

Topographie opérationnelle

Mesures - Calculs - Dessins - Implantations



Michel **B**rabant

avec le concours de Béatrice **P**atizel, Armelle **P**iègle et Hélène **M**üller

EYROLLES

Topographie opérationnelle

Également aux éditions Eyrolles (extrait du catalogue)

Méthodes

Serge MILLES & Jean LAGOFUN, *Topographie et topométrie modernes*

1. *Techniques de mesure et de représentation*, 544 p. avec un CD-ROM
2. *Calculs*, 344 p. avec un CD-ROM

Pierre MARTIN, *Géotechnique appliquée au BTP*, 384 p.

– *Géomécanique appliquée au BTP*, 2^e éd., 292 p.

Jean-Pierre GOUSSET, *Technique des dessins du bâtiment*

- *Dessin technique et lecture de plan. Principes et exercices*, 192 pages
- *Plans topographiques, plans d'architecte et permis de construire* (à paraître au second semestre 2012)
- *Plans de bureaux d'études (béton armé, charpente, électricité, fluides)* (à paraître en 2013)

Avec le concours de Jean-Claude CAPDEBIELLE & René PRALAT, *Le métré CAO-DAO avec Autocad ; étude de prix*, 2^e éd., 312 p.

Avec Bernard BADAUT, *Mémento pratique de l'offre de prix dans le bâtiment* (à paraître en 2012)

Brice FÈVRE & Sébastien FOURAGE, *Mémento du conducteur de travaux*, 3^e éd., 128 p.

Gérard KARSENTY, *La fabrication du bâtiment*

1. *Le gros œuvre*, 552 p.
 2. *Le second œuvre*, 594 p.
- *Guide pratique des VRD et aménagements extérieurs*, 632 p.

Généralités

Jean-Paul ROY & Jean-Luc BLIN-Lacroix, *Dictionnaire professionnel du BTP*, 3^e éd., 848 p.

Calculs et mesures

Jean ROUX, *Maîtriser l'Eurocode 2. Guide d'application*, 338 p. (coédition Afnor)

– *Pratique de l'Eurocode 2. Guide d'application*, 626 p. (coédition Afnor)

Jean-Marie PAILLÉ, *Calcul des structures en béton. Guide d'application de l'Eurocode 2*, 620 p. (coédition Afnor)

Jean-Louis GRANJU, *Béton armé : théorie et applications selon l'Eurocode 2*, 496 p.

Yves BENOIT, *Calcul des structures en bois. Guide d'application de l'Eurocode 5*, 2^e éd., 512 p. (coédition Afnor)

Marcel HUREZ, Nicolas JURASZEK & Marc PELCE, *Dimensionner les ouvrages en maçonnerie.*

Guide d'application de l'Eurocode 6, 328 p. (coédition Afnor)

Alain CAPRA & Aurélien GODREAU, *Ouvrages d'art en zone sismique. Guide d'application de l'Eurocode 8*, 128 p. (coédition Afnor)

Victor DAVIDOVICI (sous la direction de), *Constructions parasismiques. Guide d'application de l'Eurocode 8* (coédition Afnor ; sous presse)

...et des dizaines d'autres livres de BTP, de génie civil, de construction et d'architecture sur
www.editions-eyrolles.com

Michel Brabant

avec le concours de Béatrice Patizel, Armelle Piègle et Hélène Müller

Topographie opérationnelle

Mesures - Calculs - Dessins - Implantations

EYROLLES

The logo for EYROLLES features the word "EYROLLES" in a bold, sans-serif font. Below the text is a horizontal line with a small grey circle centered underneath it.

Photos de couverture © Arnaud Rostand & Sébastien Paulin, ESGT.

En première page de couverture à gauche et à droite : station totale Trimble 5600 robotisée ; au centre : récepteur fixe GPS/GNSS Trimble R6, liaison par radio UHF au mobile (mode de levé en temps réel).

En quatrième page de couverture de haut en bas : récepteur mobile GPS/GNSS Trimble R6 couplé au carnet de terrain Trimble TSC2 (levé de détails) ; extraits d'un nuage de points réalisé avec un laser scanner 3D (détails, Château d'Allinges, Haute-Savoie) ; laser scanner 3D Leica HDS 6100 à mesure de phase.

En application de la loi du 11 mars 1957, il est interdit de reproduire intégralement ou partiellement le présent ouvrage, sur quelque support que ce soit, sans l'autorisation de l'Éditeur ou du Centre Français d'exploitation du droit de copie, 20, rue des Grands Augustins, 75006 Paris.

© Groupe Eyrolles, 2012, ISBN : 978-2-212-12847-5

Table des matières

Chapitre 1. Connaissances de base	1
1.1 Travaux topographiques	1
1.1.1 Le levé topographique	1
1.1.2 Les calculs topométriques	2
1.1.3 Les dessins topographiques	2
1.1.4 Projets d'aménagement	2
1.1.5 Implantations	3
1.1.6 Suivi et contrôle des ouvrages	3
1.2 Les systèmes de coordonnées	3
1.2.1 Coordonnées cartésiennes géocentriques X, Y, Z.....	3
1.2.2 Coordonnées géographiques λ, ϕ, h	4
1.2.3 Coordonnées planes E, N.....	5
1.2.3.1 <i>Systèmes de projection</i>	5
1.2.3.2 <i>Lambert Zone</i>	6
1.2.3.3 <i>Lambert 93</i>	8
1.2.3.4 <i>Conique conforme 9 zones (CC 9 zones)</i>	8
1.2.3.5 <i>Projection UTM (Universal Transverse Mercator)</i>	9
1.2.3.6 <i>Paramètres des différents systèmes</i>	10
1.2.4 Transformation de coordonnées.....	10
1.2.4.1 <i>Coordonnées géographiques $\lambda, \phi \Leftrightarrow$ planes E, N</i>	10
1.2.4.2 <i>Changement de système géodésique</i>	11
1.3 Systèmes géodésiques	12
1.3.1 Les systèmes terrestres	12
1.3.1.1 <i>La Nouvelle Triangulation de la France</i>	12
1.3.1.2 <i>ED50 (European Datum 1950)</i>	13
1.3.2 Les systèmes spatiaux	13
1.3.2.1 <i>RGF93 (Réseau Géodésique Français 1993)</i>	13
1.3.2.2 <i>Autres réseaux</i>	15

1.4 Les systèmes d'altitudes	17
1.4.1 Altitudes	17
1.4.2 Réseaux de nivellement	17
1.4.3 Repères de nivellement	18
1.4.4 Hauteur et altitude	21
1.5 Observations topographiques	22
1.5.1 Angles (§ 2)	22
1.5.2 Distances (§ 3)	23
1.5.3 Dénivelées (§ 4)	23
1.5.4 Positionnement satellitaire (§ 6)	24
1.6 Précision des observations	24
1.6.1 Lexique	24
1.6.2 Erreurs parasites ou fautes	24
1.6.3 Erreurs systématiques	25
1.6.3.1 <i>Erreur de justesse</i>	25
1.6.3.2 <i>Évaluation sommaire de l'erreur de justesse</i>	25
1.6.3.3 <i>Droite moyenne</i>	26
1.6.4 Erreurs accidentelles des mesures directes	27
1.6.4.1 <i>Erreur absolue</i>	27
1.6.4.2 <i>Répartition expérimentale</i>	29
1.6.4.3 <i>Probabilité - Espérance mathématique</i>	31
1.6.4.4 <i>Loi normale ou loi de Laplace-Gauss</i>	31
1.6.4.5 <i>Indices de dispersion</i>	34
1.6.4.6 <i>Estimation de la moyenne</i>	35
1.6.4.7 <i>Tolérances</i>	38
1.6.5 Erreurs accidentelles des mesures indirectes	38
1.6.5.1 <i>Principe de l'indépendance des erreurs</i>	38
1.6.5.2 <i>Composition des écarts-types d'une mesure indirecte</i>	39
1.6.5.3 <i>Observations d'inégales précisions - Moyenne pondérée</i>	40
1.6.6 Classes de précision	42
1.6.6.1 <i>Précision</i>	42
1.6.6.2 <i>Classes</i>	42
1.7 La carte de base	45
1.7.1 Série bleue et TOP 25	45
1.7.2 Exactitude	46
1.7.3 Mesures planimétriques	47
1.7.3.1 <i>Coordonnées géographiques dans le système géodésique français</i>	47
1.7.3.2 <i>Système géodésique mondial WGS84 ou RGF93</i>	48
1.7.3.3 <i>Coordonnées Lambert</i>	48
1.7.3.4 <i>Coordonnées UTM</i>	49
1.7.3.5 <i>Distances</i>	49
1.7.3.6 <i>Gisement</i>	50

1.7.3.7	<i>Azimut géographique</i>	50
1.7.3.8	<i>Azimut magnétique</i>	50
1.7.3.9	<i>Orientation de la carte</i>	51
1.7.3.10	<i>Angle horizontal de deux directions</i>	51
1.7.4	Orographie	51
1.7.5	Exploitation de l'orographie	52
1.7.5.1	<i>Pente en un point</i>	52
1.7.5.2	<i>Altitude d'un point</i>	53
1.7.5.3	<i>Lignes et formes caractéristiques</i>	53
1.7.5.4	<i>Coupes et profils</i>	53
1.7.5.5	<i>Chevelu</i>	54
1.7.5.6	<i>Bassin versant</i>	54
1.7.6	La cartographie numérique	55
1.7.6.1	<i>Le Référentiel à grande échelle (RGE)</i>	55
1.7.6.2	<i>La Banque de données topographiques (BD Topo)</i>	55
1.7.6.3	<i>Le SCAN 25</i>	55
1.7.6.4	<i>Le Géoportail</i>	55
Chapitre 2. Mesures des angles		57
2.1 Le théodolite		57
2.1.1	Conception	57
2.1.2	Pivot.....	59
2.1.2.1	<i>Embase</i>	59
2.1.2.2	<i>Calage du pivot</i>	60
2.1.3	Cercle horizontal	62
2.1.3.1	<i>Goniomètre</i>	62
2.1.3.2	<i>Lectures</i>	62
2.1.3.3	<i>Mouvements</i>	63
2.1.4	Cercle vertical.....	63
2.1.5	Axe optique	64
2.1.5.1	<i>Lunette</i>	64
2.1.5.2	<i>Mise au point</i>	65
2.1.5.3	<i>Qualités d'une lunette</i>	66
2.2 Précision des mesures d'angles		66
2.2.1	Erreurs parasites	66
2.2.2	Erreurs systématiques	67
2.2.2.1	<i>Défaut de verticalité du pivot</i>	67
2.2.2.2	<i>Inégalité des échelons du limbe</i>	67
2.2.2.3	<i>Excentricité des cercles</i>	67
2.2.2.4	<i>Défaut d'horizontalité de l'axe de basculement</i>	67
2.2.2.5	<i>Excentricité du viseur</i>	68
2.2.2.6	<i>Collimation horizontale</i>	68
2.2.2.7	<i>Dérive</i>	68

2.2.2.8	<i>Correction d'index ou collimation verticale</i>	68
2.2.2.9	<i>Erreur de réfraction</i>	68
2.2.3	Erreurs accidentelles	68
2.2.3.1	<i>Erreur de centrage</i>	68
2.2.3.2	<i>Erreur de pointé</i>	68
2.2.3.3	<i>Erreur de lecture</i>	69
2.2.3.4	<i>Flamboisement de l'air</i>	69
2.2.4	Écarts-types	69
2.3	Mesurage d'un angle horizontal	69
2.3.1	Mises en station.....	69
2.3.2	Séquence	70
2.3.3	Paires de séquences	71
2.3.4	Tour d'horizon	73
2.4	Mesurage d'un angle zénithal	75
2.4.1	Observations	75
2.4.2	Correction d'index	75
2.4.3	Application.....	76
2.5	Orientation	77
2.5.1	Orientation dans le système de projection	77
2.5.2	Orientation magnétique	77
2.5.3	Orientation gyroskopique.....	78
2.5.4	Orientation astronomique.....	78
Chapitre 3.	Mesures des distances	81
3.1	Mesurage au ruban	81
3.1.1	Jalonnement	81
3.1.1.1	<i>Jalonnement sans obstacle</i>	82
3.1.1.2	<i>Franchissement d'une butte</i>	83
3.1.1.3	<i>Obstacle de faible largeur</i>	84
3.1.1.4	<i>Prolongement</i>	84
3.1.2	Méthodes de mesurage	85
3.1.2.1	<i>À plat</i>	85
3.1.2.2	<i>Étalonnage et dilatation</i>	85
3.1.2.3	<i>Ruban suspendu horizontal</i>	86
3.1.3	Précision	87
3.1.3.1	<i>Erreurs parasites</i>	87
3.1.3.2	<i>Erreurs systématiques</i>	87
3.1.3.3	<i>Erreurs accidentelles</i>	88
3.1.3.4	<i>Écarts-types</i>	88
3.1.4	Réductions des mesures à plat.....	88

