piquer l'intérêt des élèves en arithmétique. L'importance des *Propositiones* dépasse toutefois le cadre de ces innovations stylistiques par l'exposition de plusieurs problèmes de type nouveau. Certains d'entre eux exigent seulement de raisonner de façon logique et oublient toute forme de calcul. Le plus connu des casse-tête d'Alcuin a probablement acquis le statut de devinette mathématique la plus célèbre de tous les temps.

Un loup, une chèvre et des choux

Un homme doit traverser une rivière avec un loup, une chèvre et un panier de choux. Le seul bateau disponible ne peut transporter au maximum que l'homme et un seul des trois « passagers ». La chèvre ne peut pas rester seule avec le loup sous peine d'être mangée, ni les choux avec la chèvre pour la même raison.

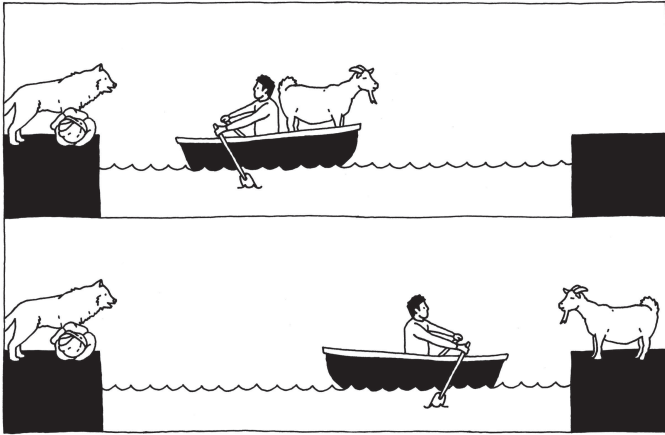
Comment traverser la rivière en un minimum de passages ?

Ce casse-tête est une pure merveille pour deux raisons. D'abord par le comique de situation. Vous avez déjà passé toute la matinée à suivre un chemin de terre en vous efforçant désespérément de tenir le loup hors de portée de la chèvre et la chèvre loin des choux. Et comme si cela ne suffisait pas, voilà que vous devez traverser une rivière sur un bateau ridiculement petit. Mais ce que je trouve de plus amusant et intéressant encore, c'est la solution, qui force notre héros à se comporter de façon contre-intuitive.

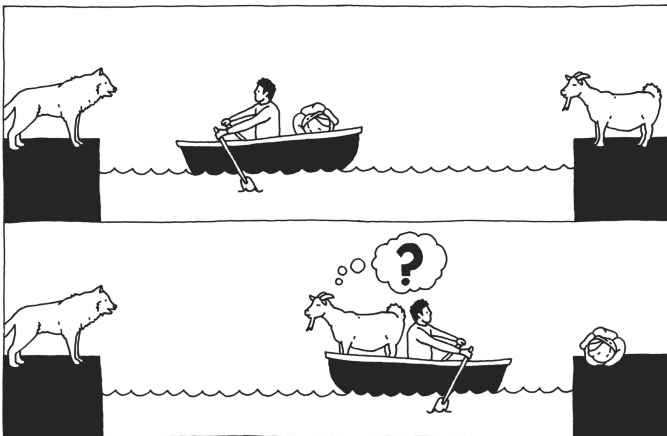
Pourquoi ne pas vous lancer ? Un texte du XIII^e siècle prétend que cette devinette est à la portée d'un enfant de 5 ans. Non, je ne vous mets pas la pression.

Suivez le raisonnement avec moi.

Disons que le voyageur se trouve rive gauche avec ses trois passagers. Il ne peut en prendre qu'un dans le bateau. S'il prend le loup, la chèvre resterait avec les choux et les mangerait. S'il prenait les choux, le loup resterait avec la chèvre et la mangerait. Par élimination, il ne peut donc qu'embarquer la chèvre au premier voyage, car les loups ne mangent pas les choux. Il dépose donc la chèvre rive droite et retourne chercher le passager suivant.

