La commande électronique des machines

>> EN **65** FICHES-OUTILS <<

CAHIERS TECHNIQUES

Michel Pinard

DUNOD

Tout le catalogue sur
www.dunod.com

ÉDITEUR DE SAVOIRS

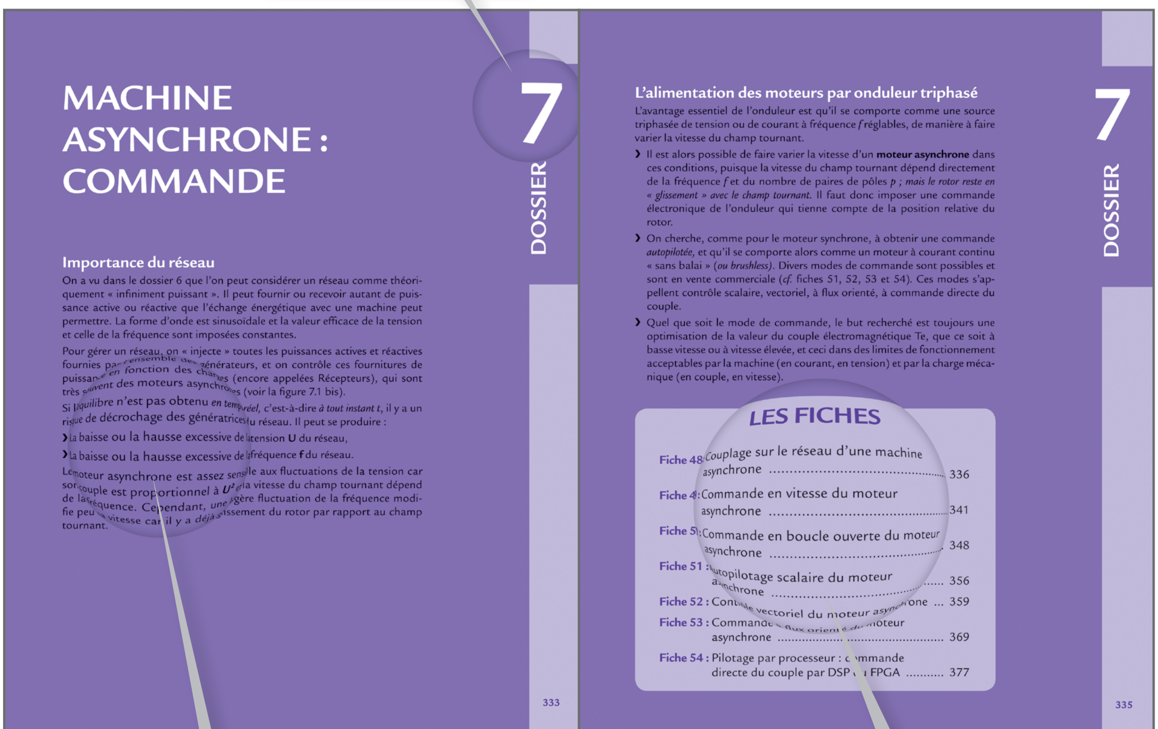
Maquette intérieure : Belle Page

ISBN 978-2-10-058481-9

SOMMAIRE

LES CAHIERS TECHNIQUES, MODE D'EMPLOI

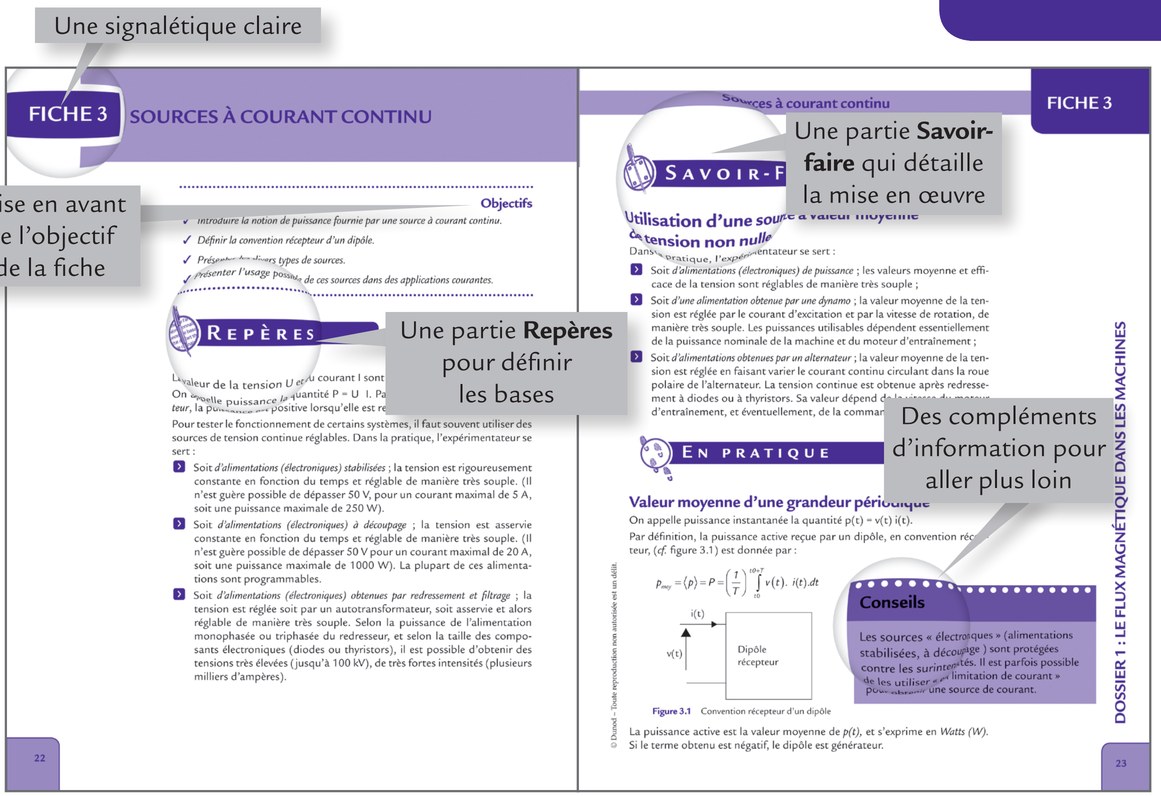
Les fiches sont classées par dossier

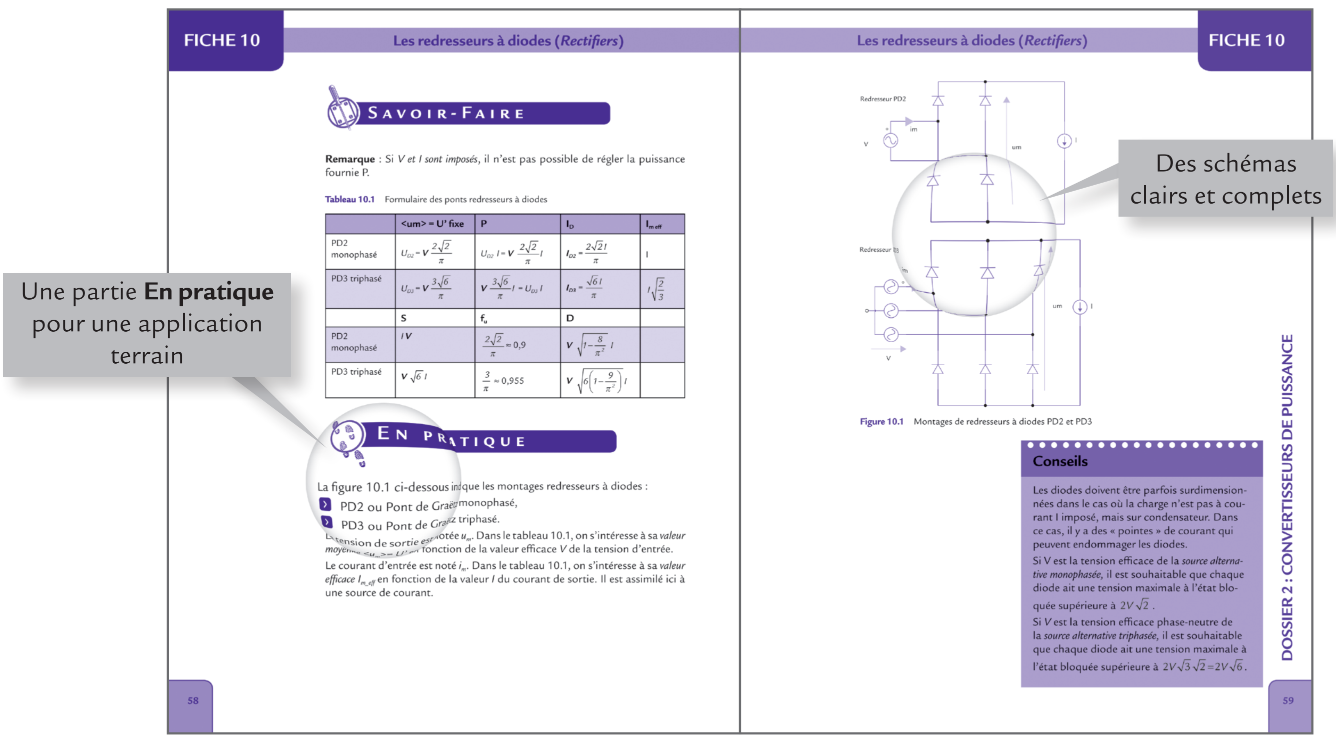


Une introduction reprenant les grandes thématiques du dossier

Un menu déroulant des fiches du dossier

La commande électronique des machines





DOSSIER

1

LE FLUX MAGNÉTIQUE DANS LES MACHINES

Cas général

Comment obtient-on un couple moteur dans un convertisseur (ou machine) électromécanique ?