3.2 Mesurage électronique	89
3.2.1 Principe.....	89
3.2.2 Onde modulée	90
3.2.3 Synoptique.....	91
3.2.3.1 <i>Schéma</i>	91
3.2.3.2 <i>Réflecteur</i>	92
3.2.4 Distancemètres de topographie.....	93
3.2.4.1 <i>Modulaires</i>	93
3.2.4.2 <i>Intégrés</i>	93
3.2.4.3 <i>Lasers pulsés sans réflecteur</i>	94
3.2.5 Précision.....	95
3.2.5.1 <i>Erreurs parasites</i>	95
3.2.5.2 <i>Erreurs systématiques</i>	95
3.2.5.3 <i>Erreurs accidentelles</i>	97
3.2.5.4 <i>Écarts-types</i>	97
3.2.6 Réductions des mesures électroniques des distances	97
Chapitre 4. Nivellement	101
4.1 Nivellement direct ordinaire	101
4.1.1 Observations	101
4.1.2 Niveaux et mires	102
4.1.2.1 <i>Niveaux-blocs à nivelle torique</i>	102
4.1.2.2 <i>Niveaux automatiques</i>	103
4.1.2.3 <i>Lecture sur mire ordinaire</i>	104
4.1.2.4 <i>Niveaux numériques, mires code-barres</i>	105
4.1.3 Dénivelée élémentaire.....	106
4.1.3.1 <i>Points en dessous du plan de visée</i>	106
4.1.3.2 <i>Points au-dessus du plan de visée</i>	107
4.1.4 Cheminement encadré	108
4.1.4.1 <i>Observations</i>	108
4.1.4.2 <i>Calcul des altitudes</i>	110
4.1.4.3 <i>Algorithme</i>	111
4.1.4.4 <i>Application</i>	112
4.1.5 Point nodal et cheminements nodaux altimétriques	112
4.1.6 Cheminement fermé	113
4.1.7 Nivellement simultané d'un cheminement et de points de détail	115
4.1.8 Précision	116
4.1.8.1 <i>Erreurs parasites</i>	116
4.1.8.2 <i>Erreurs systématiques</i>	117
4.1.8.3 <i>Erreurs accidentelles</i>	118
4.1.8.4 <i>Écart-type</i>	118
4.1.8.5 <i>Vérification et réglage de la collimation</i>	118

4.2 Nivellement géométrique de précision	119
4.2.1 Matériels	119
4.2.1.1 <i>Niveaux à nivelle</i>	119
4.2.1.2 <i>Mire invar à double échelle</i>	121
4.2.1.3 <i>Niveaux automatiques</i>	121
4.2.2 Cheminement aller et retour	122
4.2.3 Cheminement double à doubles stations	123
4.2.4 Cheminement double à doubles points de mire	125
4.2.5 Précision	126
4.2.6 Nivellement géométrique motorisé	127
4.3 Nivellement géodésique	128
4.3.1 Dénivelée instrumentale	128
4.3.2 Niveau apparent	129
4.3.2.1 <i>Correction de sphéricité</i>	129
4.3.2.2 <i>Correction de réfraction</i>	130
4.3.2.3 <i>Correction de niveau apparent</i>	130
4.3.3 Visée unilatérale	130
4.3.4 Visées réciproques non simultanées	130
4.3.5 Visées réciproques simultanées	131
4.4 Nivellement trigonométrique	131
4.4.1 Visée unilatérale	131
4.4.2 Visées réciproques	132
4.4.3 Cheminements	133
4.5 Canevas de nivellement	134
4.5.1 Avant-projet et reconnaissance	134
4.5.2 Projet et matérialisation	135
4.5.3 Observations et calculs	135
4.5.4 Dossier et vérification	136
Chapitre 5. Localisation terrestre	137
5.1 Points de canevas	137
5.1.1 Intersection	137
5.1.2 Relèvement	137
5.1.3 Recoupement	138
5.1.4 Insertion	138
5.1.5 Station libre	138
5.2 Traitement des données	138
5.2.1 Compensation par la méthode des moindres carrés	138
5.2.1.1 Linéarisation des relations d'observation	139

5.2.1.2	Normalisation des relations d'observation	139
5.2.1.3	Résolution du système d'équations normalisées	141
5.2.2	Transformation d'Helmert	141
5.2.3	Calcul en bloc	142
5.3	Canevas polygonal	142
5.3.1	Cheminevements planimétriques	142
5.3.2	Cheminement ouvert	143
5.3.2.1	<i>Observations</i>	143
5.3.2.2	<i>Calculs</i>	144
5.3.3	Cheminement encadré	148
5.3.3.1	<i>Observations</i>	148
5.3.3.2	<i>Calculs</i>	148
5.3.4	Localisation des erreurs parasites.....	154
5.3.4.1	<i>Erreur parasite d'observation sur un angle</i>	154
5.3.4.2	<i>Erreur parasite d'observation sur une distance</i>	156
5.3.4.3	<i>Erreurs simultanées d'angles ou de distances</i>	156
5.3.5	Point nodal et cheminevements nodaux planimétriques.....	157
5.3.5.1	<i>Observations</i>	157
5.3.5.2	<i>Calculs</i>	158
5.3.5.3	<i>Points nodaux multiples</i>	160
5.3.6	Cheminement fermé	161
5.3.6.1	<i>L'orientation et les coordonnées à l'origine sont connues</i>	161
5.3.6.2	<i>Orientation sommaire, origine inconnue</i>	162
5.3.6.3	<i>Origine inconnue, orientation du premier côté strictement imposée</i>	163
5.3.7	Canevas de polygonation.....	163
5.3.7.1	<i>Cheminevements principaux et cheminevements secondaires</i>	163
5.3.7.2	<i>Désignation et matérialisation</i>	164
5.3.8	Observations et calculs	165
5.3.9	Centrage forcé.....	165
Chapitre 6.	Positionnement satellitaire	167
6.1	Introduction	167
6.2	Rappel sur les réseaux géodésiques	168
6.3	Composition du système	168
6.3.1	Le secteur Espace	168
6.3.1.1	<i>NAVSTAR GPS</i>	168
6.3.1.2	<i>GLONASS</i>	169
6.3.1.3	<i>GALILEO</i>	169

6.3.2	Le secteur Contrôle	170
6.3.3	Le secteur Utilisateur	170
6.4	Mesures GNSS	172
6.4.1	Principe théorique	172
6.4.2	Principe de la mesure de distance	172
6.4.3	Le signal émis par un satellite GNSS	172
6.4.4	La mesure de distance par le code (pseudo-distance)	173
6.4.5	La mesure de distance par la phase	174
6.5	Erreurs	175
6.5.1	Erreurs dues aux satellites	175
6.5.2	Erreurs dues à la propagation du signal	175
6.5.3	Erreurs dues au récepteur	177
6.6	Le mode différentiel	178
6.6.1	Simple différence	178
6.6.2	Double différence	179
6.6.3	Triple différence	179
6.7	Positionnement GNSS absolu	180
6.8	Positionnement GNSS différentiel post-traité	181
6.8.1	Positionnement différentiel statique post-traité	181
6.8.1.1	<i>Le statique</i>	182
6.8.1.2	<i>Le statique rapide</i>	182
6.8.2	Positionnement différentiel cinématique post-traité (PPK)	182
6.9	Positionnement GNSS différentiel temps réel	184
6.9.1	Principe du temps réel	184
6.9.2	Positionnement différentiel cinématique par la phase (RTK)	184
6.9.3	Positionnement différentiel cinématique par le code (DGPS)	185
6.10	Les réseaux permanents	187
6.10.1	Intérêt	187
6.10.2	Le réseau GNSS permanent	187
6.10.3	Les réseaux temps réel	188
6.11	Missions pour la création de canevas GNSS	189
6.11.1	Procédure de création d'un canevas GNSS : le pivot central	189
6.11.1.1	<i>Principe</i>	189
6.11.1.2	<i>Mise en place des points de canevas</i>	190
6.11.1.3	<i>Choix du pivot central</i>	190
6.11.2	Rattachement altimétrique	191
6.11.3	Rattachement GNSS à un système local	191
6.11.4	Planification et organisation	192

6.12 Qualité des mesures	193
6.12.1 DOP	193
6.12.2 Redondance	194
6.12.3 Temps d'observation	195
6.13 Post-traitement des observations	195
6.13.1 Transfert des données	195
6.13.2 Calcul et validation des lignes de base	196
6.13.2.1 <i>Choix du point fondamental</i>	196
6.13.2.2 <i>Choix et calcul des vecteurs</i>	196
6.13.3 Ajustement.....	197
6.13.4 Adaptation	197
Chapitre 7. Levé des détails et implantations	199
7.1 Levé des détails planimétriques	199
7.1.1 Points à lever	199
7.1.2 Reconnaissance	200
7.1.3 Techniques de levé	201
7.1.3.1 <i>Limites et points</i>	201
7.1.3.2 <i>Abscisses et ordonnées</i>	202
7.1.3.3 <i>Multilatération des détails</i>	206
7.1.3.4 <i>Rayonnement</i>	206
7.1.4. Saisie des données	207
7.1.5 Nuage de points 3D par scanner	210
7.2 Levé du relief	211
7.2.1 Lignes caractéristiques et semis de points	211
7.2.2 Balayage et quadrillage	213
7.2.3 Profils.....	213
7.3 Tachéométrie	214
7.3.1 Instruments	214
7.3.2 Méthodologie.....	218
7.3.3 Observations	219
7.3.4 Enregistrement.....	222
7.3.5 Géocodification	223
7.4 Implantations	224
7.4.1 Caractères généraux	224
7.4.2 Alignements	224
7.4.2.1 <i>Points alignés</i>	224
7.4.2.2 <i>Parallèle à un mur</i>	225

7.4.3	Arcs de cercle tangents à des alignements droits	226
7.4.3.1	<i>Points de tangence</i>	226
7.4.3.2	<i>Abscisses et ordonnées</i>	227
7.4.3.3	<i>Implantation polaire</i>	229
7.4.3.4	<i>Intersection</i>	230
7.4.3.5	<i>Raccordement circulaire double</i>	231
7.4.4	Clothoïde	232
7.4.4.1	<i>Caractéristiques géométriques et formules</i>	232
7.4.4.2	<i>Calculs des éléments d'implantation</i>	233
7.4.5	Piquetage planimétrique	235
7.4.6	Repères altimétriques	236
7.4.7	Chronologie des travaux d'implantation	237

Chapitre 8. Travaux topographiques spécifiques..... 241

8.1	Bâtiment	241
8.1.1	Levé d'intérieur	241
8.1.1.1	<i>Saisie manuelle</i>	241
8.1.1.2	<i>Chaîne numérique</i>	243
8.1.2	Levé des façades	243
8.1.3	Contrôles de verticalité	244
8.1.3.1	<i>Piliers et poteaux</i>	244
8.1.3.2	<i>Façades planes</i>	245
8.1.4	Chaises	245
8.1.5	Le GPS dans le monde de la construction	245
8.2	Travaux publics	246
8.2.1	Entrées en terre et gabarits de talutage	246
8.2.2	Localisation et guidage des engins de chantier	248
8.3	Topographie souterraine	249
8.3.1	Transfert au fond des canevas du jour	249
8.3.2	Creusement d'une galerie	251
8.3.3	Contrôle des profils en travers	252
8.4	Métopologie	252
8.4.1	Métopologie géodésique	252
8.4.1.1	<i>Autocollimation</i>	253
8.4.1.2	<i>Rayonnement spatial</i>	254
8.4.1.3	<i>Intersection spatiale</i>	254
8.4.1.4	<i>Nivellement géométrique de très haute précision</i>	255
8.4.2	Métopologie photogrammétrique	255
8.4.3	Auscultation d'ouvrage	256