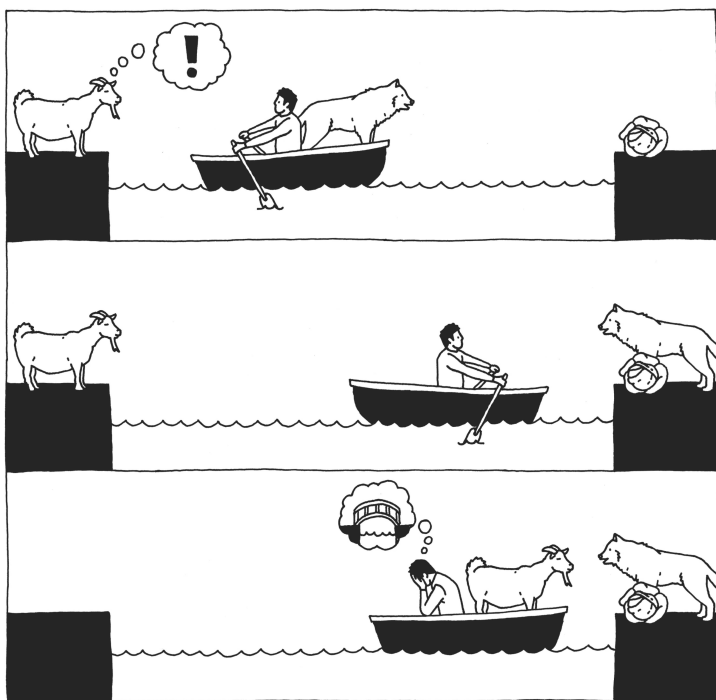


Il a maintenant le choix entre le loup et les choux. Disons qu'il prenne les choux. Il traverse la rivière pour la troisième fois et atteint la rive droite. Il ne peut alors laisser les choux avec la chèvre. Que fait-il alors ? Aucun progrès s'il se contente de retourner avec les choux... Il revient donc avec la chèvre. Cette étape heurte le bon sens : pour que la traversée s'effectue sans encombre pour tous, le voyageur doit transporter l'un de ses passagers, le ramener à la rive de départ, avant de le faire retraverser.



De retour rive gauche après quatre passages, le voyageur se trouve avec le loup et la chèvre. Il enchaîne alors la chèvre et prend à bord le loup pour sa cinquième traversée. Rive droite, le loup reste ensuite avec les choux qui l'indiffèrent. Le voyageur repart quant à lui chercher le ruminant barbu, ce qui lui fait traverser le tout en sept passages.

(Une solution équivalente consiste à prendre le loup au deuxième passage. Par la même logique, le voyageur fait traverser le tout en sept passages.)



Les *Propositiones* présentent d'autres casse-tête de traversée de rivière. Celui qui suit fait un peu penser à une comédie de boulevard.



Trois hommes et leurs sœurs

Arrivent devant une rivière trois hommes ayant chacun une sœur. Tout ce petit monde doit franchir le cours d'eau malgré les regards concupiscents que jettent les hommes aux demoiselles. Autre difficulté : le groupe n'a qu'une chaloupe qui ne peut transporter que deux personnes. Comment la troupe doit-elle s'y prendre pour traverser la rivière sans que les sœurs soient frappées par le déshonneur de naviguer avec un homme qui n'est pas leur frère ?

La formulation d'Alcuin est ambiguë dans sa dernière partie. Elle laisse place à deux interprétations possibles :

[1] le bateau ne doit jamais transporter une femme et un autre homme que son frère. Dans ce cas, l'équipée entière peut rejoindre l'autre rive en neuf traversées ;

[2] une femme doit être accompagnée de son frère quand le bateau débarque ou embarque des passagers sur une rive où se trouve un autre homme que son frère. Ce second scénario me paraît plus dans l'esprit du propos. La mission demande alors onze passages. Essayez les deux cas de figure.