D'une manière générale, toute machine (moteur ou génératrice) associée à une charge mécanique peut être considérée comme un système où les grandeurs **physiques d'entrée** sont :

- un « vecteur tension » *[V]* comportant une ou plusieurs composantes,
- le couple résistant de la charge, noté T_r, en N. m.

La grandeur interne essentielle est le « vecteur » flux magnétique $[\Phi]$.

Les grandeurs **physiques de sortie** sont :

- un « vecteur courant » *[I]* comportant une ou plusieurs composantes,
- la vitesse angulaire de la machine Ω, en rad/s.
- la position angulaire de la machine θ du rotor, en rad.

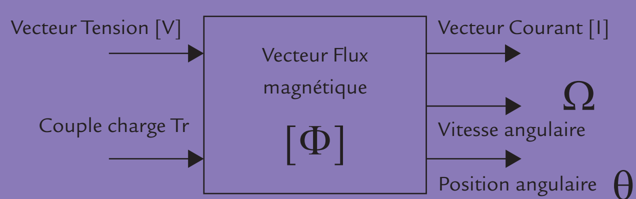


Figure 1.1 Principe de la conversion électromécanique

En utilisant le logiciel VisSim

La démarche des concepteurs de ce logiciel est similaire à ce qui est présenté ci-dessus :

Les grandeurs **physiques d'entrée** sont alors (*cf.* figure 1.2) :

- un « vecteur tension » *[V]* comportant deux composantes, l'une positive, l'autre négative,
- le couple résistant de la charge (*Load Reaction Torque Vector*).

Les grandeurs **physiques de sortie** sont (*cf.* figure 1.2) :

- le déplacement angulaire θ (*Rotor Displacement*) exprimé en rad,

- la vitesse angulaire $\Omega = \dfrac{d\theta}{dt}$ (*Rotor Angular Velocity*) exprimé en rad/sec,
- l'intensité du courant d'induit (*Rotor Displacement*) exprimé en A.