8.5	Photogrammétrie	256
8.5.1	Prise de vue et clichés	256
8.5.2	Photo-interprétation	258
8.5.3	Stéréophotogrammétrie	258
8.6	Bathymétrie	261
8.7	SIG	262
8.7.1	Les données d'un SIG	262
8.7.2	Les utilisations d'un SIG	263
8.7.3	Architecture et fonctionnalités	263
8.7.4	Modélisation et articulation des données	265
8.7.5	Les sources de données	265
 Chapitre 9. Calculs topométriques		267
9.1	Modes de calcul	267
9.1.1	Rappels mathématiques	267
9.1.1.1	<i>Trigonométrie circulaire</i>	267
9.1.1.2	<i>Équation du second degré</i>	271
9.1.1.3	<i>Développements limités</i>	271
9.1.1.4	<i>Dérivées et différentielles</i>	271
9.1.1.5	<i>Géométrie</i>	273
9.1.2	Calcul séquentiel	275
9.1.3	Traitement informatique	278
9.2	Coordonnées	278
9.2.1	Conversions	278
9.2.1.1	<i>Conversion des coordonnées polaires en coordonnées rectangulaires (P → R)</i>	278
9.2.1.2	<i>Conversion des coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires (R → P)</i>	279
9.2.1.3	<i>Application</i>	280
9.2.1.4	<i>Distance d'un point à une droite</i>	282
9.2.2	G0 de station	282
9.2.3	Stations excentrées	284
9.2.4	Rattachement – rabattement	286
9.2.5	Changement de repère orthonormé	287
9.2.5.1	<i>Angle des repères</i>	287
9.2.5.2	<i>Formules</i>	288
9.2.5.3	<i>Algorithme</i>	289
9.2.5.4	<i>Application</i>	291

9.3	Intersections de droites et de cercles	293
9.3.1	Intersection de deux visées.....	293
9.3.2	Intersection de deux droites	294
9.3.3	Intersection de deux cercles	296
9.3.4	Centre et rayon d'un cercle défini par les coordonnées de trois de ses points	297
9.3.5	Relèvement sur trois points	297
9.3.5.1	<i>Intersection des arcs capables</i>	298
9.3.5.2	<i>Relèvement italien</i>	301
9.3.5.3	<i>Formule de Delambre</i>	302
9.3.6	Relèvement double.....	303
9.3.7	Intersection d'une droite et d'un cercle.....	304
9.3.8	Intersection d'une visée et d'un arc capable	305
9.4	Superficies	305
9.4.1	Superficies graphiques	305
9.4.1.1	<i>Décomposition d'un polygone en triangles et en trapèzes</i>	305
9.4.1.2	<i>Surfaces à limites sinueuses</i>	306
9.4.1.3	<i>Planimètres</i>	306
9.4.1.4	<i>Surfaces digitalisées</i>	309
9.4.1.5	<i>Jeu du papier</i>	310
9.4.2	Superficies numériques élémentaires.....	312
9.4.2.1	<i>Triangles</i>	312
9.4.2.2	<i>Trapèzes</i>	314
9.4.2.3	<i>Quadrilatères</i>	316
9.4.2.4	<i>Secteur et segment circulaires</i>	317
9.4.3	Superficie d'un polygone défini en coordonnées polaires	317
9.4.4	Superficie d'un polygone défini en coordonnées rectangulaires	319
9.4.4.1	<i>Superficie positive</i>	319
9.4.4.2	<i>Superficie négative</i>	320
9.4.4.3	<i>Polygone quelconque</i>	320
9.4.5	Formule polygonale ou formule de Sarron	322
9.4.5.1	Notations	322
9.4.5.2	Formule	322
9.4.5.3	Calcul direct du côté inconnu	325
9.4.5.4	Calcul des angles inconnus	326
9.4.5.5	Arrondis et troncatures	327
9.4.6	Redressement des limites.....	327
9.4.6.1	Segment de redressement	327
9.4.6.2	Ligne brisée	328
9.5	Divisions des surfaces	330
9.5.1	Triangles	330

9.5.2	Trapèzes	335
9.5.3	Quadrilatères	337
9.6	Calculs itératifs	344
9.6.1	Racines d'une équation à une inconnue	344
9.6.1.1	<i>Approximations successives</i>	344
9.6.1.2	<i>Linéarisation ou méthode de Newton</i>	345
9.6.1.3	<i>Dichotomie</i>	346
9.6.1.4	<i>Incrémentation</i>	347
9.6.2	Algorithmes itératifs	348
Chapitre 10.	Dessins et plans	353
10.1	Dessins	353
10.1.1	Minutes et calques	353
10.1.2	Reports par multilatération	354
10.1.3	Quadrillage et points connus en coordonnées ; échelles 1/100 à 1/5 000	357
10.1.4	Dessin des courbes de niveau	359
10.1.5	Profils	360
10.1.5.1	<i>Tracé en plan</i>	360
10.1.5.2	<i>Profil en long</i>	364
10.1.5.3	<i>Profils en travers</i>	369
10.1.6	Cubature des terrassements	374
10.1.6.1	<i>Principe</i>	374
10.1.6.2	<i>Moyenne des aires</i>	375
10.1.6.3	<i>Distances des profils encadrants à la ligne de passage</i>	377
10.1.6.4	<i>Moyenne des entre-profils</i>	378
10.1.6.5	<i>Cubature simplifiée</i>	382
10.2	Plans numériques	383
10.2.1	Infographie	383
10.2.1.1	<i>Levé et saisie des données</i>	384
10.2.1.2	<i>Constitution du fichier-points</i>	384
10.2.1.3	<i>Établissement du fichier-dessin</i>	384
10.2.1.4	<i>Dessins</i>	385
10.2.1.5	<i>Incorporation des résultats dans un SIG</i>	385
10.2.2	Les logiciels	385
10.2.2.1	<i>La modélisation</i>	385
10.2.2.2	<i>Les entités</i>	386
10.2.2.3	<i>Les commandes utiles</i>	387
10.2.3	Interactivité	387

10.3 Plans numérisés	387
10.4 Présentation	388
10.4.1 Formats	388
10.4.2 Habillage	389
10.4.3 Indications	389
10.4.4 Exemples	390
Index	393

Chapitre 1

Connaissances de base

1.1 Travaux topographiques

La *topographie* est la technique qui a pour objet l'exécution, l'exploitation et le contrôle des observations concernant la position planimétrique et altimétrique, la forme, les dimensions et l'identification des éléments concrets, fixes et durables, existant à la surface du sol à un moment donné ; elle fait appel à l'électronique, à l'informatique et aux constellations de satellites.

La *planimétrie* est la représentation en projection plane de l'ensemble des détails à deux dimensions du plan topographique ; par extension, c'est aussi l'exécution des observations correspondantes et leur exploitation.

L'*altimétrie* est la représentation du relief sur un plan ou une carte ; par extension, c'est aussi l'exécution des observations correspondantes et leur exploitation.

Les travaux topographiques peuvent être classés en six grandes catégories suivant l'ordre chronologique de leur exécution.

1.1.1 Le levé topographique

C'est l'ensemble des opérations destinées à recueillir sur le terrain les éléments nécessaires à l'établissement d'un plan ou d'une carte.

Un levé est réalisé à partir d'*observations* : actions d'observer au moyen d'un instrument permettant des mesures ; par extension, « les observations » désignent souvent les résultats de ces mesures.

La phase d'un levé topographique, ou d'une implantation (§ 1.1.5), qui fournit ou utilise les valeurs numériques de tous les éléments planimétriques et altimétriques est appelée *topométrie* ; généralement, la topométrie est la technique de levé ou d'implantation mise en œuvre aux grandes et très grandes échelles (§ 1.1.3).

1.1.2 Les calculs topométriques

Ils traitent numériquement les observations d'angles, de distances et de dénivelées, pour fournir les *coordonnées rectangulaires* planes : abscisse E, ordonnée N et les *altitudes* H des points du terrain, ainsi que les *superficies* ; en retour, les calculs topométriques exploitent ces valeurs pour déterminer les angles, distances, dénivelées non mesurées, afin de permettre notamment les implantations.

1.1.3 Les dessins topographiques

L'*échelle* (E) d'un plan ou d'une carte est le rapport constant entre une distance mesurée sur le papier (P) et la distance homologue du terrain (T) : $\frac{P}{T} = \frac{1}{E}$.

On distingue trois types d'échelles :

- petite échelle : $100\ 000 \leq E$;
- moyenne échelle : $10\ 000 \leq E \leq 100\ 000$;
- grande échelle : $E < 10\ 000$, en général $\frac{1}{5\ 000}$, $\frac{1}{2\ 000}$, $\frac{1}{1\ 000}$, l'appellation « très grande échelle » s'appliquant plutôt au $\frac{1}{500}$, $\frac{1}{200}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{50}$.

Un dessin topographique est la représentation conventionnelle du terrain à grande échelle. Selon le mode de saisie des données et le mode de traitement numérique et graphique mis en œuvre, on peut distinguer trois types de plans :

- le *plan graphique*, représentation obtenue en reportant les divers éléments descriptifs du terrain sur un support approprié quel que soit le mode d'établissement. Établi par « dessin au trait », sa précision d'exploitation est au mieux de 0,1 mm, valeur qui conditionne en amont la précision des observations (à l'échelle 1/1 000, les dimensions du terrain inférieures à 10 cm ne peuvent être représentées) et en aval leur exploitation (à l'échelle 1/1 000, il est illusoire d'espérer évaluer une distance terrain à mieux que le décimètre) ;
- le *plan numérique* est le fichier informatique des coordonnées des points et des éléments descriptifs du terrain, quel que soit le mode d'établissement ; ce fichier autorise le dessin du plan à différentes échelles à l'aide de traceurs de dessin assisté par ordinateur (DAO), la précision, *indépendante de l'échelle*, étant au mieux celle de la saisie des données ;
- le *plan numérisé* est un plan numérique dont une partie des données provient d'un plan graphique.

L'appellation *plan topographique* s'applique généralement au plan qui représente les éléments planimétriques apparents, naturels ou artificiels, du terrain et porte la représentation conventionnelle de l'altimétrie.

1.1.4 Projets d'aménagement

Ce sont les projets qui modifient la planimétrie et l'altimétrie d'un terrain : aménagements fonciers comme le remembrement avec les travaux connexes, lotissements avec l'étude de voirie et réseaux divers (VRD), tracés routiers et ferroviaires, gestion des eaux : drainage, irrigation, canaux, fossés, etc.

1.1.5 Implantations

Les projets d'aménagement sont des « produits intellectuels », établis généralement à partir de données topographiques, qui doivent être réalisés sur le terrain. Pour ce faire, le topographe implante, autrement dit met en place sur le terrain, les éléments planimétriques et altimétriques nécessaires à cette réalisation.

1.1.6 Suivi et contrôle des ouvrages

Les ouvrages d'art une fois construits demandent souvent un suivi, c'est-à-dire une *auscultation*, à intervalles de temps plus ou moins réguliers suivant leur destination : digues, ponts, affaissements, etc. Les travaux topographiques correspondants débouchent généralement sur les mesures des variations des coordonnées ENH de points rigoureusement définis, suivies de traitements numériques divers constatant un état et éventuellement prévoyant une évolution. Les travaux topographiques sont très informatisés, à la fois par des *progiciels*, programmes standards répondant à des besoins prédéfinis auxquels l'utilisateur doit s'adapter, et par des *logiciels* programmes spécifiques adaptés aux besoins propres de l'utilisateur.

1.2 Les systèmes de coordonnées

1.2.1 Coordonnées cartésiennes géocentriques X, Y, Z

La géodésie tridimensionnelle résout les problèmes de la représentation de la Terre, sans intervention d'hypothèse concernant sa forme, en utilisant un système à trois dimensions défini par un trièdre trirectangle, à coordonnées cartésiennes appelées *géocentriques*.

Le référentiel terrestre est un référentiel orthonormé direct dont l'origine est le centre d'inertie O de la Terre (figure 1.1), le plan OXY le plan de l'équateur, le plan OXZ le plan du méridien de Greenwich ; l'axe OZ est confondu avec l'axe de rotation de la Terre.

