

CONCOURS
AVENIR BAC

l'intègre

LES ÉCOLES D'INGÉNIEUR

MARIE-VIRGINIE SPELLER
DAVID BENTOUZA
PATRICK TROGLIA
HÉLÈNE BAUTHENEY

**CONCOURS
AVENIR BAC**

Tout-en-un

DUNOD

Mise en page : Belle Page

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2013, 2018, 2021

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-082022-1

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2^o et 3^o a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	VII
--------------------	-----

Partie 1

Mathématiques

Chapitre 1	La géométrie	3
Chapitre 2	Les équations, les inéquations et les systèmes	17
Chapitre 3	L'ensemble de définition d'une fonction	33
Chapitre 4	L'axe et le centre de symétrie d'une fonction.....	36
Chapitre 5	Les limites	39
Chapitre 6	Les dérivées.....	45
Chapitre 7	Les fonctions usuelles.....	55
Chapitre 8	Les primitives et intégrales	66
Chapitre 9	Les suites	74
Chapitre 10	Trigonométrie	82
Chapitre 11	Les nombres complexes.....	88
Chapitre 12	Les probabilités.....	99
Chapitre 13	Les lois de probabilités discrètes et continues.....	103
Chapitre 14	L'arithmétique	118

Partie 2

Physique

Chapitre 1	Radioactivité	126
Chapitre 2	Décrire un mouvement	136
Chapitre 3	Mouvement et force	144
Chapitre 4	Mouvement des satellites	152
Chapitre 5	Statique des fluides	160
Chapitre 6	Dynamique des fluides	169
Chapitre 7	Optique	179
Chapitre 8	L'énergie : conversions et transferts	189
Chapitre 9	Caractérisation des phénomènes ondulatoires.....	199
Chapitre 10	Interaction lumière matière : effet photoélectrique.....	215
Chapitre 11	Étude des systèmes électriques	223

Partie 3

Chimie

Chapitre 1	Acide/base	232
Chapitre 2	Les dosages	240
Chapitre 3	Cinétique.....	254
Chapitre 4	Oxydoréduction.....	263
Chapitre 5	Évolution spontanée d'un système chimique	270
Chapitre 6	Piles et électrolyse	276

Partie 4

Biologie

Chapitre 1	Génétique et diversification des génomes	286
Chapitre 2	Évolution des êtres vivants et évolution de la biodiversité.....	290
Chapitre 3	La vie fixée des plantes	293
Chapitre 4	La plante domestiquée.....	296
Chapitre 5	La réaction inflammatoire	300
Chapitre 6	L'immunité adaptative	305
Chapitre 7	Le phénotype immunitaire au cours de la vie	311
Chapitre 8	Le réflexe myotatique.....	317
Chapitre 9	De la volonté au mouvement.....	322
Chapitre 10	Le contrôle des flux de glucose	327
Chapitre 11	Motricité et plasticité cérébrale.....	332

Partie 5

Anglais

Chapitre 1	Présent simple et présent en <i>be + ing</i>	341
Chapitre 2	Prétérit simple et prétérit en <i>be + ing</i>	345
Chapitre 3	Le present perfect	350
Chapitre 4	Le pluperfect	354
Chapitre 5	Les modaux et leurs équivalents	357
Chapitre 6	Les pronoms relatifs et interrogatifs	361
Chapitre 7	Le passif, le subjonctif, l'infinitif	364
Chapitre 8	Désir/regret, conseil/reproche, suggestion.....	368
Chapitre 9	L'article, le nom, l'adjectif	371
Chapitre 10	Les formes en <i>-ing</i>	375
Chapitre 11	Questions et réponses courtes	378
Chapitre 12	Structures verbales complexes : causatives, suppositions.....	382

Partie 6

Concours blancs

Concours blanc 1	387
Épreuve 1 : Mathématiques.....	387
Corrigés	394
Épreuve 2 : Physique-chimie.....	408
Corrigés	425
Épreuve 3 : Biologie.....	434
Corrigés	439
Épreuve 4 : Anglais	445
Corrigés	450
Concours blanc 2	452
Épreuve 1 : Mathématiques.....	452
Corrigés	458
Épreuve 2 : Physique-chimie.....	468
Corrigés	486
Épreuve 3 : Biologie.....	496
Corrigés	501
Épreuve 4 : Anglais	507
Corrigés	513

LE CONCOURS AVENIR

Qu'est-ce qu'un concours ?

❖ Une nouvelle notation

Un concours est bien différent d'un examen, notamment par son élaboration et par sa notation. Jusqu'à présent, vous aviez l'habitude d'être évalué(e) par le biais d'examens, c'est-à-dire qu'il vous suffisait d'avoir une note au moins égale à la moyenne (10/20) pour être reçu(e). C'est le cas du Baccalauréat ou du Brevet des collèges. Il en est de même pour les contrôles et les interrogations. Une telle épreuve est également conçue de manière à ce que vous puissiez faire l'ensemble du sujet dans le temps imparti. Vous avez ainsi la note 20/20 si vous répondez à tous les énoncés correctement.

Un concours se déroule de manière très différente. Tout d'abord, le sujet est élaboré de manière à ce que vous ne puissiez pas tout faire dans le temps octroyé. Ainsi vous pouvez obtenir la note maximale (20/20) à l'épreuve sans avoir traité le sujet entièrement. C'est pourquoi en général, les énoncés de concours paraissent interminables aux élèves !

Alors pas de panique ! Si vous n'avez pas répondu à toutes les questions ou pas traité tous les exercices et problèmes, vous pouvez tout de même avoir 20/20 ! Votre note dépend de celle du meilleur candidat. Vous êtes noté(e) et classé(e) par rapport à la meilleure copie.

Vous êtes reçu(e) en fonction de votre classement et non plus si vous obtenez une note supérieure ou égale à la moyenne. Par exemple vous pouvez échouer avec 11/20 et réussir avec une note telle que 9/20 ! Votre réussite est fonction du nombre de places offertes par chaque école.