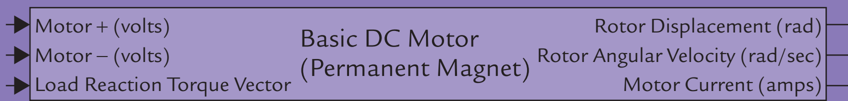


Figure 1.2 Logiciel VisSim : cas du moteur à courant continu à aimant permanent

Équation des flux

Les divers flux d'une machine

D'une manière générale, les *n* bobinages d'une machine sont en couplage magnétique mutuel et on considère le flux « élémentaire » d'une spire φ_{cp} du bobinage (ou enroulement) *c* pour la spire *p*.

On a $\varphi_{cp} = \varphi_{cpp} + \sum_{d=1}^{n} \varphi_{cdp}$ avec $d \neq c$ où φ_{ccp} est le flux propre (ou d'auto-induction) et φ_{cdp} est le flux (de mutuelle induction) créé à travers la spire *p* par les *(n-1)* autres circuits.

Considérons le flux total pour l'enroulement *c* comportant N_c spires :

$$\Phi_c = \sum_{p=1}^{Nc} \varphi_{cpp} + \sum_{p=1}^{Nc} \sum_{d=1}^{n} \varphi_{cdp} \quad \text{avec } d \neq c.$$

Le premier terme $\sum_{p=1}^{Nc} \varphi_{cpp}$ est égal au flux total propre Φ_{cc} et le deuxième terme $\Phi_{cd} = \sum_{p=1}^{Nc} \varphi_{cdp}$ est le flux du couplage mutuel des circuits c et d.

Le flux total propre Φ_{cc} se décompose en deux termes :

- *le flux total de fuites* Φ_{fc} qui correspond à la somme des flux des lignes de champ passant dans les spires de l'enroulement c et ne traversant aucune spire des n-1 autres circuits ;
- *le flux total de magnétisation* Φ_{mc} qui correspond à la somme des flux des lignes de champ passant les spires de l'enroulement c et traversant au moins une spire des n-1 autres circuits. Alors $\Phi_{cc} = \Phi_{fc} + \Phi_{mc}$.

Matrice inductance

On désigne sous les termes suivants les inductances :

- de magnétisation $L_{mc} = \dfrac{\Phi_{mc}}{i_c}$;
- de fuites $l_f = \dfrac{\Phi_{cf}}{i_c}$;

1

DOSSIER

- propre $L_c = \dfrac{\Phi_{cc}}{i_c} = L_{mc} + l_f$;
- mutuelle $M_{cd} = \dfrac{\Phi_{cd}}{i_d}$.

Les inductances mutuelles sont symétriques : donc $M_{cd} = M_{dc} = \dfrac{\Phi_{dc}}{i_c}$.

Mise sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_c \\ \Phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & \vdots & M_{1c} & M_{1n} \\ M_{21} & L_2 & \vdots & M_{2c} & M_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{c1} & M_{c2} & \vdots & L_c & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \vdots & \vdots & L_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_c \\ i_n \end{bmatrix}$$

Coefficients de couplage et de dispersion entre deux bobinages c et d :

Considérons l'expression :

$$K_{cd} = \sqrt{\left|\frac{\Phi_{cd}}{\Phi_{dd}}\right| \left|\frac{\Phi_{dc}}{\Phi_{cc}}\right|} = \frac{|M_{cd}|}{\sqrt{L_c L_d}}$$

Par définition, K_{cd} est le coefficient de couplage entre les circuits c et d ($0 < K_{cd} < 1$).

- Si $K_{cd} = 1$, le couplage est parfait ;
- si $K_{cd} = 0$, le couplage est nul, par exemple, pour deux bobinages dont les axes sont en quadrature (sauf cas particuliers).