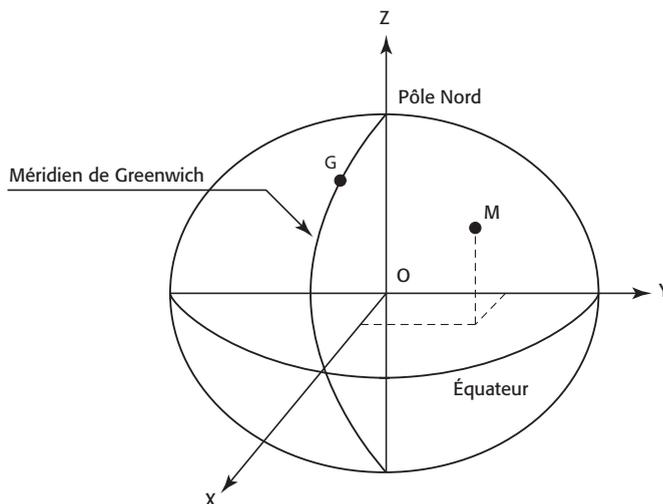


Figure 1.1. Coordonnées géocentriques.

1.2.2 Coordonnées géographiques λ, ϕ, h

La *surface topographique*, limite entre la terre solide et l’atmosphère ou les océans, est, à une dizaine de kilomètres près, proche d’un volume mathématique connu : l’*ellipsoïde* de révolution, volume engendré par une ellipse tournant autour de son petit axe (figure 1.2).

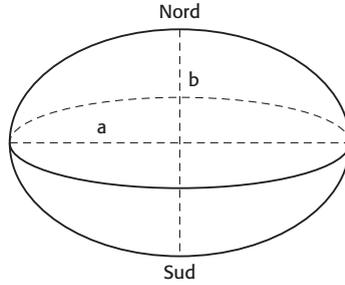


Figure 1.2. Ellipsoïde.

Il est défini par la valeur du demi-grand axe a et du demi-petit axe b ou l’inverse de l’aplatissement valant $\frac{1}{f} = \frac{a-b}{a}$.

Plusieurs ellipsoïdes existent, suivant le système géodésique auquel ils sont associés. Le RGF93 (Réseau géodésique français, commencé en 1993), réseau légal de référence depuis le 1^{er} février 2001 (décret du 26 décembre 2000) pour les superficies supérieures à 10 000 m² ou dont la plus grande longueur excède 500 m, s’appuie sur l’ellipsoïde international *AIG-GRS 80* (Association internationale de géodésie, *Geodetic Reference System*, adopté en 1980).

La Nouvelle Triangulation de la France (NTF), en vigueur jusqu’au 31 janvier 2001, utilisait comme ellipsoïde de référence l’ellipsoïde de Clarke 1880 de l’Institut géographique national. Le *méridien* géodésique d’un point est le plan contenant le lieu et le petit axe de l’ellipsoïde de référence ; par extension, c’est son intersection avec l’ellipsoïde (figure 1.3).

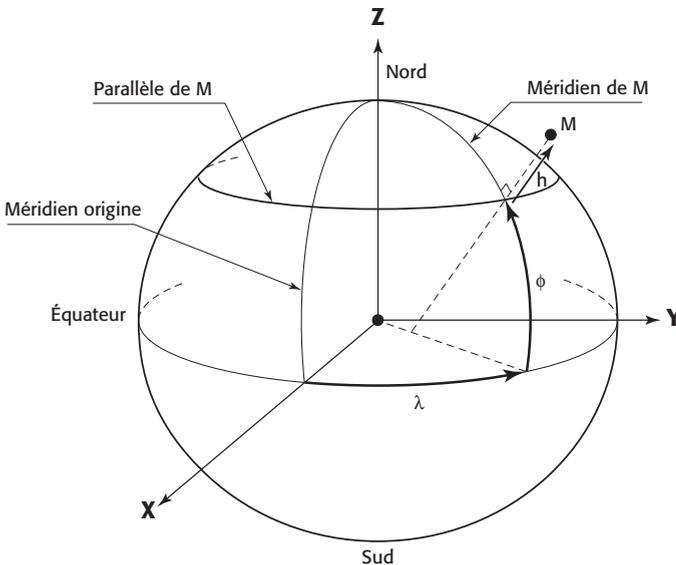


Figure 1.3. Coordonnées géographiques.

Le *parallèle* d'un point est le cercle intersection de l'ellipsoïde avec le plan perpendiculaire à l'axe des pôles contenant le point.

Les *coordonnées géographiques* d'un point M, qui permettent de le positionner, sont :

- la *longitude géodésique* λ , angle du méridien du lieu avec le méridien origine ;
- la *latitude géodésique* φ est l'angle que fait la normale en un point à l'ellipsoïde avec le plan de l'équateur, ce dernier étant le plus grand cercle de l'ellipsoïde dont le plan est perpendiculaire à la ligne des pôles ;
- la *hauteur ellipsoïdale* h , hauteur entre le point et le pied de la normale à l'ellipsoïde.

Les longitudes sont comptées en degrés sexagésimaux ou en grades, à l'est ou à l'ouest du méridien origine, lequel dépend du système géodésique utilisé. Il s'agit du méridien international de Greenwich pour le RGF93 et de celui de l'Observatoire de Paris pour l'ancienne NTF. La longitude de ce dernier par rapport au méridien international est de $2^{\circ}20'14.02500''$.

Réseau géodésique	Ellipsoïde	a (m)	b (m)	1/f	Méridien origine	Unités
RGF93	AIG-GRS 80	6 378 137	6 356 752.314	298.257222101	Greenwich	° ' "
NTF	Clarke 1880	6 378 249.2	6 356 515.0	293.4660208	Paris	gon

1.2.3 Coordonnées planes E, N

1.2.3.1 Systèmes de projection

Pour pallier l'inconvénient de coordonnées en unités d'angle, on utilise les coordonnées planes ou rectangulaires en mètres. Elles sont obtenues par un système de projection, établissant une correspondance entre un point de l'ellipsoïde et ses coordonnées géographiques λ et φ avec les coordonnées planes rectangulaires E, N de ce même point dans le repère ortho-normé de la projection. Les principaux systèmes sont coniques ou cylindriques : l'ellipsoïde est projeté sur un cône ou un cylindre tangent à l'ellipsoïde le long d'un méridien ou d'un parallèle (figure 1.4).

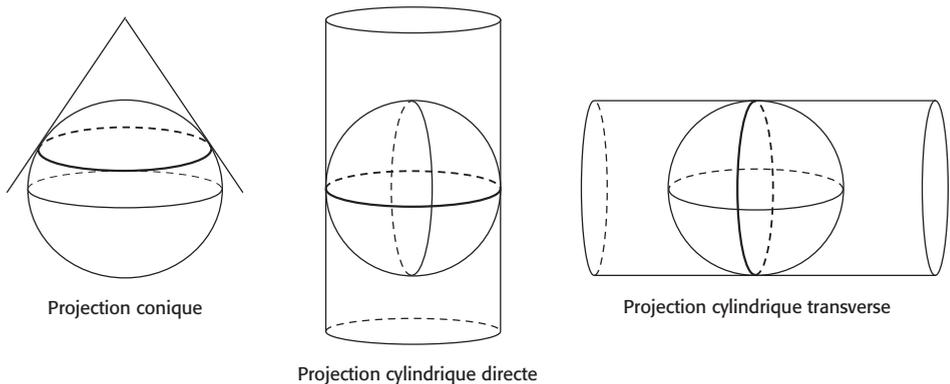


Figure 1.4. Projections conique et cylindrique.

L'ellipsoïde n'étant pas développable sur un plan, aucun système de projection ne peut se faire sans déformation.

Les quelque 200 systèmes de projection peuvent être classés en 3 groupes :

- les *systèmes conformes* qui conservent les angles, ce sont les plus utilisés ; l'image d'un cercle reste un cercle dans le plan de projection ;
- les *systèmes équivalents* qui conservent les superficies mais pas les angles ; l'image d'un cercle devient une ellipse de même aire ;
- les autres systèmes, encore appelés *projections aphyllactiques*, qui ne sont ni conformes ni équivalents.

1.2.3.2 Lambert Zone

En 1772, le Mulhousien J.-H. Lambert publia les bases mathématiques d'une projection conique conforme tangente que l'on peut schématiser par le développement en plan d'un cône de sommet S tangent à l'ellipsoïde le long d'un parallèle origine de latitude géodésique φ_0 (figure 1.5).

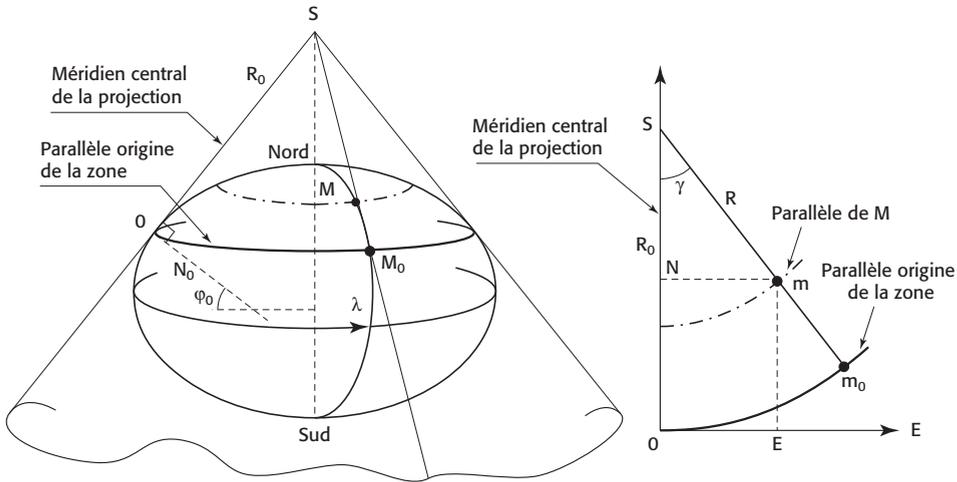


Figure 1.5. Projection Lambert Zone.

Les images des méridiens sont des droites concourantes en S, sommet du cône et image du pôle ; les parallèles sont représentés par des cercles concentriques de centre S et de rayons R, ces derniers étant *calculés de sorte que la représentation soit conforme*.

L'angle γ du méridien de longitude λ est appelé *convergence des méridiens* et vaut :

$$\gamma = (\lambda - \lambda_0) \cdot \sin \varphi_0,$$

avec λ_0 longitude du méridien central de la projection, soit Paris, et φ_0 latitude du parallèle origine.

On appelle *module linéaire* le rapport entre une longueur en projection plane D_L et cette même longueur sur l'ellipsoïde D_0 , soit $m = \frac{D_L}{D_0}$. L'altération linéaire correspond à la variation des longueurs dans la représentation : $c_L = \frac{D_L - D_0}{D_0}$ souvent exprimée en parties par million (ppm) ou millimètres par kilomètre (mm/km).

Afin de limiter l'altération linéaire pour les zones éloignées du parallèle origine, on utilise trois systèmes : Lambert I ou Nord, II ou Centre, III ou Sud pour l'Hexagone (figure 1.6) et un quatrième pour la Corse, ayant comme parallèles origines respectifs ceux de latitudes 55 gon, 52 gon, 49 gon et 46,85 gon ; en outre, pour limiter encore plus les déformations, on applique un facteur d'échelle à ces projections tangentes : chaque zone a donc deux parallèles d'échelle conservée ϕ_1 et ϕ_2 , ou parallèles de déformation linéaire nulle (comme si le cône était sécant à l'ellipsoïde). L'altération linéaire maximum est ainsi de 25 cm/km soit 250 ppm.

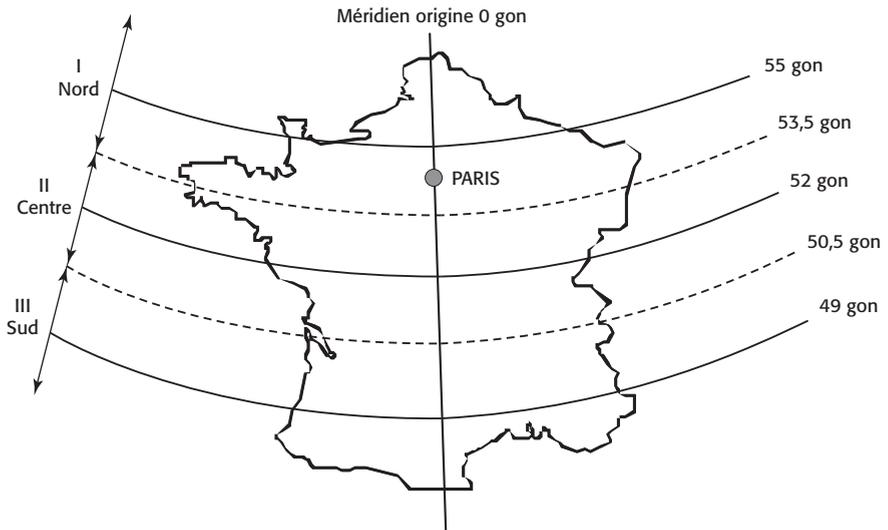


Figure 1.6. Lambert I, II, III.