❖ Un concours en deux étapes

Votre admission dépend évidemment de vos résultats aux épreuves écrites du concours mais également de votre dossier scolaire ! Alors soignez-le : soyez attentif en cours et travaillez régulièrement !

Le concours AVENIR BAC

❖ À qui s'adresse le concours Avenir Bac ?

Le concours Avenir Bac s'adresse aux élèves issus de terminale générale ou de terminale STI2D.

❖ Choix des spécialités

Classe de Première	Classe de Terminale
Spécialité mathématiques + spécialité physique-chimie + une autre spécialité scientifique	Spécialité mathématiques + une spécialité scientifique au choix parmi physique-chimie, SVT, NSI ou SI

Remarque : En Terminale, il n'est pas obligatoire de suivre l'option mathématiques expertes (les notes ne seront pas prises en compte dans l'étude du dossier) mais son contenu permettra malgré tout de consolider vos compétences.

❖ Modalités d'inscription

✓ Je m'inscris !

L'inscription se fait sur Internet via le portail **ParcourSup** entre janvier et mars (les dates exactes sont précisées au premier trimestre de la terminale) de l'année de passation du concours.

L'accès aux 7 écoles du concours Avenir se fait selon les étapes suivantes :

- 1) Cliquer sur « Présentation des formations » ;
- 2) Cliquer sur « Rechercher une formation » ;
- 3) Cliquer sur « Formations d'ingénieurs » avec un critère (mot clé ou région) ;
- 4) Cocher les écoles qui vous intéressent.

✓ Tarifs

- 110 € pour les élèves issus d'un baccalauréat S général
- 50 € pour les élèves issus d'un baccalauréat STI2D
- Gratuit pour les étudiants boursiers (sur justificatif)

Remarque : Il existe également le concours Avenir Plus qui s'adresse aux candidats déjà titulaires d'un baccalauréat ou d'un diplôme allant de bac + 1 à bac + 4. Votre dossier scolaire est étudié, et si celui-ci vous permet d'être admissible, vous êtes convoqué(e) pour un entretien de motivation.

❖ Quelles écoles ?

Vous concourez pour intégrer une école d'ingénieur post-bac. Les études durent en général 5 ans. À l'issue de ces cinq années vous êtes « ingénieur » et avez le niveau « bac + 5 ».

Le concours AVENIR permet l'accès à sept grandes écoles :

- L'ECE (2 campus : Paris et Lyon)
- L'EIGSI (2 campus : La Rochelle et Casablanca)
- L'EPF (3 campus : Sceaux, Montpellier et Troyes)
- L'ESILV (1 campus : Paris-La Défense)
- L'ESTACA : (2 campus : Saint-Quentin-en-Yvelines et Laval)
- L'ESIGELEC (1 campus : Rouen)
- L'ESITC (1 campus : Caen)

❖ Quelques conseils

Renseignez-vous sur le programme et les matières enseignées dans ces écoles.

Consultez les sites Internet, rendez-vous aux portes ouvertes, etc. Choisissez une école qui vous convient en termes d'enseignements et de spécialités. Informez-vous aussi sur les débouchés professionnels.

❖ Quels débouchés ?

À l'issue de votre école d'ingénieur, vous accédez au titre d'ingénieur et avez désormais un « bac + 5 ». Vous avez alors un large panel de métiers dans l'ingénierie qui s'offrent à vous. Vous pouvez aussi compléter votre formation avec un troisième cycle dans une école de commerce ou dans une université (master 2). Un conseil : choisissez vos stages dans des domaines professionnels qui vous plaisent. Si vous êtes passionné(e) par les voitures, orientez-vous vers un stage dans l'industrie automobile, si vous êtes passionné(e) de mode, postulez dans une maison de couture, etc. Si vous ne savez pas vraiment ce que vous voulez faire, tentez des stages dans des secteurs différents afin d'avoir une idée plus précise de vos souhaits professionnels.

❖ Comment se déroule le concours ?

Le concours Avenir a lieu tous les ans fin avril !

Dossier scolaire

Étude du dossier scolaire	Notes de Première et de Terminale (delta moyenne de classe) + fiche Avenir + notes des épreuves continues en histoire/géographie, enseignement scientifique et de la 3 ^e spécialité de Première + notes du Bac français et des spécialités 1 et 2
---------------------------	--

Remarque : Les candidats Grands Classés sont dispensés d'épreuves écrites.

Épreuves écrites

	QCM	Durée	Coefficient
Mathématiques	45 questions	1h30	6
Sciences	30 questions + 6 parmi 9 questions bonus	1h	4
Anglais	45 questions	30 min	2

L'énoncé de l'épreuve de QCM de sciences comporte 120 questions :

- ❖ 30 questions de Physique-Chimie
- ❖ 30 questions de Numérique et Sciences Informatiques
- ❖ 30 questions de Sciences de la Vie et de la Terre
- ❖ 30 questions de Science de l'Ingénieur

Chaque candidat répond uniquement aux 30 questions de sa spécialité. Puis, il peut, s'il le souhaite, répondre à 6 des 9 questions bonus proposées à la suite de l'énoncé de sa spécialité.

Ces questions bonus sont constituées de 3 questions prises dans chacune des autres spécialités. Ainsi pour la physique-chimie, il y aura 3 questions de SVT, 3 questions de NSI et 3 questions de SI.

Ainsi, avec un barème de 3 points par bonne réponse (et - 1 point par mauvaise réponse), chaque candidat peut viser un maximum de 90 points pour les questions de spécialités et de 18 points bonus, soit un total de 108 points.

❖ Important

Pour chaque question il vous est proposé 4 affirmations.

Toute réponse exacte vous rapporte trois points tandis qu'une mauvaise réponse vous retire un point ! Ne vous fiez donc pas trop au hasard si vous ne savez pas répondre !

Je me prépare au concours !