Les casse-tête de traversée de rivière font les délices des petits et des très grands enfants depuis plus de mille ans. En se propageant à travers le monde, ils se sont adaptés aux spécificités locales. En Algérie, le loup, la chèvre et les choux se sont mués en un chacal, une chèvre et une botte de foin ; au Liberia, en un guépard, une poule et du riz ; et à Zanzibar, en un léopard, une chèvre et des feuilles. Le casse-tête des trois frères et des trois sœurs a aussi évolué avec le temps : les hommes lubriques ont laissé place à des maris jaloux interdisant à leur femme de prendre le bateau seule avec un autre homme. Dans une version remaniée du XIII^e siècle, les

couples se nomment Bertoldus et Berta, Gherardus et Greta, et Rolandus et Rosa. La solution est livrée sous forme d'un double hexamètre. Si vous connaissez le latin, la voici :

*Binae, sola, duae, mulier, duo, vir mulierque,
Bini, sola, duae, solus, vir cum muliere.*

Au XVII^e siècle, les couples étaient formés de maîtres et de valets. Chaque maître interdisait à son valet de traverser avec un autre maître, de peur que cet autre maître ne l'assassine. Le mouvement social s'est renversé au XIX^e siècle : les serviteurs ne pouvaient surpasser en nombre les maîtres sur l'un ou l'autre bord de la rivière pour qu'ils ne soient pas tentés de dépouiller leurs patrons. La xénophobie a ensuite pris le pas sur le sexisme et la lutte des classes, avec trois missionnaires voyageant en compagnie de trois cannibales affamés. Ce casse-tête vous en apprend autant sur l'évolution des stéréotypes sociaux que sur les mathématiques.

Le casse-tête de traversée de rivière qui suit a fait son apparition dans les années 1980. Microsoft le proposait au tournant du siècle lors de ses entretiens d'embauche, accompagné d'autres problèmes particulièrement retors destinés à tester les aptitudes de ses futurs employés en matière de résolution de problèmes. Un conseil pour résoudre *Le pont suspendu* : ne laissez pas votre instinct l'emporter sur votre esprit logique.

3

Le pont suspendu (ou Quatre garçons dans le vent)

John, Paul, George et Ringo se trouvent au bord d'une gorge enjambée par un pont suspendu, si délabré que seul deux

personnes peuvent le franchir en même temps. La nuit est tombée et la traversée s'effectue à la lumière d'une lampe torche. Or le groupe ne dispose que d'une seule lampe et la distance entre les deux rives est trop grande pour qu'on se la lance d'un bord à l'autre. On doit donc se la passer comme dans un relais. Les quatre garçons ont déjà de longues heures de marche derrière eux et sont épuisés. Le plus en forme, John, peut franchir le pont en 1 min, Paul en 2, George en 5 et Ringo en 10. Évidemment, si deux personnes traversent ensemble, elles progressent à la vitesse du plus lent.

Comment le quatuor doit-il procéder pour traverser au plus vite ?

Une solution qui vient immédiatement à l'esprit consiste à ce que John, le plus rapide, accompagne un à un ses trois amis. Le groupe traverse alors en $2 + 1 + 5 + 1 + 10 = 19$ min. Mais est-il possible de faire mieux ? À vous de jouer.

Pour en revenir à Alcuin, voici une autre question tirée de ses *Propositiones* :

Combien d'empreintes un bœuf qui a labouré toute la journée laisse-t-il dans son dernier sillon ?

Aucune bien sûr, puisque la charrue les a toutes effacées ! C'est la plus vieille question piège de toute la littérature des casse-tête.

Parmi les autres types de problèmes qui firent leur apparition dans les *Propositiones*, citons encore les énigmes dites de parenté, où il s'agit de préciser les relations qui unissent les membres d'une famille souvent atypique. Cela fera l'objet de mon dernier emprunt au savant du VIII^e siècle, avant que nous n'exécutions un bond de mille ans en avant dans le temps.

4

Le double mariage

Deux hommes épousent la mère l'un de l'autre. Quel sera le lien de parenté entre leurs fils ?

J'adore les énigmes de parenté. En dépit de toutes mes tentatives pour conserver une froide logique quand je cherche à les résoudre, je ne peux pas m'empêcher de spéculer sur ces étranges arrière-plans familiaux.