Pour le territoire métropolitain, les intersections du méridien de Paris avec les parallèles centraux sont les origines des quadrillages respectifs I, II, III ; de manière à supprimer les coordonnées négatives et à identifier clairement le Lambert concerné, ces origines ont été affectées des coordonnées suivantes :

Lambert I	$E_0 = 600\,000\text{ m}$	$N_0 = 1\,200\,000\text{ m}$
Lambert II	$E_0 = 600\,000\text{ m}$	$N_0 = 2\,200\,000\text{ m}$
Lambert III	$E_0 = 600\,000\text{ m}$	$N_0 = 3\,200\,000\text{ m}$

Afin de pallier, pour certains usages, les inconvénients indéniables de la division du territoire en quatre zones Lambert, il a été décidé en 1973 d'adopter un quadrillage unique qui ne se substitue pas aux autres mais s'y ajoute. Le système Lambert II étendu est l'extension du Lambert II à l'ensemble du territoire métropolitain et à la Corse. Dans les zones I, III, IV, il coexiste avec le système local, car seul le quadrillage est étendu, chaque zone conservant sa projection ; les altérations linéaires sont évidemment importantes aux extrêmes Nord et Sud, de l'ordre du mètre par kilomètre.

Exemple

Le point du RBF (Réseau de base français) de Villers-lès-Nancy 5457802 a pour coordonnées (transformées) Lambert 1 : $E = 878\,960,80\text{ m}$ et $N = 1\,113\,287,34\text{ m}$.

1.2.3.3 Lambert 93

C'est une projection unique pour tout le territoire métropolitain, associée au RGF93, de type Lambert, dont les paramètres n'ont rien de commun avec les Lambert I, II, III et IV.

Développée à partir de l'ellipsoïde AIG-GRS 80, c'est une projection conique conforme sécante dont les caractéristiques essentielles sont :

- méridien central $\lambda_0 = 3^\circ$ Est Greenwich ;
- latitude du parallèle origine $\varphi_0 = 46^\circ 30'$ N ;
- parallèles d'échelle conservée $\varphi_1 = 44^\circ$ N, $\varphi_2 = 49^\circ$ N ;
- origine des coordonnées $E_0 = 700\,000$ m, $N_0 = 6\,600\,000$ m.

Si l'avantage de la projection unique est évident, notamment pour les Systèmes d'information géographique (SIG) lors des échanges de données numériques, l'inconvénient principal réside dans l'importance de l'altération linéaire aux limites de la projection et en particulier la variation kilométrique dans le sens Nord-Sud, pouvant atteindre plus de 3,5 m/km.

Exemple

Le point précédent 5457802 a pour coordonnées Lambert 93 E = 930 082,65 m et N = 6 844 209,75 m.

1.2.3.4 Conique conforme 9 zones (CC 9 zones)

Afin de pallier l'inconvénient des altérations linéaires importantes du Lambert 93, neuf nouvelles projections (CCxx) ont été créées, suite au décret n° 2006-272 du 3 mars 2006, modifiant le décret du 26 décembre 2000.

Ce sont des projections coniques conformes sécantes de type Lambert, centrées sur un parallèle de latitude ronde, de 42° Nord (CC42 – 1^{re} zone) à 50° Nord (CC50 – 9^e zone) et ayant une emprise de 1° de latitude de part et d'autre du parallèle origine (figure 1.7). Chaque zone est ainsi recouverte par la moitié de la précédente et la moitié de la suivante.

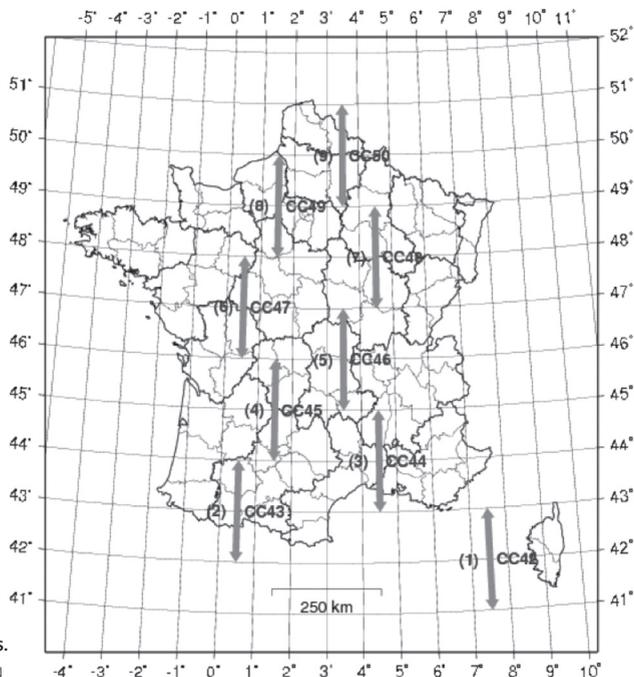


Figure 1.7.
Projections CC 9 zones.

Les altérations linéaires sont ainsi fortement réduites, de -80 à $+70$ ppm environ. Le méridien central est le même que le Lambert 93. Les coordonnées affectées à l'origine valent $1\,700$ km et N° zone $+200$ km.

Exemple

Le point 5457802 a pour coordonnées CC49 : E = $1\,930\,118,818$ m et N = $8\,166\,604,798$ m.

1.2.3.5 Projection UTM (Universal Transverse Mercator)

La projection de Mercator étant le développement d'un cylindre tangent à l'ellipsoïde le long de l'équateur, la projection de Mercator Transverse est le développement d'un cylindre tangent à l'ellipsoïde le long d'un méridien (figure 1.8). Utilisée en Allemagne sous le nom de Gauss-Krüger, elle est associée au système géodésique ED50 (European Datum 1950) et s'appuie sur l'ellipsoïde de Hayford 1909.

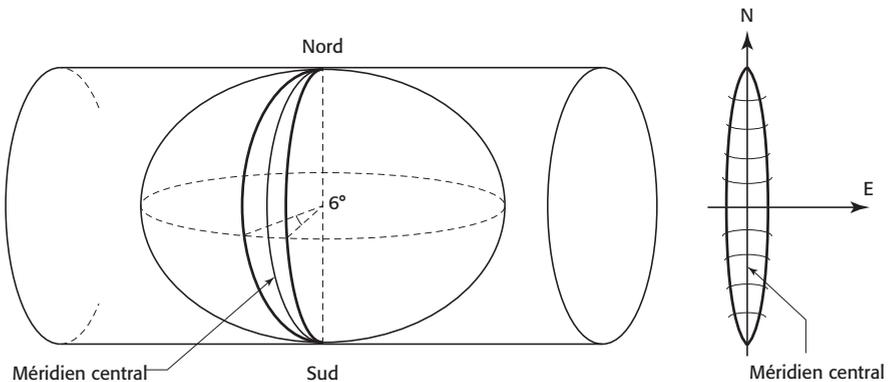


Figure 1.8. Projection UTM.

La Terre est divisée en 60 fuseaux identiques, d'où le qualificatif « *Universal* », de 6° de longitude soit 3° de part et d'autre du méridien central représenté par une droite perpendiculaire à l'équateur rectiligne ; la projection étant conforme, l'aspect des méridiens et des parallèles est celui de la figure 1.8.

La numérotation des fuseaux croît d'ouest en est, de 1 à 60 en partant de $\lambda = 180^\circ$; le méridien de Greenwich forme la limite entre les fuseaux 30 et 31, ce qui fait que la France est concernée par les fuseaux 30, 31, 32.

Le méridien origine d'un fuseau est pris comme axe Nord du quadrillage, l'équateur comme axe Est ; les coordonnées de leur intersection valent E = $500\,000$ m, N = 0 m pour l'hémisphère Nord, N = $10\,000\,000$ m pour l'hémisphère Sud, de manière à supprimer les coordonnées négatives.

La projection UTM est également utilisée par le système WGS84, avec l'ellipsoïde international.

1.2.3.6 Paramètres des différents systèmes

Système géodésique	Projection	Ellipsoïde associé	Méridien central de la projection λ_0	Parallèle origine ϕ_0	Parallèle d'échelle conservée ϕ_1 ϕ_2	Facteur d'échelle k_0	E_0 (km)	N_0 (km)
NTF	Lambert I	Clarke 1880	Paris	55 gon	48°35'54,682" 50°23'45,282"	0,99987734	600	1 200
NTF	Lambert II	Clarke 1880	Paris	52 gon	45°53'56,108" 47°41'45,652"	0,99987742	600	2 200
NTF	Lambert III	Clarke 1880	Paris	49 gon	43°11'57,449" 44°59'45,938"	0,99987750	600	3 200
NTF	Lambert IV	Clarke 1880	Paris	46,85 gon	41°33'37,396" 42°46'03,588"	0,99994471	234,358	185,862
RGF93	Lambert 93	AIG GRS80	3° Est Greenwich	46°30' N	44° N 49 °N	0,99905103	700	6 600
RGF93	CCxx zone	AIG GRS80	3° Est Greenwich	xx° N	xx+/- 0,75°		1 700	N°Z+200
ED50	UTM	Hayford	Fuseau 31 3° Est Greenwich	0°	/	0,9996	500	0 (Nord) 10 000 (Sud)

Tous les systèmes de projection déformant les longueurs, les logiciels de traitement numérique corrigent les altérations linéaires correspondantes.

De même, l'orientation observée d'une direction est modifiée par la correction de dV : angle entre la géodésique, courbe image de la visée dans le système de projection et la droite joignant les extrémités.

1.2.4 Transformation de coordonnées

1.2.4.1 Coordonnées géographiques $\lambda, \phi \Leftrightarrow$ planes E, N

Les formules sont spécifiques à chaque projection. Pour les Lambert Zone par exemple, l'algorithme de transformation directe $\lambda, \phi \Rightarrow E, N$ est le suivant :

– excentricité :
$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{a - b}{a} \left(2 - \frac{a - b}{a} \right)} ;$$

– grande normale du parallèle origine :

$$N_0 = \frac{a}{\sqrt{1 - (e \cdot \sin \phi_0)^2}} ;$$

avec ϕ_0 latitude du parallèle origine ;

– rayon du parallèle origine dans la projection : $R_0 = \frac{k_0 \cdot N_0}{\tan \phi_0}$; k_0 facteur d'échelle de la projection ;

– latitude isométrique L_0 du parallèle origine de latitude ϕ_0 qui traduit la conformité de la projection :

$$L_0 = \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_0}{2} \right) - \frac{e}{2} \cdot \ln \frac{1 + e \cdot \sin \phi_0}{1 - e \cdot \sin \phi_0} ;$$

– constante : $C = R_0 \cdot \exp(L_0 \cdot \sin \phi_0)$, avec exp notation de l'exponentielle népérienne ;

– latitude isométrique L pour la latitude ϕ :

$$L = \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) - \frac{e}{2} \cdot \ln \frac{1 + e \cdot \sin \phi}{1 - e \cdot \sin \phi} ;$$

- $R = C \cdot \exp(-L \cdot \sin \varphi_0)$;
- coordonnées Lambert : $E = E_0 + R \cdot \sin \gamma$, $N = N_0 + R_0 - R \cdot \cos \gamma$

Exemple

À Nancy, le point de coordonnées géographiques $\lambda = 6^\circ 11' 35''$ Est Greenwich et $\phi = 48^\circ 41' 29''$ Nord a pour coordonnées planes Lambert 1 : $E = 883\,759,82$ m et $N = 1\,117\,342,99$ m.

La transformation inverse $E, N \Rightarrow \lambda, \phi$ est calculée par les formules :

$$\gamma = \arctan\left(\frac{E - E_0}{R_0 - (N - N_0)}\right) ;$$

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{\gamma}{\sin \varphi_0} ;$$

$$R = \sqrt{(E - E_0)^2 + [R_0 - (N - N_0)]^2} ;$$

$$L = -\frac{1}{\sin \varphi_0} \cdot \ln \frac{R}{C} ;$$

$$L - \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) + \frac{e}{2} \cdot \ln \frac{1 + e \cdot \sin \phi}{1 - e \cdot \sin \phi} = 0,$$

équation résolue par calculs itératifs (§ 9.6).