❖ Je soigne mon dossier scolaire (je suis attentif en cours et travaille régulièrement)

❖ Je prépare les écrits

Vous travaillez seul(e) : procurez-vous un manuel d'exercices corrigés ou consultez les tests corrigés sur Internet. Exercez-vous en commençant par des questions d'entraînement afin de déceler vos points faibles, puis accentuez vos révisions sur les thèmes qui vous posent le plus de problèmes. Élaborez enfin un planning (que vous respecterez !) afin de vous donner des objectifs à court et moyen termes.

Vous optez pour de l'aide extérieure : si vous rencontrez des difficultés à travailler seul(e), vous pouvez toujours faire appel à des organismes de cours particuliers à domicile ou bien suivre un stage intensif de préparation.

	Cours particuliers	Stages collectifs
Avantages	<ul style="list-style-type: none"> - Flexibilité des horaires. - Pas de déplacement. - Vous avez plus de temps pour aborder les points qui vous posent problème. Vous avez une aide personnalisée. - Vous pouvez poser des questions en dehors du regard des autres. 	<ul style="list-style-type: none"> - Les questions des uns peuvent aider les autres. - En groupe, vous abordez plusieurs manières pour résoudre les exercices. - Vous rencontrez des personnes qui passent le même examen que vous et pouvez ainsi échanger avec eux. Cela peut avoir un effet rassurant.
Inconvénients	<ul style="list-style-type: none"> - Vous êtes seul(e) et ne rencontrez personne passant le même examen. - Vous n'avez pas d'autres points de vue. 	<ul style="list-style-type: none"> - Les horaires et les déplacements sont moins flexibles. - Le professeur est moins disponible que dans le cas d'un cours particulier.
Conclusion	<ul style="list-style-type: none"> - Le cours particulier permet d'approfondir les notions que vous n'avez pas bien comprises et d'avancer plus rapidement. - Vous sélectionnez les points sur lesquels vous souhaitez travailler en priorité. - Choisissez cette option dans le cas où vous n'avez que très peu de temps pour passer le test ou bien si très peu de points vous posent problème. 	<ul style="list-style-type: none"> - Le stage intensif vous confronte aux réalités du test en rencontrant d'autres personnes qui le passent. - Si vous optez pour cette option, vous devez au préalable réviser quelques notions afin de ne pas être perdu(e) en route. Le professeur est beaucoup moins disponible que dans le cas d'un cours particulier, vous ne pourrez pas lui poser toutes vos questions.
Attitude à adopter	<ul style="list-style-type: none"> - Préparez des questions avant l'arrivée de votre professeur. - Cherchez des exercices pour la séance suivante afin de savoir où vous avez des difficultés et pouvoir les combler avec votre professeur. - Sélectionnez des thèmes que vous souhaitez aborder au prochain cours. 	<ul style="list-style-type: none"> - Préparez des questions et des notions que vous souhaiteriez aborder en stage. - Relisez vos notes prises dans la journée le soir en rentrant chez vous. - Faites le travail que le professeur vous donne d'un jour à l'autre. Cela vous permet de mieux saisir les explications lors de la correction.

❖ Je passe le concours

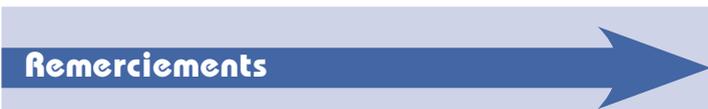
Soyez reposé(e) (pas de fête la veille !) car le concours exige une énorme concentration et une grande vivacité d'esprit.

Lisez très attentivement les énoncés des questions et des différentes propositions. Il peut y avoir des subtilités dans le langage. Faites bien attention à ce que l'on vous demande.

Vous êtes pénalisé en cas de mauvaise réponse. Relisez-vous et ne faites pas confiance au hasard !

Si vous ne parvenez pas à résoudre un problème, optez pour la proposition qui vous semble la plus plausible. Procédez par élimination, certains résultats en mathématiques sont impossibles (par exemple un carré ou une longueur ne peuvent pas être négatifs, etc.). Cela réduit en général le choix à 2 ou 3 propositions. Si vraiment vous ne trouvez pas, revenez plus tard sur cette question et passez à la suite !

Remerciements



Je tiens à remercier tout d'abord l'équipe d'édition pour son écoute, son soutien et sa confiance. Je remercie également les membres chargés de l'organisation du concours AVENIR pour leur disponibilité et leurs précieux conseils. Enfin je remercie tous les élèves de Terminale et d'écoles d'ingénieur que j'ai pu encadrer en cours particuliers ou en Travaux Dirigés (TD). Leurs questions et leurs doutes m'ont permis de cerner les points qui leur posaient le plus de problèmes et d'insister ainsi sur les chapitres et les thèmes difficiles. J'espère que cet ouvrage répondra aux attentes des candidats au concours AVENIR. Bonne chance et bon travail à tous !

Marie-Virginie SPELLER

« L'instruction est un trésor ; le travail en est la clef. »

Pierre-Claude-Victor Boiste
Dictionnaire universel, 1843

PARTIE

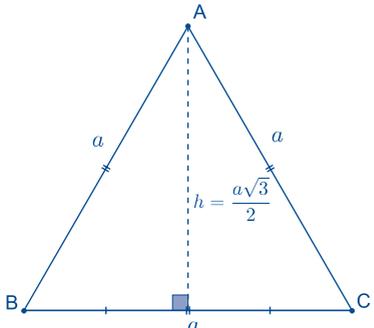
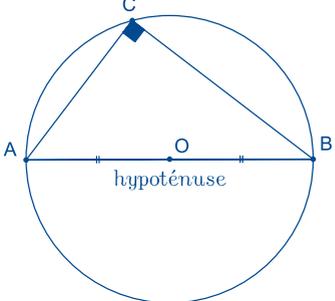
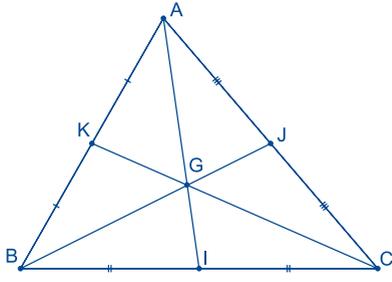
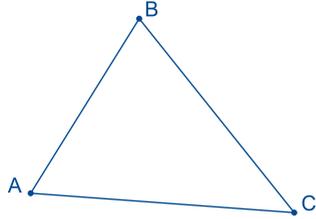
1