Ce type de casse-tête a fait florès depuis l'époque médiévale pour atteindre un pic de popularité chez les Victoriens, peut-être en raison de leur caractère subversif vis-à-vis des structures familiales classiques.

Lewis Carroll les appréciait beaucoup. L'auteur fantasque d'*Alice au pays des merveilles* était aussi mathématicien. Le problème qui suit est emprunté à un chapitre – ou « nœud », pour reprendre sa terminologie – de son *Histoire embrouillée* parue en 1885. Je le considère comme un sommet du genre.

5

Le dîner intime

Le gouverneur de... – enfin tu me suis –... souhaite donner un dîner très intime et compte inviter le beau-frère de son père, le beau-père de son frère, le frère de son beau-père et le père de son beau-frère : à nous de deviner le nombre total d'invités.

Combien seront-ils si le dîner est aussi restreint que possible ?

Avec *Alice au pays des merveilles* et *De l'autre côté du miroir*, Lewis Carroll est probablement l'auteur qui a su le mieux

transmettre le plaisir qu'il y a à manipuler la logique. Les deux romans regorgent de paradoxes, de jeux et d'énigmes philosophiques. Lewis Carroll, nom de plume de Charles Lutwidge Dodgson, professeur de maths à Oxford, écrivit aussi trois livres de problèmes rédigés à la façon de casse-tête. Aucun d'entre eux ne connut cependant une fortune comparable à celle d'*Alice*, en partie parce qu'ils reposaient sur des maths trop difficiles.

Lewis Carroll reste toutefois l'un des tout premiers concepteurs de casse-tête fondés sur les menteurs, un type d'énigme logique qui rencontra par la suite un important succès. Il avait remarqué que si différentes personnes s'accusaient mutuellement de mensonges, il était possible de déduire qui disait la vérité. « Ces derniers jours, j'ai mis au point des problèmes amusants dans la série des "dilemmes des menteurs" », écrivait-il dans son journal en 1894, en mentionnant le casse-tête qui suit, reformulé ici avec des personnages différents. Il fut publié de manière anonyme un peu plus tard cette année-là.



Menteurs, menteurs

Berta dit que Greta ment.

Greta dit que Rosa ment.

Rosa dit que Berta et Greta mentent.

Qui dit la vérité ?

Nous reviendrons sur les adeptes de la vérité et du mensonge dans un instant.

Saurez-vous auparavant résoudre le casse-tête logique qui devint viral dans les années 1930 ?

7

Smith, Jones et Robinson

Dans un train, Smith, Jones et Robinson occupent les postes de mécanicien, chauffeur et contrôleur, mais pas nécessairement dans cet ordre (sur les vieilles locomotives, le mécanicien conduit et le chauffeur s'occupe de la vapeur). Ce train transporte trois passagers qui, par hasard, portent le même nom : Mr Jones, Mr Smith et Mr Robinson.

Mr Robinson habite Leeds.

Le contrôleur habite à mi-chemin entre Leeds et Sheffield.

Mr Jones gagne 1 000 livres, 2 schillings et 1 penny par an.

Smith bat le chauffeur au billard.

Le passager qui habite le plus près du contrôleur gagne exactement trois fois plus que lui.

L'homonyme du contrôleur habite Sheffield.

Comment se nomme le chauffeur ?

(J'ai conservé la formulation originale du casse-tête, qui fait appel à l'ancienne subdivision monétaire britannique. La somme de 1 000 livres 2 schillings et 1 penny jouit d'une propriété importante : quand on la divise par trois, on ne tombe pas sur un montant exact.)

J'adore ce casse-tête car il invite à se glisser dans la peau d'un détective. En première lecture, l'information fournie paraît insuffisante pour trouver la solution. Petit à petit, pourtant, indice après indice, les identités correctes se dévoilent.

Peu après sa parution en avril 1930 dans *The Strand Magazine*, un journal littéraire londonien, ce problème connut un succès phénoménal. Il fut d'abord réédité dans des journaux britanniques avant de se répandre dans le monde entier. Un article du *New York Times* de 1932 se penchant sur cette popularité présente le casse-tête sous une forme américanisée où Detroit et Chicago se substituent à Leeds et Sheffield.