En pratique, ces transformations sont traitées en calcul automatique par logiciels.

1.2.4.2 Changement de système géodésique

Le passage de coordonnées d'un système géodésique à un autre se fait suivant le schéma de la figure 1.9 :

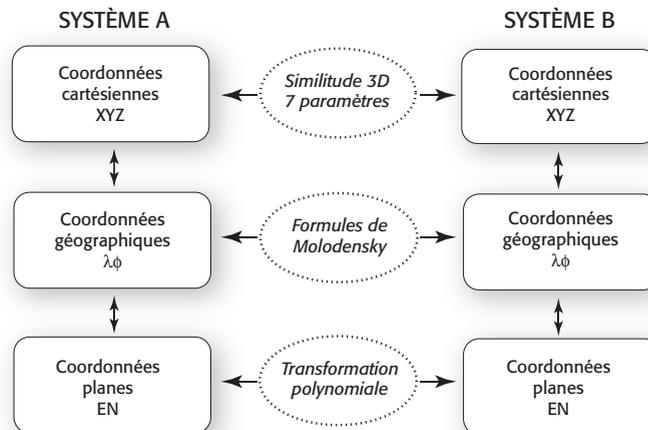


Figure 1.9. Transformation de coordonnées.

Document IGN

Les formules de Molodensky nécessitant des formules différentes pour les deux sens de passage et la transformation polynomiale ne pouvant s'appliquer que sur une zone limitée pour conserver la précision, c'est en pratique la similitude 3D la méthode de transformation de coordonnées la plus utilisée.

Elle est composée d'une translation T (déplacement du centre du premier repère vers le second), d'une rotation, amenant les axes du premier repère parallèles à ceux du second et d'une homothétie, soit 7 paramètres :

- T_X, T_Y, T_Z de translation ;
- $\epsilon_X, \epsilon_Y, \epsilon_Z$ de rotation ;
- k , facteur d'échelle.

Les coordonnées d'un point dans le système B seront alors calculées par la formule suivante :

$$\begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \epsilon_Z & -\epsilon_Y \\ -\epsilon_Z & 0 & \epsilon_X \\ \epsilon_Y & -\epsilon_X & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix}$$

Pour le cas particulier d'un passage de la NTF vers le RGF93, la transformation se fait au moyen d'une grille de paramètres, appelée *GR3D97A*. Cette grille au format ASCII fournit les paramètres de translation T_X, T_Y, T_Z par interpolation à partir d'un semis de points espacés de $0,1^\circ$ en longitude et en latitude. Aucune rotation ou changement d'échelle n'ont en effet été mis en évidence. Ces 3 valeurs correspondent donc aux coordonnées de l'origine de la NTF dans le RGF93. La précision de cette transformation-grille est en moyenne de 5 cm.

LIGN met à disposition gratuitement des outils de conversion de coordonnées ; CIRCE est un logiciel permettant de réaliser la plupart des transformations utiles en France : il est possible d'obtenir des coordonnées planes (Lambert Zone, 93, CC 9 zones, UTM...) et des coordonnées géographiques dans les différents systèmes : NTF, RGF93, ED50, WGS84. L'opération est réalisée sur un point ou un fichier de points. IGNMap permet également un changement de système de coordonnées pour des données raster et vecteurs.

1.3 Systèmes géodésiques

Un système géodésique a pour but de localiser un point dans un référentiel géodésique défini par un repère affine dont le centre est proche du centre des masses de la Terre (§ 1.2.1). L'ensemble des points connus (bornes, clochers, antennes...) dans ce système géodésique forme alors un réseau géodésique.

On distingue les systèmes terrestres, obtenus par triangulation, consistant à mesurer les angles des triangles et quelques distances pour la mise à l'échelle et les systèmes spatiaux, tridimensionnels et géocentriques, obtenus par géodésie spatiale. De nombreux systèmes existent suivant les pays, les règlements, l'amélioration des techniques et leur compatibilité.

1.3.1 Les systèmes terrestres

1.3.1.1 La Nouvelle Triangulation de la France

La NTF, achevée en 1991, a matérialisé le système géodésique de référence légal jusqu'au 31 janvier 2001 ; elle a succédé à la Triangulation des ingénieurs géographes datant du XIX^e siècle, qui elle-même remplaçait celle des Cassini réalisée au XVIII^e siècle. Compte tenu de la durée de réalisation de la NTF, des techniques d'observation et des moyens de calcul de l'époque, les coordonnées des sommets des triangles qui la composent ont été déterminées

selon un ordre chronologique : triangles de chaînes puis triangles complémentaires dits de premier ordre, complétés par des triangles intérieurs fournissant les points de deuxième ordre et ainsi de suite jusqu'au quatrième ordre inclus.

En définitive, la NTF comptait environ 70 000 points répartis sur tout le territoire, soit une densité de l'ordre de 1 point pour 7 km², la précision relative moyenne entre deux points voisins étant égale à 10⁻⁵. Des points dits de cinquième ordre, ou de triangulation complémentaire, se sont ajoutés parfois aux précédents, qui amènent le nombre total à plus de 80 000 points.

L'approximation de l'altitude est le décimètre ou le centimètre selon la nature du point et le mode de nivellement.

Les principales caractéristiques de la NTF sont :

- réalisation bidimensionnelle obtenue par triangulation et mise à l'échelle ;
- utilisation de l'ellipsoïde de Clarke 1880 ;
- méridien origine : Paris, unité : grade ;
- projections associées : Lambert I, II, III et IV.

Les fiches signalétiques de certains points de la NTF (figure 1.10) sont diffusées gratuitement par l'IGN sur le géoportail (www.geoportail.fr) en affichant la couche *sites géodésiques et réseau de détail*. Elles fournissent les coordonnées géographiques et planes *transformées* dans le RGF93 (§ 1.3.2.1).

1.3.1.2 ED50 (European Datum 1950)

Créé après la Seconde Guerre mondiale, il a été établi grâce aux observations terrestres des premier et deuxième ordres de pays de l'Europe occidentale afin d'éviter les incompatibilités aux frontières entre les systèmes nationaux.

Il utilise l'ellipsoïde de Hayford 1909 et la projection UTM. En 1987, des observations de géodésie spatiale ont été ajoutées pour obtenir l'ED87, aujourd'hui remplacé par l'ETRS89.

1.3.2 Les systèmes spatiaux

1.3.2.1 RGF93 (Réseau géodésique français 1993)

Créé à la suite des recommandations du Conseil national de l'information géographique (CNIG) et du développement du positionnement satellitaire, le système RGF93, géocentrique et tridimensionnel, de précision centimétrique, est la réalisation nationale du système européen ETRS89 (*European Terrestrial Reference System 1989*), lui-même cohérent avec le système mondial ITRS.

C'est un réseau géodésique nouveau par rapport aux réseaux qui l'ont précédé, en ce sens qu'il résulte des révolutions technologiques dans le positionnement satellitaire par GPS (*Global Positioning System*) comme dans les moyens de traitement informatique.

Il comprend trois niveaux hiérarchiques :

- le *Réseau de référence français (RRF)*, constitué de 23 sites répartis sur l'ensemble de la France métropolitaine, déterminés par GPS en 1993, de *précision centimétrique* dans le système de référence mondial ITRF93 (*International Earth Rotation Service Terrestrial Reference Frame*) ; référence nationale primaire aussi bien que réseau scientifique, la stabilité, le rattachement à des repères et les modalités de conservation physique sont particulièrement soignés ;



Réseau Géodésique Français

NANCY B

Département : MEURTHE-ET-MOSELLE (54)

Commune : NANCY

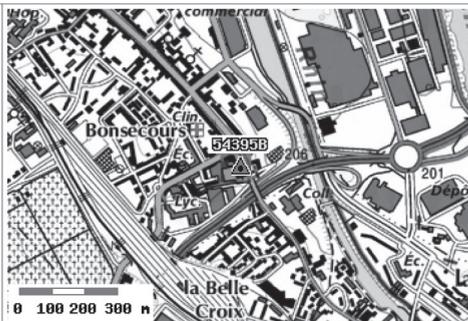
Lieu-dit : Notre Dame de Bon Secours

No du Site **54395B**

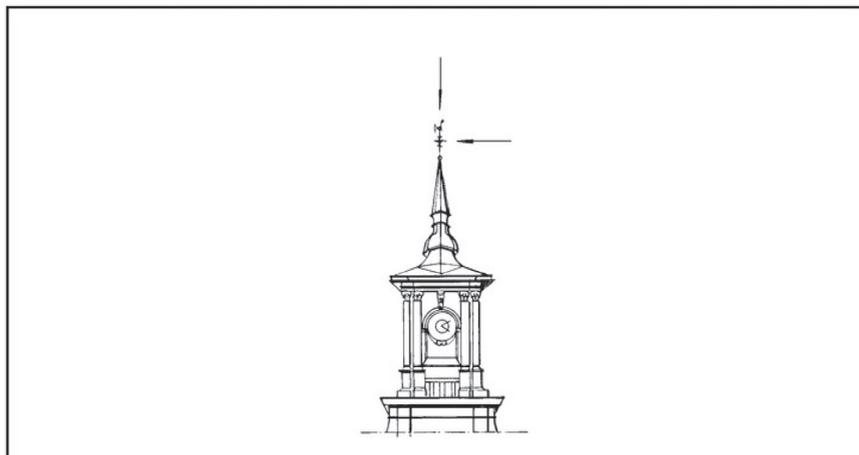
Site RDF



Azimut de la prise de vue : 201 gr



Carte : 3415 NANCY



Système : RGF93 - Ellipsoïde : IAG GRS 1980 - Méridien origine : GREENWICH

Point	Longitude (dms)	Latitude (dms)	Hauteur (m)	Précision
1	6° 11' 57.5746" E	48° 40' 36.1993" N	300.61	< 50 cm

Système : RGF93 - Projection : LAMBERT-93 - Système altimétrique : NGF-IGN 1969

Point	e (m)	n (m)	Précision plani	Altitude (m)	Précision alti
1	935492.44	6846611.72	< 10 cm	253.60	< 50 cm

Figure 1.10. Fiche signalétique NTF.

- le *Réseau de base français (RBF)* comprenant un millier de points uniformément répartis tous les 25 km en moyenne, permet l'accès précis au RGF93. Particulièrement destiné aux utilisateurs de GPS qui peuvent se positionner au centimètre près, il comporte environ 60 % de sites nouveaux pour 40 % d'anciens sites NTF réobservés et complétés. Le RBF est diffusé sous forme de fiches (figure 1.11) qui donnent les coordonnées RGF93 : λ , φ , H ou E, N Lambert93. Ses principales caractéristiques sont :
 - deux repères au moins par site, de définition millimétrique et de pérennité optimisée (borne, repère laiton, plaque signalétique) ;
 - accessibilité tout véhicule, tout temps ;
 - adapté à tous types d'observations : angles et GPS ;
 - coordonnées RGF93 de précision centimétrique ;
- le *RDF (Réseau de détail français)*, constitué de points de la NTF transformés dans le RGF93 au moyen de grille (§ 1.2.4.2). Les principales caractéristiques du RGF93 sont :
 - système tridimensionnel, géocentrique d'exactitude centimétrique, cohérent avec l'ETRS89 à l'époque 93 ;
 - utilisation de l'ellipsoïde AIG-GRS80 ;
 - méridien origine : Greenwich, unité : degrés sexagésimaux ;
 - projections associées : Lambert 93 ou CC 9 zones ;
 - précision relative de l'ordre de 10^{-6} .

1.3.2.2 Autres réseaux

Le système *International Terrestrial Reference System (ITRS)* de l'*International Earth Rotation Service (IERS)* est le plus précis des systèmes mondiaux. Il comprend un réseau de plusieurs centaines de points, de précision centimétrique, déterminés par quatre techniques de géodésie spatiale : *Global Navigation Satellite System (GNSS)*, *Lunar Laser Ranging (LLR)* et *Satellite Laser Ranging (SLR)*, *Doppler Orbitography Radiopositioning Integrated by Satellite (DORIS)* et enfin *Very Longue Base Interferometry (VLBI)*.