Mathématiques

LA GÉOMÉTRIE

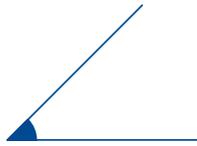
Je fais le point sur mes connaissances

❖ Propriétés dans un triangle

<p>Hauteur d'un triangle équilatéral</p> $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	
<p>Triangle inscrit dans un cercle</p> <p>Tout triangle inscrit dans un cercle et dont un côté est un diamètre de ce cercle est rectangle. L'hypoténuse est un diamètre de ce cercle.</p>	
<p>Médiane et longueur</p> $\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AI}$ $\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BJ}$ $\overline{CG} = \frac{2}{3} \overline{CK}$ <p>où G est le centre de gravité du triangle ABC</p>	
<p>Inégalité triangulaire</p> $AB + BC > AC$	

❖ Angles

Angle aigu



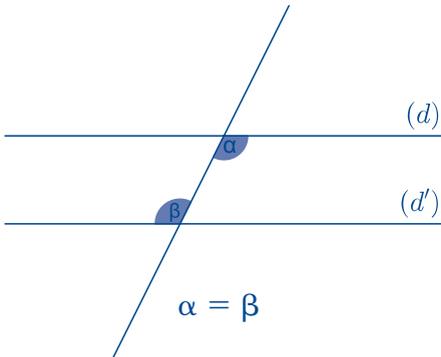
$\alpha < 90^\circ$

Angle obtus



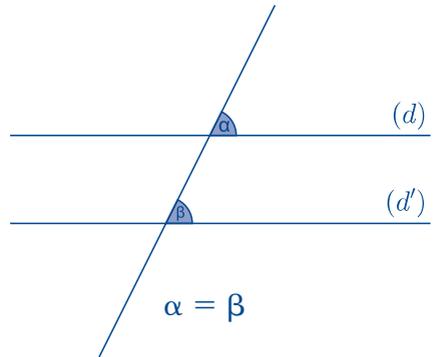
$\alpha > 90^\circ$

Angles alternes-internes



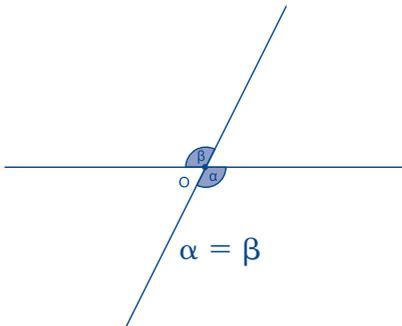
$\alpha = \beta$

Angles correspondants



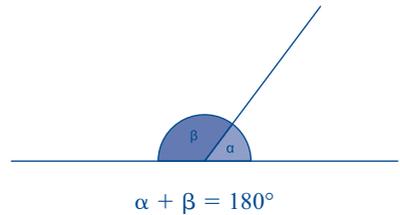
$\alpha = \beta$

Angles opposés par le sommet



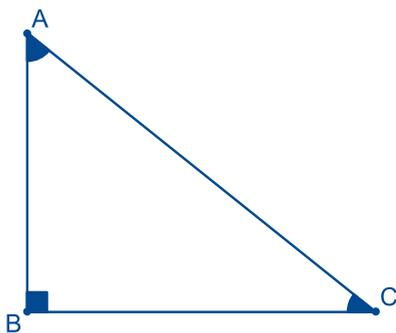
$\alpha = \beta$

Angles supplémentaires



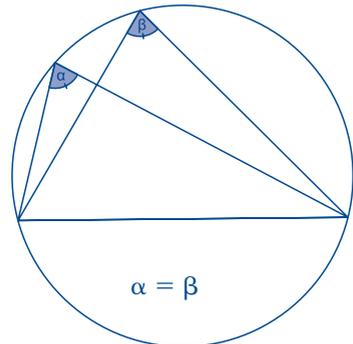
$\alpha + \beta = 180^\circ$

Angles complémentaires



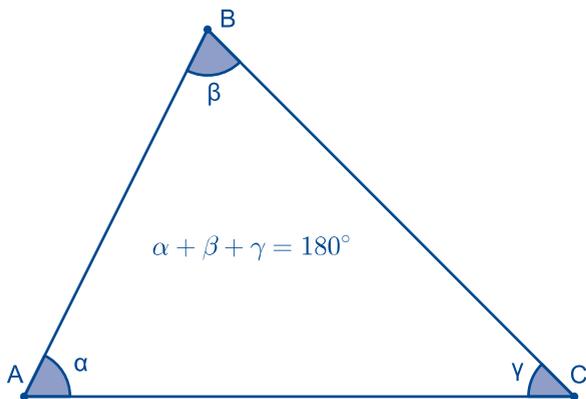
$\alpha + \beta = 90^\circ$

Angles interceptant le même arc de cercle

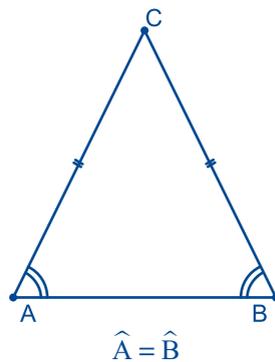


$\alpha = \beta$

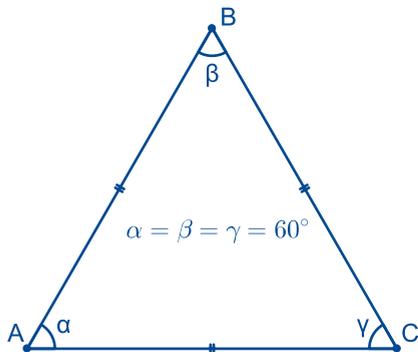
Somme des angles dans un triangle