La façon la plus directe de résoudre l'énigme consiste à dessiner deux tableaux. Je vous montre la voie. Comme nous cherchons à savoir qui de Smith, Jones et Robinson est le mécanicien, le chauffeur et le contrôleur, considérons d'abord un tableau, présenté ci-dessous à gauche, contenant les noms des employés et leur fonction. Comme il nous faut également associer les trois passagers à leur lieu de résidence, dessinons un second tableau portant Mr Jones, Mr Smith et Mr Robinson en ligne et en colonne Leeds, Sheffield et la station à mi-chemin.

	mécanicien	chauffeur	contrôleur
Smith			
Jones			
Robinson			

	Leeds	Sheffield	mi-chemin
Mr Smith	X		
Mr Jones	X		
Mr Robinson	✓	X	X

Notre premier élément d'information tangible étant que Mr Robinson habite Leeds, nous cochons la case Mr Robinson/Leeds et barrons les cases correspondant à Mr Robinson qui habiterait ailleurs ou un autre passager qui habiterait Leeds. Les autres indices permettent de remplir d'autres cases. Prenons par exemple le passager qui habite le plus près du contrôleur et qui gagne exactement trois fois plus que lui : il ne peut s'agir de Mr Jones, puisque son salaire n'est pas divisible par trois. À vous maintenant d'achever l'enquête !

Henry Ernest Dudeney, le créateur de ce problème, est mort le mois de la parution. Il avait alors 73 ans et proposait des énigmes pour le *Strand* depuis plus de vingt ans.

C'était le concepteur de casse-tête mathématiques le plus brillant de son temps, mais hélas il n'eut pas la chance d'être témoin de l'éclatante réussite de ce qu'on peut qualifier comme son plus grand succès. Quand l'énoncé de « Smith, Jones et Robinson » fut réédité dans le *New Stateman*, « le résultat fut stupéfiant », selon Hubert Phillips, l'éditeur de la rubrique bridge et mots croisés du magazine : « Nous reçûmes un flot de solutions (que personne n'avait demandées) qui révéla l'existence d'un large public intéressé par les casse-tête logiques. »

La quarantaine, Phillips était un ancien professeur d'économie, conseiller du Parti libéral, qui venait de se réorienter vers le journalisme quand parut le casse-tête. Le succès sans précédent de sa devinette l'incita à pérenniser les énigmes logiques, qui se substituèrent bientôt à sa rubrique de bridge. Au fil des années 1930, Phillips devint un auteur innovant et prolifique de casse-tête (entre autres) mathématiques, et il fit de cette décennie l'âge d'or du genre.

J'apprécie particulièrement les deux problèmes qui suivent. Le premier appartient à la catégorie *Qui est le coupable ?* (ou, selon l'expression anglaise consacrée, à la catégorie *Whodunnit*, si chère à Agatha Christie qui raffolait de ce genre de littérature où il faut trouver le criminel parmi une liste de suspects). En fait, *Qui est LA coupable ?* conviendrait mieux ici. Le second problème se pose en clin d'œil aux énigmes de parenté.



L'école des craques

Si St Dunderhead s'enorgueillit des excellents résultats de son équipe de hockey féminin, on ne peut pas dire que « Franchise et honnêteté » soit la devise inscrite au fronton de cette

école de Fogwell. Lorsqu'elles ont récemment gagné un match contre leurs adversaires de Diddleham, les filles de l'équipe ont obtenu la permission d'aller à un concert. Vers vingt-deux heures, dans l'épais brouillard qui régnait sur la ville, Miss Pry, l'enseignante chargée de ramener le groupe, distingua dix silhouettes devant la salle de concert. Elle fut contrariée en apercevant la onzième sortir du cinéma voisin... Quand elle chercha à connaître l'identité de la fraudeuse, les filles se perdirent dans des déclarations contradictoires :

Joan JUGGINS : « C'était Joan Twigg. »

Gertie GASS : « C'était moi. »

Bessie BLUNT : « Gertie Gass est une menteuse. »

Sally SHARP : « Gertie Gass est une menteuse, tout comme Joan Juggins. »