Régulièrement depuis 1988, l'IERS fournit une réalisation de l'ITRS appelée *International Terrestrial Reference Frame (ITRF)*, chaque année plus précise du fait du nombre croissant de points et d'observations. En raison de la précision du système tenant compte de phénomènes tels que les mouvements tectoniques ou les marées, il est donc nécessaire de préciser l'époque de référence pour un jeu de coordonnées, soit l'année yy. La dernière réalisation est l'ITRF2008.

En Europe, l'ETRS89 coïncide avec l'ITRS à l'époque 89. Il a été adopté en 1990 par la commission EUREF de l'Association internationale de géodésie pour référencer les données géolocalisées. Son utilisation est préconisée par la directive INSPIRE visant à favoriser l'échange de données dans la communauté européenne.

Le *World Geodetic System (WGS84)* est un système de référence terrestre mis en place par le département de la Défense américain et obtenu par géodésie spatiale. Il utilise l'ellipsoïde international AIG-GRS 80 et la projection UTM. Plusieurs réalisations se sont succédé pour arriver aujourd'hui à un système cohérent avec l'ITRS à moins de 5 cm. Pour la plupart des travaux, il n'y a donc pas de différence entre WGS84 et ITRS.



Réseau Géodésique Français

VILLERS-LES-NANCY II

Département : MEURTHE-ET-MOSELLE (54)

No du Site **5457802**

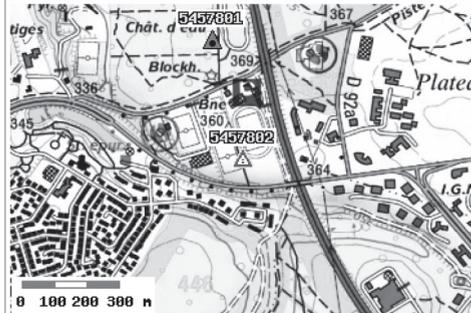
Commune : VILLERS-LES-NANCY

Site RBF

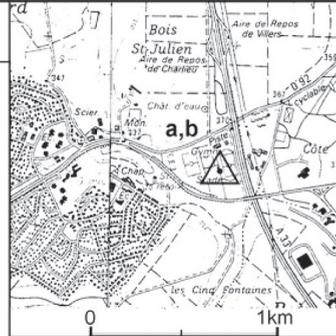
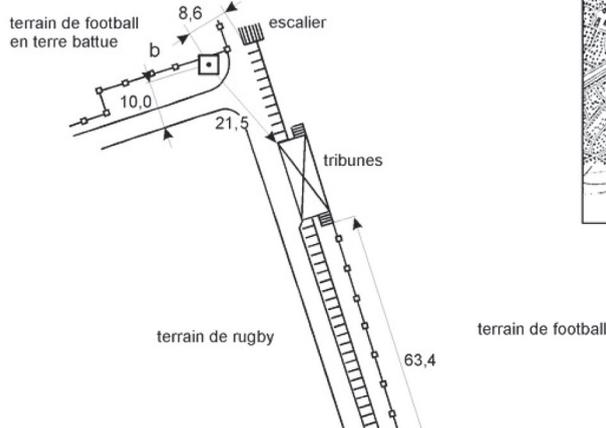
Lieu-dit :



Azimut de la prise de vue : 370 gr



Carte : 3415 NANCY

Orientation : VILLERS-les-NANCY I : axe château d'eau
A partir du repère : a : Borne 1995

Système : RGF93 - Ellipsoïde : IAG GRS 1980 - Méridien origine : GREENWICH

Point	Longitude (dms)	Latitude (dms)	Hauteur (m)	Précision
a	6° 07' 28.62314" E	48° 39' 25.49628" N	408.160	< 1 cm
b	6° 07' 26.52281" E	48° 39' 28.55824" N	406.908	< 5 cm

Système : RGF93 - Projection : LAMBERT-93 - Système altimétrique : NGF-IGN 1969

Point	e (m)	n (m)	Précision plani	Altitude (m)	Précision alti
a	930082.645	6844209.747	< 1 cm	361.1513	< 5 mm
b	930035.966	6844302.533	< 5 cm	359.9053	< 5 mm

Valeur de pesanteur - Ajustement de mesures gravimétriques absolues et relatives (2000 - 2008)

Point	g (mGal)	Précision (mGal)	g (m.s ⁻²)	Précision
b	980847.3	0.1	9.808473	10 ⁻⁶

Figure 1.11. Fiche signalétique RBF.

1.4 Les systèmes d'altitudes

1.4.1 Altitudes

Une surface de niveau est une surface équipotentielle de la pesanteur, normale à toutes les verticales : le travail à effectuer dans le champ de la pesanteur est donc constant (ce n'est pas une surface à g constant). Il serait donc logique de considérer que deux points d'une même équipotentielle ont la même altitude.

La surface équipotentielle choisie comme origine des altitudes est appelée *géoïde*. C'est une surface proche du niveau de la mer, irrégulière, inaccessible à l'observation et dont le modèle mathématique le plus proche est l'ellipsoïde.

L'espacement entre deux surfaces de niveau varie d'un endroit à l'autre selon les variations d'intensité du champ de la pesanteur.

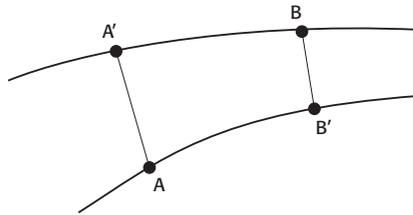


Figure 1.12. Surfaces équipotentielles.

Prenons l'exemple d'un nivellement entre A et B suivant deux itinéraires : A-A'-B et A-B'-B. La dénivelée entre A et B' ou A' et B étant nulle (même équipotentielle), la dénivelée AB vaut AA' dans le premier cas et B'B dans le second. Autrement dit, l'altitude de B dépendrait de l'itinéraire suivi.

Pour pallier cet inconvénient, on utilise la notion de *cote géopotentielle* : c'est le travail W à effectuer dans le champ de la pesanteur pour passer du géoïde (W_0) à la surface de niveau de B. Elle est égale à $W_{AB} = \int_A^B g \cdot dh$, où dh est la dénivelée élémentaire. Ce travail est indépendant du trajet suivi.

Afin d'exprimer les altitudes sous la forme pratique de distances verticales au géoïde, on divise la cote géopotentielle par une valeur de g . Selon la valeur de g choisie, on obtient plusieurs types d'altitude : *orthométrique* (valeur de g théorique) ou *normale* (valeur de g réelle).

1.4.2 Réseaux de nivellement

Les premiers réseaux de nivellement remontent au XIX^e siècle. D'abord locaux et limités aux grandes villes, ils deviennent ensuite nationaux pour la réalisation de grands chantiers tels que les routes et canaux. C'est le début du *Nivellement général de la France* (NGF).

Plusieurs réseaux vont se succéder :

- le réseau *Bourdalouë* : créé par Paul Adrien Bourdalouë, le niveau zéro est placé en 1860 à Marseille et sert de point origine (c'est le point fondamental). Les observations auront lieu jusqu'en 1864. Aucune valeur de pesanteur n'est prise en compte dans ce réseau ;
- le réseau *Lallemand* : le service du NGF est créé en 1884 et dirigé par Charles Lallemand. Après une campagne marégraphique de 1885 à 1897, un nouveau point zéro « Lallemand » est créé et se trouve 71 mm en dessous du point zéro « Bourdalouë ». Les repères placés

suivent principalement les voies de communication pour couvrir toute la France. Les altitudes du réseau Lallemand sont orthométriques, correspondant à une valeur de g théorique ;

- le réseau actuel *IGN69* et *IGN78* (Corse) : le réseau Lallemand vieillissant a été en partie ré-observé et entièrement recalculé (mais le zéro « Lallemand » est conservé) pour obtenir des *altitudes normales*, résultat de la division de la cote géopotentielle par une valeur réelle de g . La surface de référence devient, avec ce nouveau calcul, le *quasi-géoïde*.

1.4.3 Repères de nivellement

Les points du NGF, gérés par l'Institut géographique national, sont matérialisés par des repères scellés aux parois de bâtiments, murs ou ouvrages d'art, le plus souvent le long des voies de communication ou rivières. Deux types de matérialisation sont possibles : repères *cylindriques* (type M) et plus rarement *consoles* (type C) (figure 1.13).



Type Médaille



Type Console

Figure 1.13. Repères de nivellement.

Document IGN

Un repère de nivellement est désigné par son matricule, composé de lettres et de chiffres :

- *premier ordre* : le territoire français a été découpé en 32 mailles désignées par une lettre majuscule (figure 1.14) ; un repère de premier ordre, situé en limite de polygone a donc un matricule composé de ces deux lettres suivies d'un numéro : AJ4. Par exemple, les « têtes » des mailles sont des repères désignés par les lettres des mailles adjacentes AH'J ;
- *deuxième ordre* : chaque maille de premier ordre est divisée en moyenne en 7 mailles de deuxième ordre identifiées par une lettre du début de l'alphabet ; les repères sont désignés par la lettre de la maille de premier ordre dans laquelle ils se trouvent, suivie des deux lettres des mailles adjacentes, complétées par un numéro d'ordre : H'ab10 ;
- *troisième ordre* : chaque maille de deuxième ordre est divisée en moyenne en 10 mailles de troisième ordre identifiées par une lettre minuscule de la seconde moitié de l'alphabet suivie du chiffre 3 en indice ; la désignation d'un repère de troisième ordre comprend les lettres des mailles de premier et deuxième ordre dans lesquelles il se trouve, suivies des lettres indicées 3 des mailles adjacentes de troisième ordre, complétées par un numéro d'ordre : Abl₃m₃50 ;
- le *réseau de quatrième ordre*, constitué de traverses établies selon les besoins à l'intérieur des mailles de troisième ordre ; les repères sont désignés par la maille de troisième ordre qui les contient suivie d'un numéro d'ordre : Abm₃ 65.

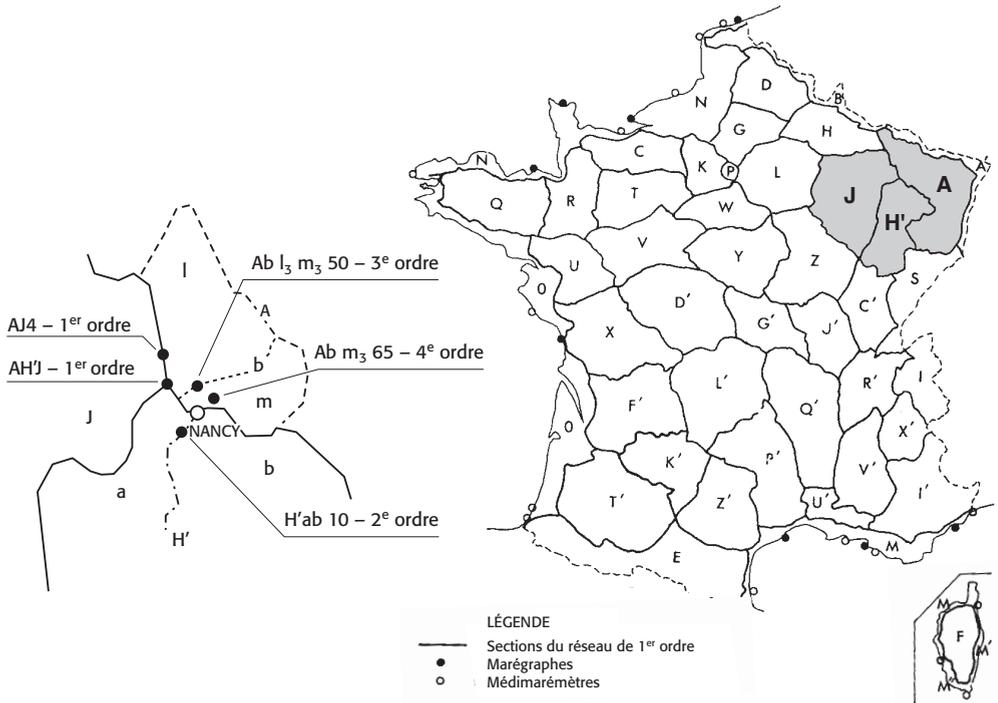


Figure 1.14. Maillages NGF.

Document IGN

Les informations concernant les repères de nivellement sont diffusées gratuitement par l'IGN dans les fiches signalétiques, disponibles sur geodesie.ign.fr ou sur le géoportail (www.geoportail.fr) (figure 1.15).