Angles à la base d'un triangle isocèle

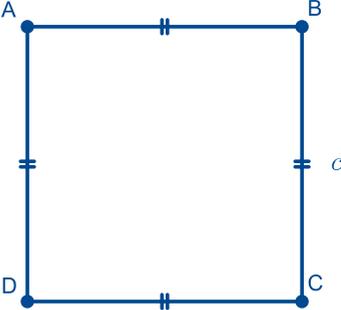
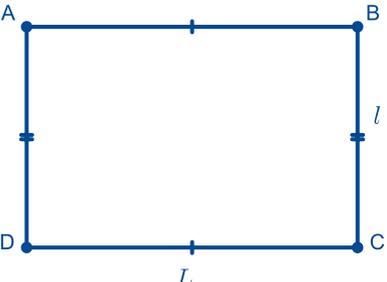
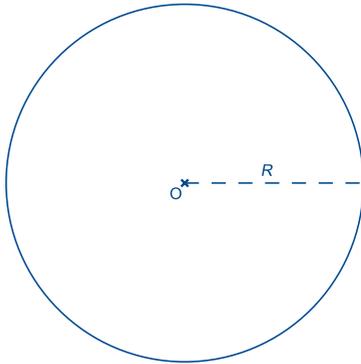
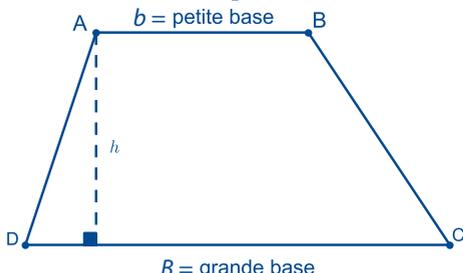


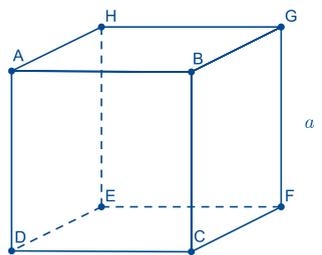
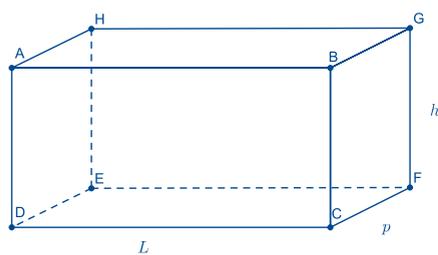
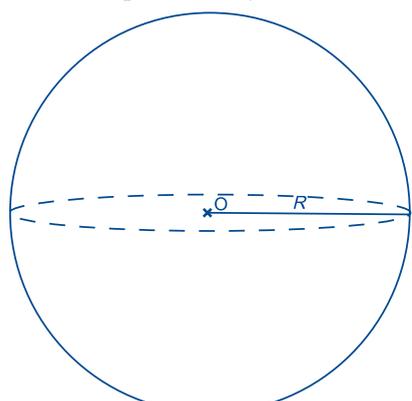
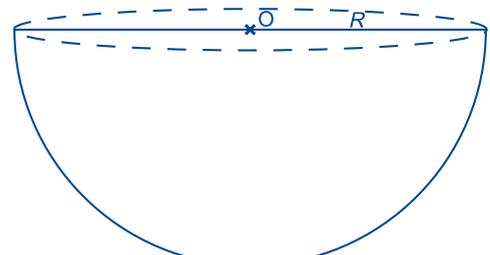
Angles dans un triangle équilatéral

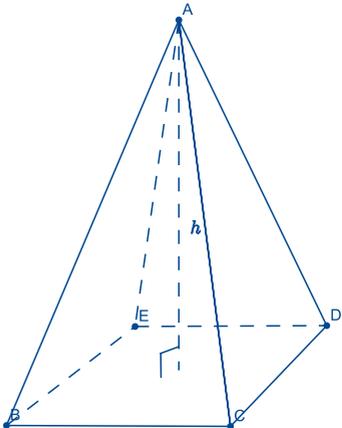
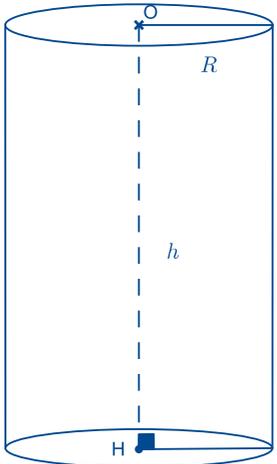
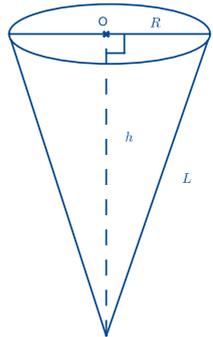


❖ Périmètres, aires et volumes

	Périmètre	Aire
<p>Triangle</p>	<p>somme des côtés</p>	<p>$\frac{\text{base} \times h}{2}$</p>

	Périmètre	Aire
<p>Carré de côté c</p> 	$4c$	$c \times c = c^2$
<p>Rectangle</p> 	$2 \times (L + l)$	$L \times l$
<p>Cercle de rayon R</p> 	$2\pi R$	πR^2
<p>Trapèze</p> 	somme des côtés	$\frac{(B+b) \times h}{2}$

	Aire	Volume
<p align="center">Cube</p> 	$6a^2$	a^3
<p align="center">Parallélépipède rectangle</p> 	$2 \times (Lp + hp + Lh)$	Lhp
<p align="center">Sphère de rayon R</p> 	$4\pi R^2$	$\frac{4}{3}\pi R^3$
<p align="center">Demi-sphère de rayon R</p> 	<p>$3\pi R^2$ si la demi-sphère est pleine</p> <p>$2\pi R^2$ si la demi-sphère est vide</p>	$\frac{2}{3}\pi R^3$

	Aire	Volume
<p>Pyramide</p> 	<p>Aire de base + aire des surfaces latérales (qui sont des triangles)</p>	<p>Aire de base $\times h$</p>
<p>Cylindre</p> 	<p>$2\pi R^2 + 2\pi Rh$</p>	<p>$\pi R^2 h$</p>
<p>Cône de révolution</p> 	<p>$\pi RL + \pi R^2$ où $L = \sqrt{R^2 + h^2}$</p>	<p>$\frac{\pi R^2 h}{3}$</p>