Mary SMITH : « C'était Bessie Blunt. »

Dorothy SMITH : « Ce n'était ni Bessie ni moi. »

Kitty SMITH : « Ce n'était aucune des Smith. »

Joan TWIGG : « C'était soit Bessie Blunt soit Sally Sharp. »

Joan FORSYTE : « Les deux autres Joan sont des menteuses. »

Laura LAMB : « Seule l'une des Smith dit la vérité. »

Flora FLUMMERY : « Non, deux des Smith disent la vérité. »

Sachant que sur ces onze affirmations au moins sept sont fausses, qui a grugé en allant au cinéma ?



Une affaire de parenté

La petite vallée de Kinsley a sans doute connu par le passé une pénurie de jeunes femmes, car les cinq hommes qui y vivent se sont mariés chacun avec une veuve, mère d'un des autres. Tomkins, le beau-fils de Jenkins, est le beau-père de Perkins. La mère de Jenkins est une amie de Mme Watkins, dont la mère du mari est cousine de Mme Perkins.

Comment s'appelle le beau-fils de Simkins ?

Les problèmes logiques de ce type sont aujourd'hui souvent qualifiés de « casse-tête à tableaux », car la meilleure

manière de les résoudre consiste à dresser le tableau de toutes les options possibles.

Le plus célèbre du genre a été publié dans le magazine *Life International* en 1962. Son auteur est inconnu. Souvent dénommé « Casse-tête du zèbre », il est aussi parfois appelé « Énigme d'Einstein » à cause d'une théorie avançant que le savant en serait l'inventeur – même si c'est très peu probable, Einstein étant mort en 1955... Une autre information souvent rapportée voudrait que 2 % de la population seulement soit capable de le résoudre. C'est sans doute faux, mais cela a titillé votre ego, non ?

10

Le casse-tête du zèbre

1. Il y a cinq maisons.
 2. L'Écossais habite la maison rouge.
 3. Le Grec a un chien.
 4. Celui qui habite dans la maison verte boit du café.
 5. Le Bolivien boit du thé
 6. La maison verte est à la droite directe de la maison blanche.
 7. Celui qui porte des bottes élève des escargots.
 8. Celui qui porte des souliers habite la maison jaune.
 9. Celui qui habite la maison du centre boit du lait.
 10. Le Danois habite la première maison.
 11. Celui qui porte des sandales habite la maison voisine de celui qui a un renard.
 12. Celui qui porte des souliers habite dans la maison voisine de celle où il y a un cheval.
 13. Celui qui porte des pantoufles boit du jus d'orange.
 14. Le Japonais porte des tongs.
 15. Le Danois habite à côté de la maison bleue.
- Qui boit de l'eau ? Qui a un zèbre ?

Par souci de précision, j'ajoute que chaque maison est peinte d'une couleur différente, que leurs habitants respectifs sont de nationalité différente, vivent avec un type d'animal différent, boivent une boisson différente et portent un type de chaussures différent. Dans la version de *Life*, les voisins fumaient différentes marques de cigarettes américaines. En clin d'œil à Einstein, célèbre pour ne jamais porter de chaussettes, j'ai remplacé cette catégorie par des chaussures.

Les lecteurs de *Life* répondirent en masse. « Le magazine fut à peine mis en vente que les lettres commencèrent à inonder le bureau dédié au courrier », écrit l'éditeur dans un numéro suivant qui arborait le casse-tête en couverture. « Elles étaient envoyées par des juristes, des diplomates, des médecins, des ingénieurs, des enseignants, des physiciens, des mathématiciens, des militaires, des prêtres ou des femmes au foyer – et par des enfants particulièrement éveillés, ce qui était encore plus dingue. Ces gens qui vivaient à des milliers de miles les uns des autres – dans de petits villages d'Angleterre, aux îles Féroé, dans le désert de Libye, en Nouvelle-Zélande – montraient tous des facultés d'intelligence hors norme. » Lecteur, sois à la hauteur de ce public éclairé, ne me déçois pas !