Le territoire compte un peu moins de 400 000 repères de nivellement, régulièrement entretenus, du premier au quatrième ordre, dont la précision est la suivante :

Ordre	Écart-type (entre 2 repères, au km)
1	2.0 mm
2	2.3 mm
3	3.0 mm
4	3.6 mm

Chaque fois que l'on effectue un nivellement, il est impératif de partir d'un repère donné pour se fermer sur un autre repère connu de manière :

- à vérifier que les repères IGN n'ont pas bougé à la suite de terrassements ou de travaux et que les altitudes sont bien les altitudes normales IGN69 ou IGN78 ;
- contrôler les observations et les calculs ;
- identifier le système d'altitude des nombreux repères posés par les collectivités et services techniques divers.



Nivellement Général de la France

Repère de nivellement

Matricule :

A.B.M3 - 73

Système d'altitude : NGF-IGN 1969

202,907 m

Année de dernière détermination : 1973

Altitude NORMALE

Repère vu en place en 2001

Type : **M** REPERE CYLINDRIQUE DU NIVELLEMENT GENERAL

Complément :

Système : RGF93 - Ellipsoïde : IAG GRS 1980 - Méridien origine : GREENWICH

Longitude (dms) : **6° 12' 10" E**

Latitude (dms) : **48° 41' 57" N**

Système : RGF93 - Projection : LAMBERT-93

E (km) : **935.65**

N (km) : **6849.11**

Département : **MEURTHE-ET-MOSELLE** Numéro INSEE : **54395** Commune : **NANCY**

Voie suivie : **N.74**

de : **NANCY** à : **SEICHAMPS**

Coté : **Droit** PK : **-** Distance : **0,43** km du repère **A.B.M3 - 74**

Localisation :

Support : **PONT SUR LA RIVIERE "LA MEURTHE"**

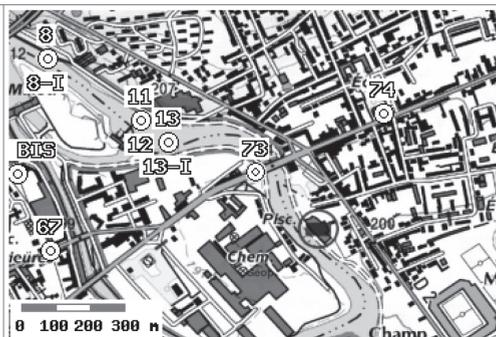
Partie support : **PARAPET EN RETRAIT SUR MUR EN RETOUR COTE "NANCY", FACE ROUTE**

Repèrtements : **A 7.00 M DU BATIMENT ATTENANT VERS NANCY**
A 0.45 M AU-DESSOUS DE L'ARETE SUPERIEURE

Remarques : **Exploitable par GPS depuis une station excentrée**



Le repère est au centre de la photo



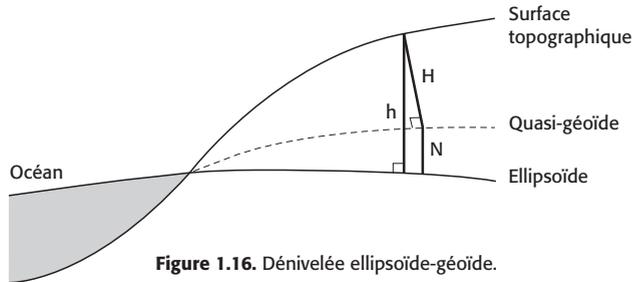
Carte : 3415 NANCY

Figure 1.15. Fiche signalétique d'un repère de nivellement.

1.4.4 Hauteur et altitude

Plusieurs composantes altimétriques sont donc disponibles pour un même point :

- la hauteur ellipsoïdale, h , distance entre le point et le pied de la normale à l'ellipsoïde AIG-GRS 80 (fig. 1.16) ;
- l'altitude normale IGN69 H , distance verticale entre le point et le quasi-géοide.



La hauteur séparant ellipsoïde et quasi-géοide est appelée *ondulation*, notée N . On obtient donc la relation :

$$h \approx H + N$$

L'ondulation varie d'un endroit à un autre puisque le géοide est irrégulier. Pour la déterminer, une surface de conversion calculée à partir du modèle de quasi-géοide français QGF 98 et de points GPS nivelés est mise en place. La plus récente est la *RAF09*, *Référence des altitudes françaises 2009* (RAC09 pour la Corse), remplaçant l'ancienne *RAF98* (figure 1.17). La précision de cette « grille », encore perfectible, est en moyenne de 2 à 3 cm.

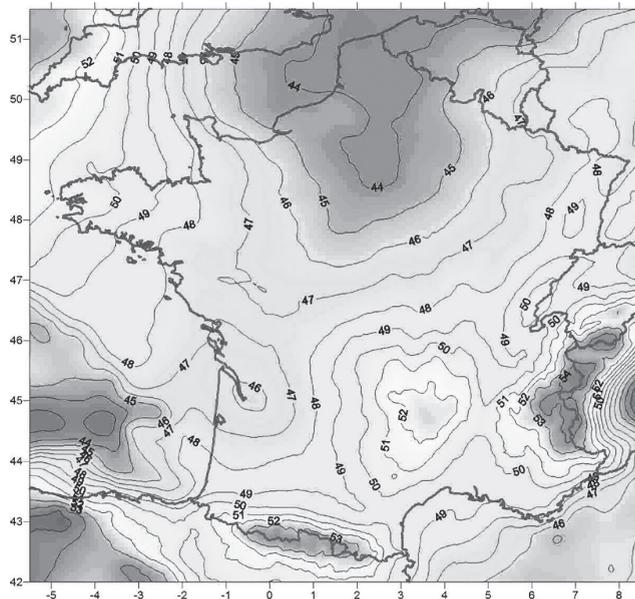


Figure 1.17. Grille RAF09.

1.5 Observations topographiques

En topographie, les observations s'appliquent à des longueurs généralement inférieures à quelques milliers de mètres et par conséquent contenues dans les polygones formés par les points des canevas géodésique et de nivellement. Dans ces limites, les images topographiques des points S, A, B du terrain (figure 1.18) sont les points s, a, b, projections orthogonales suivant des verticales rectilignes et parallèles sur le plan horizontal, ou plan topographique, d'altitude zéro ; un point du plan est donc l'image unique de tous les points situés sur sa verticale.

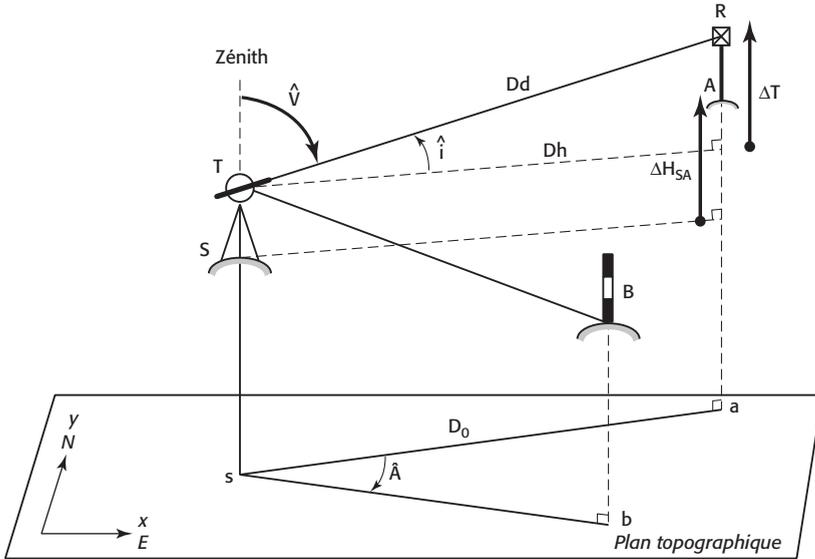


Figure 1.18. Observations topographiques.

Le positionnement des points s, a, b est assuré en planimétrie par leurs coordonnées rectangulaires E et N dans un système de projection et en altimétrie par leurs altitudes H dans les systèmes IGN69 ou IGN78. Pour un chantier isolé de faible étendue, le topographe peut aussi situer les points dans un repère orthonormé local xy sommairement orienté par rapport au nord et choisir un plan de référence horizontal d'altitude arbitraire.

Dans cet environnement simplifié, les observations topographiques sont classées en trois catégories.

1.5.1 Angles (§ 2)

Les angles sont mesurés à l'aide d'un *théodolite* T en station à la verticale de S, toutes les visées d'un même plan vertical ayant la même image topographique.

On distingue :

- l'angle horizontal, ou azimutal, \hat{A} de deux visées \vec{TR} et \vec{TB} qui est l'angle de leurs représentations topographiques \vec{sa} et \vec{sb} , autrement dit le rectiligne du dièdre des plans verticaux ; l'angle horizontal $\hat{A} = (\vec{sa}, \vec{sb})$ est mesuré sur le cercle horizontal du théodolite dans le sens des aiguilles d'une montre ;

- l'angle vertical d'une visée, \overrightarrow{TR} par exemple, est généralement l'angle zénithal \hat{V} compté de 0 gon à 200 gon à partir du zénith de la station, mesuré sur le cercle vertical ou *éclimètre* du théodolite ; l'angle d'inclinaison \hat{i} , encore appelé site, est l'angle de la visée avec l'horizontale, positif pour une visée vers le haut, négatif pour une visée vers le bas, complément à l'angle droit de \hat{V} .

Les unités d'angle sont :

- le *radian*, symbole rad, angle plan qui, ayant son sommet au centre d'un cercle, intercepte sur la circonférence un arc d'une longueur égale à celle du rayon ; ce n'est pas une unité de mesure ;
- le *tour*, symbole tr, angle au centre qui intercepte sur la circonférence un arc de longueur égale à celle de cette circonférence ; soit $1 \text{ tr} = 2\pi \text{ rad}$;
- le *grade*, symbole gon (décret n° 82203 du 26 février 1982 et norme Afnor NF X 02-006), angle au centre qui intercepte sur la circonférence un arc d'une longueur égale à 1/400 de celle de cette circonférence : $1 \text{ tr} = 2\pi \text{ rad} = 400 \text{ gon}$; en topographie, c'est l'unité de mesure d'angle employée de façon quasi exclusive, avec quatre sous-multiples décimaux : décigrade (dgon), centigrade (cgon), milligrade (mgon) sous-multiple privilégié, et décimilligrade (dmgon), lequel est pratiquement le plus petit angle mesurable sur le terrain.

Les conversions grades-radians sont immédiates :

$$400 \text{ gon} = 2\pi \text{ rad} \Rightarrow 1 \text{ gon} = \frac{\pi}{200} \text{ rad} \Rightarrow \hat{A} \text{ rad} = \frac{\pi}{200} \cdot (\hat{A} \text{ gon}) \Rightarrow \hat{A} \text{ gon} = \frac{200}{\pi} \cdot (\hat{A} \text{ rad})$$

De ce fait, un angle de 1 mgon intercepte à 100 m un arc égal en millimètres à :

$$100\,000 \left(0,001 \frac{\pi}{200} \right) \approx 1,57$$

1.5.2 Distances (§ 3)

La distance *directe* D_d , ou distance inclinée, oblique, suivant la pente, etc., est la longueur du segment de droite joignant deux points de l'espace, un distancemètre placé en T et un réflecteur en R à la verticale de A par exemple.

La distance *horizontale* D_h à l'altitude de T, projection orthogonale de la distance directe D_d sur le plan horizontal de T, résulte généralement d'un calcul de réduction des observations.

La distance D_0 *réduite à l'ellipsoïde*, différente de D_h lorsque la précision des mesures oblige à tenir compte du fait que les verticales ne sont pas parallèles mais convergent au centre de la Terre ; D_0 est plus petite que D_h pour les distances mesurées au dessus de la surface zéro, plus grande dans le cas contraire.

La distance D *réduite au système de projection*, obtenue en corrigeant D_0 de l'altération linéaire du système.

L'unité de mesure des distances est le mètre, longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 s.

1.5.3 Dénivelées (§ 4)

La dénivelée entre deux points S et A par exemple est la différence des altitudes de ces deux points ; c'est une valeur algébrique dont *le signe dépend du sens de parcours* :

$$\Delta H_{SA} = (H_A - H_S) = - (H_S - H_A).$$