Je sais maîtriser

- ❖ Les problèmes de géométrie euclidienne (théorème de Pythagore, théorème de Thalès, droites remarquables d'un triangle, propriétés du triangle rectangle, etc.)
- ❖ Déterminer le périmètre et l'aire d'une figure plane ainsi que l'aire et le volume d'une figure de l'espace.
- ❖ Déterminer les coordonnées d'un point, d'un vecteur, du milieu d'un segment
- ❖ Montrer l'alignement de trois points
- ❖ Calculer la longueur d'un segment en fonction des coordonnées de ses points situés aux extrémités
- ❖ Vérifier qu'un point appartient bien à un ensemble (droite, plan, cercle, etc.). Vous devez vérifier pour cela que ses coordonnées vérifient l'équation de cet ensemble.
- ❖ Calculer la distance d'un point à une droite, à un plan

Distance d'un point $M(x_M; y_M)$ à une droite d d'équation $ax + by + c = 0$:

$$\frac{|a \times x_M + b \times y_M + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Distance d'un point $M(x_M; y_M; z_M)$ à un plan P d'équation $ax + by + cz + d = 0$:

$$\frac{|a \times x_M + b \times y_M + c \times z_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

- ❖ Calculer le produit scalaire de deux vecteurs

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

- ❖ Dédire des informations à partir d'un produit scalaire (orthogonalité ou colinéarité de deux vecteurs, etc.)
- ❖ Déterminer un lieu géométrique à partir d'une relation

Relation	Lieu géométrique
$AM = a, a > 0$	Cercle de centre A et de rayon a
$AM = BM$	Médiatrice de $[AB]$
$(AM) \perp (BM)$	Cercle de diamètre $[AB]$
$(AM) \perp (AB)$	Perpendiculaire à (AB) passant par A

ENTRAÎNEMENTS

Exercice 1 Le produit scalaire

1. Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs, que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

- a. $\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$ c. $\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos^2(\vec{v}, \vec{u})$
b. $\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \sin(\vec{u}, \vec{v})$ d. $\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \sin(\vec{v}, \vec{u})$

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs, que pouvez-vous déduire de la relation $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$?

- a. \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires
b. \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux
c. \vec{u} et \vec{v} sont égaux en norme
d. Vous ne pouvez rien déduire de cette égalité.

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Soient $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ deux vecteurs, que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

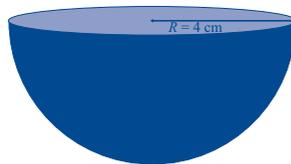
- a. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ c. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$
b. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -8$ d. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Exercice 2 Problème d'aires et de volumes

4. Que vaut l'aire de la demi-sphère pleine sachant que $R = 4$ cm ?

- a. $12 \pi \text{ cm}^2$ c. $\frac{256}{3} \pi \text{ cm}^3$
b. $48 \pi \text{ cm}^2$ d. On ne peut pas calculer l'aire de cette figure



a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5. Que vaut le volume de la figure précédente ?

- a. $12 \pi \text{ cm}^2$
b. $48 \pi \text{ cm}^2$
c. $\frac{128}{3} \pi \text{ cm}^3$
d. $\frac{256}{3} \pi \text{ cm}^3$

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Exercice 3 Un peu de géométrie analytique !

6. Quelle est la nature du triangle ABC sachant que A(0 ; 1), B(2 ; 2) et C(2 ; 0) ?

- a. Rectangle isocèle c. Équilatéral
b. Rectangle d. Isocèle

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. Quelle est la représentation correspondant à l'équation $(x - 2)^2 + y^2 = 4$?

- a. Cercle de centre (0 ; 2) et de rayon 4
- b. Cercle de centre (2 ; 0) et de rayon 2
- c. Sphère de centre (0 ; 2) et de rayon 2
- d. Parabole de sommet (2 ; 0)

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8. Quelle est la distance du point M(1 ; 2 ; 0) au plan d'équation $x + 2y + 3z + 5 = 0$?

- a. $\frac{5}{7}\sqrt{14}$
- b. $\frac{2}{3}\sqrt{15}$
- c. $\frac{1}{3}\sqrt{14}$
- d. $\frac{7}{3}\sqrt{15}$

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

9. Quelle est la distance du point M(1 ; 2) à la droite d'équation $y = 2x + 4$?

- a. $\frac{4}{3}\sqrt{5}$
- b. $\frac{4}{5}\sqrt{5}$
- c. 0
- d. $\sqrt{2}$

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

10. Soient A(1 ; 2 ; 3), B(2 ; 4 ; 5) et C(0 ; 0 ; 1). Quelle est l'affirmation exacte au sujet des points A, B et C ?

- a. A, B et C sont alignés
- b. Le triangle ABC est rectangle
- c. Le triangle ABC est isocèle
- d. Aucune de ces affirmations n'est exacte

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Exercice 4 Ensembles de points

11. L'ensemble des points M vérifiant $MA = MB$ est :

- a. La médiatrice de [AM]
- b. La médiatrice de [AB]
- c. La perpendiculaire à (AB) passant par M
- d. Le cercle de diamètre [AB]

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

12. L'ensemble des points M vérifiant $AM = a$ où a est strictement positif est :

- a. Le cercle de diamètre [AM]
- b. La médiatrice de [AM]
- c. Le cercle de centre M et de rayon a^2
- d. Le cercle de centre A et de rayon a

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

13. L'ensemble des points M vérifiant $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0$ est :

- a. Le cercle de diamètre [AB]
- b. La médiatrice de [AB]
- c. Le cercle de centre M
- d. Le cercle de centre A et de rayon [AB]

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

14. L'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ est :

- a. Le cercle de diamètre [AB]
- b. La médiatrice de [AB]
- c. La perpendiculaire à (AB) passant par A
- d. Le cercle de centre A et de rayon [AB]