Si le casse-tête précédent vous a plu, vous devriez adorer le prochain. Élaboré par Max Newman, un jeune logicien de Cambridge, il parut en 1933 dans la rubrique du *New Statesman* de Phillips. Sous le pseudonyme de Caliban – le nom porté par le demi-diable esclave dans *La Tempête* de Shakespeare –, ce dernier publiait des énigmes particulièrement retorses, proprement infernales à résoudre, conçues en collaboration avec des mathématiciens professionnels.

Ce casse-tête est une œuvre de pur génie. L'information fournie dans l'énoncé semble ridiculement mince, même si

elle suffit évidemment à trouver la solution. Selon la *Mathematical Gazette*, ce « joyau » qu'est l'énigme de Newman « doit être résolu pour être cru ». Moi qui ai aussi rudement bataillé avec elle, je reste émerveillé par son économie de moyens et l'élégance brutale de sa solution.



Le testament de Caliban

Quand on ouvrit le testament de Caliban, on y lut les clauses suivantes :

« Je lègue à Low, Y.Y. et “Critic” dix livres de ma bibliothèque à chacun, qu'ils choisiront à tour de rôle en respectant l'ordre défini comme suit :

1. Une personne qui m'a vu porter une cravate verte ne peut choisir avant Low ;

2. Si Y.Y. n'était pas à Oxford en 1920, le premier à choisir ne m'a jamais prêté de parapluie ;

3. Si Y.Y. ou “Critic” est deuxième à choisir, “Critic” vient avant celui qui est tombé amoureux le premier. »

Par malheur, aucun des légataires ne se souvient d'un seul des faits évoqués par Caliban. Le notaire précise pourtant qu'en supposant le problème proprement construit (c'est-à-dire sans indication superflue), la seule force de la déduction suffit à trouver la solution.

Alors selon quel ordre Low, Y.Y. et « Critic » doivent-ils choisir leurs livres ?

Low, Y.Y. et « Critic » étaient des collègues de Phillips au *New Stateman*, information qui n'apporte en l'espèce qu'une aide très limitée. Il faut partir du principe crucial que toutes les données sont importantes, ce qui exclut quelque solution qui en laisserait une de côté.

Les aptitudes du cerveau de Newman en matière de cassette seraient plus tard mises à profit dans un contexte autrement sérieux, non plus pour en élaborer mais pour en

résoudre. Durant la Seconde Guerre mondiale, il dirigea en effet à Bletchley Park une section de décryptage, la Newmanry, dont les travaux aboutirent à la construction de Colossus, le premier calculateur électronique programmable. Newman était un collègue et un ami proche d'Alan Turing, le père de l'informatique théorique. L'article historique de Turing, « On Computable Numbers » (« Sur les nombres calculables ») fut de fait inspiré par des conférences données par Newman à Cambridge. Et quand ce dernier établit le Laboratoire de calcul de la Royal Society à Manchester après la guerre, c'est encore lui qui persuada Turing de l'y rejoindre.

Hubert Phillips est la source la plus ancienne que je connaisse du casse-tête fascinant du duel à trois, ou « truel ». Je l'ai reformulé en hommage à un film qui s'achève sur un affrontement de trois *pistoleros*.

12

Le truel

Le Bon, la Brute et le Truand sont sur le point de s'expliquer au revolver. Chacun d'eux est positionné sur l'un des trois sommets d'un triangle. Les règles veulent que le Truand tire en premier, la Bête en deuxième, le Bon en troisième, puis de nouveau le Truand, et ainsi de suite dans le même ordre jusqu'à ce qu'il n'en reste plus qu'un debout. Le Truand tire moins bien que les autres et n'atteint sa cible qu'une fois sur trois. Meilleur tireur, la Brute fait mouche deux fois sur trois. Quant au Bon, il ne rate jamais son coup.

En supposant que chacun adopte la stratégie la plus favorable et que nul n'est atteint par une balle qui ne lui est pas destinée, qui le Truand doit-il viser pour optimiser ses chances de survie ?

Voici encore trois casse-tête logiques comme ceux que publiait Hubert Phillips, même s'il ne les a pas lui-même