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

15. Soit ABC un triangle et G son centre de gravité. L'ensemble des points M vérifiant $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = AB$ est :

- a. Le cercle de diamètre [AB]
- b. Le cercle de centre G et de rayon $\frac{1}{3}AB$
- c. Le cercle de centre G et de rayon 3AB
- d. Le cercle de centre G et de rayon AB

a	b	c	d
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

CORRIGÉS

- Réponse a.** Par définition du produit scalaire, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$
- Réponse b.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{u}$ et \vec{v} sont orthogonaux par définition de l'orthogonalité.
- Réponse c.** Soient $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ deux vecteurs, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \times (-5) + 2 \times 2 = -5 + 4 = -1$ en utilisant la formule $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$ où $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$
- Réponse b.** L'aire (ou la surface) d'une demi-sphère pleine de rayon R est donnée par $A = 3\pi R^2$, ainsi avec $R = 4$ cm, $A = 3 \times \pi \times 4^2 = 3 \times \pi \times 16 = 48 \pi$ cm².

Attention : la demi-sphère est pleine, c'est pourquoi son aire est égale à $3\pi R^2$ unités d'aire. Si elle avait été vide, son aire aurait été égale à $2\pi R^2$ unités d'aire.

- Réponse c.** Le volume d'une demi-sphère (pleine ou vide) de rayon R est donné par

$$V = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{2} = \frac{2}{3}\pi R^3, \text{ soit avec } R = 4 \text{ cm, } V = \frac{2}{3} \times \pi \times 4^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 64 = \frac{128}{3} \pi \text{ cm}^3.$$

Rappel : Le volume d'une sphère est donné par $V_{\text{sphère}} = \frac{4}{3}\pi R^3$ unités de volume et donc le volume d'une demi-sphère est égal à la moitié du volume d'une sphère soit : $V_{\text{demi-sphère}} = \frac{2}{3}\pi R^3$ unités de volume.

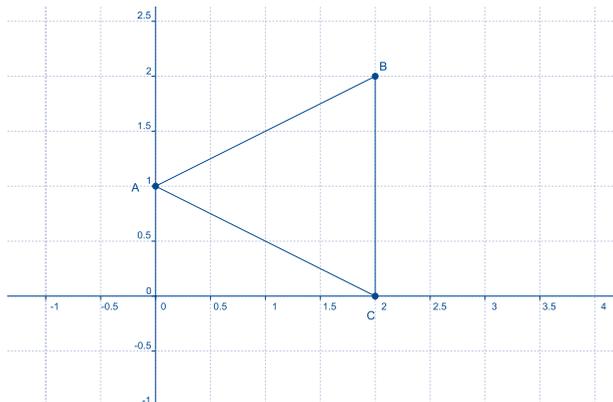
- Réponse d.** Vous devez calculer les longueurs AB, AC, et BC pour déterminer la nature du triangle ABC :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2-0)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2-2)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{0+4} = \sqrt{4} = 2$$

Vous en déduisez que le triangle est isocèle (en A).



7. **Réponse b.** L'équation $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ correspond à un cercle de centre $(2 ; 0)$ et de rayon 2. En effet le cercle de centre $(a ; b)$ et de rayon R a pour équation $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

Attention : À ne pas confondre avec l'équation d'une sphère de centre (a, b, c) et de rayon R : $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

8. **Réponse a.** La distance d'un point M de coordonnées (x_M, y_M, z_M) à un plan d'équation de la forme $ax + by + cz + d = 0$ est donnée par la formule :

$$\frac{|a \times x_M + b \times y_M + c \times z_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Ainsi avec les données de l'énoncé :

$$\frac{|1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 0 + 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{|1 + 4 + 0 + 5|}{\sqrt{1 + 4 + 9}} = \frac{|10|}{\sqrt{14}} = \frac{10\sqrt{14}}{14} = \frac{5}{7}\sqrt{14}$$

Remarque : En général, ne laissez pas de racine au dénominateur !

9. **Réponse b.** La distance d'un point M de coordonnées (x_M, y_M) à une droite d'équa-

tion de la forme $ax + by + c = 0$ est donnée par la formule : $\frac{|a \times x_M + b \times y_M + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Vous devez réécrire l'équation de la droite sous la forme $ax + by + c = 0$ pour appliquer la formule, soit $y = 2x + 4 \Leftrightarrow 2x - y + 4 = 0$

Ainsi avec les données de l'énoncé : $\frac{|2 \times 1 - 1 \times 2 + 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|2 - 2 + 4|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{|4|}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

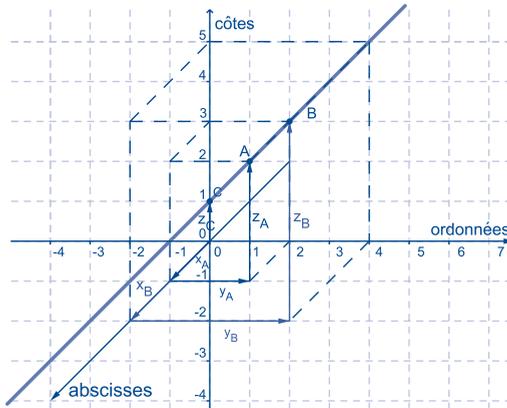
Remarque : En général, ne laissez pas de racine au dénominateur !

10. Réponse a.

$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-1 \\ 4-2 \\ 5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} ; \overline{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \\ z_C - z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-1 \\ 0-2 \\ 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Vous remarquez que $\overline{AB} = -\overline{AC}$, donc ces vecteurs sont colinéaires, ils ont en plus un point en commun (A), les points A, B et C sont alignés.

Remarque : Vous auriez pu considérer les vecteurs \overline{BC} et \overline{AC} avec pour point commun le point C ou bien encore les vecteurs \overline{BC} et \overline{BA} avec pour point commun le point B.



11. Réponse b. L'ensemble des points M du plan vérifiant $MA = MB$ est la médiatrice du segment $[AB]$. En effet $MA = MB$ signifie que M est équidistant de A et de B. Il ne peut donc s'agir que de la médiatrice du segment $[AB]$.

12. Réponse d. L'ensemble des points M vérifiant $AM = a$ est le cercle de centre A et de rayon a.

13. Réponse a. L'ensemble des points M tels que $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0$ doit vérifier que les droites (MA) et (MB) sont perpendiculaires. Ainsi seul le cercle de diamètre $[AB]$ peut vérifier cette propriété parmi les propositions.

Remarque : le produit scalaire de deux vecteurs est nul si et seulement si ces vecteurs ont des directions perpendiculaires

14. Réponse c. L'ensemble des points M tels que $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0$ doit vérifier que les droites (MA) et (AB) sont perpendiculaires. Ainsi seule la perpendiculaire à (AB) passant par A peut vérifier cette propriété parmi les propositions.

15. Réponse b.

$\|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = AB \Leftrightarrow \|\overline{MG} + \overline{GA} + \overline{MG} + \overline{GB} + \overline{MG} + \overline{GC}\| = AB$ en appliquant la relation de Chasles. Ainsi après simplifications :

$$\|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = AB \Leftrightarrow \|3\overline{MG} + \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC}\| = AB$$

Or $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0}$ par propriété du centre de gravité d'un triangle ABC.

Ainsi :

$$\|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = AB \Leftrightarrow \|3\overline{MG}\| = AB \Leftrightarrow \|\overline{MG}\| = \frac{1}{3} AB \Leftrightarrow MG = \frac{1}{3} AB$$

Ainsi l'ensemble des points M vérifiant $\|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = AB$ est le cercle de centre G et de rayon $\frac{1}{3} AB$.

Chapitre 2 LES ÉQUATIONS, LES INÉQUATIONS ET LES SYSTÈMES

Je fais le point sur mes connaissances

Les méthodes de résolution des équations, inéquations et systèmes vous sont très utiles pour les études de fonctions et en particulier pour déterminer l'ensemble de définition et les extrema éventuels.

❖ Les équations

Elles peuvent se présenter sous la forme d'un produit, d'un quotient, d'une fonction quelconque, etc. Vous devez parfaitement maîtriser leurs techniques de résolution.

Voici un tableau d'équivalence à connaître :

Équations	Solutions
$\frac{1}{x} = a, x \neq 0, a \neq 0$	$x = \frac{1}{a}, x \neq 0, a \neq 0$
$\ln(x) = a, x > 0$	$x = e^a$
$e^x = a, a > 0$	$x = \ln(a), a > 0$
$\sqrt{x} = a$	$x = a^2$
$x^2 = a, a \geq 0$	$x = \pm\sqrt{a}, a \geq 0$
$x^3 = a$	$x = \sqrt[3]{a}$
$x^{2p} = a, a \geq 0$	$x = \pm \sqrt[2p]{a}, a \geq 0$
$x^{2p+1} = a$	$x = \sqrt[2p+1]{a}$
$ x = a$	$x = a$ ou $x = -a$

À retenir : La ou les solution(s) de l'équation $f(x) = 0$ est (sont) le(s) point(s) d'intersection de la courbe représentative de f avec l'axe des abscisses.

❖ Les inéquations

Les inéquations se présentent sous plusieurs formes que vous devez savoir résoudre. Prêtez notamment attention à la valeur absolue et à la notion de distance.

Voici un tableau des équivalences :

	$a < b$	$a \leq b$	$a > b$	$a \geq b$
$\ln(x)$	$\ln(a) < \ln(b)$	$\ln(a) \leq \ln(b)$	$\ln(a) > \ln(b)$	$\ln(a) \geq \ln(b)$
e^x	$e^a < e^b$	$e^a \leq e^b$	$e^a > e^b$	$e^a \geq e^b$
\sqrt{x}	$\sqrt{a} < \sqrt{b}$	$\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$	$\sqrt{a} > \sqrt{b}$	$\sqrt{a} \geq \sqrt{b}$
x^2 sur $[0, +\infty[$	$a^2 < b^2$	$a^2 \leq b^2$	$a^2 > b^2$	$a^2 \geq b^2$
x^2 sur $] -\infty; 0]$	$a^2 > b^2$	$a^2 \geq b^2$	$a^2 < b^2$	$a^2 \leq b^2$
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$	$\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$	$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$	$\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$
x^3	$a^3 < b^3$	$a^3 \leq b^3$	$a^3 > b^3$	$a^3 \geq b^3$
$-x$	$-a > -b$	$-a \geq -b$	$-a < -b$	$-a \leq -b$

Et plus généralement :

	$a < b$	$a \leq b$	$a > b$	$a \geq b$
f strictement croissante	$f(a) < f(b)$	$f(a) \leq f(b)$	$f(a) > f(b)$	$f(a) \geq f(b)$
f strictement décroissante	$f(a) > f(b)$	$f(a) \geq f(b)$	$f(a) < f(b)$	$f(a) \leq f(b)$

Et les valeurs absolues ?

$$|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a \text{ où } a > 0$$

$$|x| > a \Leftrightarrow x > a \text{ ou } x < -a \text{ où } a > 0$$

$$|x - b| < a \Leftrightarrow -a < x - b < a \Leftrightarrow -a + b < x < a + b \text{ où } a > 0$$

$$|x - b| > a \Leftrightarrow x - b > a \text{ ou } x - b < -a \Leftrightarrow x > a + b \text{ ou } x < -a + b \text{ où } a > 0$$

- Les racines et le signe des polynômes du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$ en fonction de la valeur du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$:

	Racines	Signe	Factorisation
$\Delta > 0$ Deux racines réelles	$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	Le polynôme est du signe de a à l'extérieur des racines et de $-a$ à l'intérieur	$a(x - x_1)(x - x_2)$
$\Delta = 0$ Une racine double réelle	$x_0 = \frac{-b}{2a}$	Le polynôme est du signe de a	$a(x - x_0)^2$
$\Delta < 0$ Deux racines complexes conjuguées	$x_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$	Le polynôme est du signe de a	Pas de factorisation dans \mathbb{R}