On appelle coefficient de dispersion de Blondel la quantité :

$$\sigma_{cd} = 1 - \frac{M_{cd}^2}{L_c L_d} = 1 - K_{cd}^2$$

DOSSIER

1

LES FICHES

FICHE 1

MAGNÉTISME : SYSTÈME À UN SEUL BOBINAGE

Objectifs

- *La formulation du couple d'un moteur élémentaire peut être obtenue à partir de l'énergie emmagasinée ou de la coénergie.*
- *Introduction de la notion d'inductance variable en fonction de la position θ du rotor.*
- *Expression de l'équation mécanique et de l'équation électrique d'un moteur élémentaire à un seul bobinage.*

Repères

Bilan des énergies mises en jeu

On considère un système électromécanique élémentaire qui ne comporte qu'un seul bobinage. Son étude permet l'établissement d'une relation simple pour exprimer le couple. Les énergies mises en jeu sont les suivantes :

- W_{fe} = énergie fournie par la source ;
- W_{pe} = énergie perdue en pertes électriques ;
- ΔW_s = énergie emmagasinée dans le convertisseur ;
- W_m = énergie mécanique ;
- W_{pm} = énergie perdue sous forme mécanique ;
- ΔW_{sm} = énergie cinétique ;
- W_{um} = énergie utilisable.

Ce qui donne en bilan de l'énergie mécanique :

$$W_m = W_{pm} + W_{um} + \Delta W_{sm}$$

Par la suite, on se place dans le cas particulier où *le convertisseur est conservatif* : il y a conservation de la puissance mécanique. Il n'y a donc ni pertes, ni accumulation d'énergie mécanique. Désignons alors par $W_e = W_{fe} - W_{pe}$ *l'énergie électrique appliquée au système.* Alors on aboutit à la relation fondamentale :

$$W_e = \Delta W_s + W_m$$

ou, sous forme différentielle (utilisée par la suite) :

$$dW_e = dW_s + dW_m$$

avec :

- dW_e : énergie électrique appliquée ;
- dW_s : énergie emmagasinée ;
- dW_m : énergie mécanique engendrée.

Savoir-Faire

Énergie magnétique emmagasinée et coénergie

Le flux d'un système à un seul bobinage comportant N spires parcouru par un courant *i* est donné par la caractéristique de magnétisme de la figure 1.1. On désigne par force magnéto-motrice la quantité $\varepsilon = N\,i$.

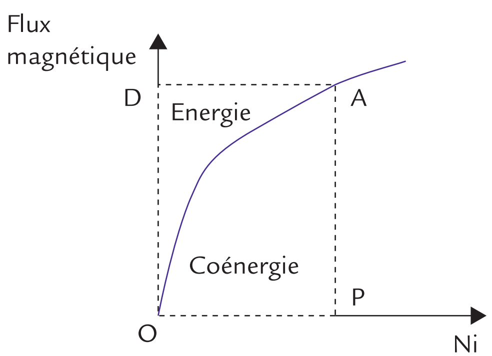


Figure 1.1 Caractéristique du flux

L'énergie emmagasinée (ou stockée) W_s correspond à l'aire du triangle curviligne OAD.

Par définition, la *coénergie* W_{co} correspond à l'aire du triangle curviligne OAP.

Ainsi, on obtient la relation :

$$W_s + W_{co} = i\,\Phi = \varepsilon\,\varphi$$

Ce qui permet d'écrire pour la coénergie :

$$W_{co} = \int_0^i \Phi \; di = \int_0^\varepsilon \varphi \; d\varepsilon$$

L'énergie emmagasinée et la coénergie sont des fonctions d'état (au sens thermodynamique du terme) du système conservatif.

Expression du couple

D'une manière générale, pour un système à un seul bobinage, l'énergie dépend du courant, du flux et de la position angulaire θ. Il est possible d'écrire que $W_s = f(\Phi, \theta)$ avec :

$$dW_s = \frac{\partial W_s}{\partial \Phi} d\Phi + \frac{\partial W_s}{\partial \theta} d\theta = i\, d\Phi - T_e\, d\theta$$

Pour la coénergie, il est possible d'écrire que $W_{c0} = g(i, \theta)$ avec :

$$dW_{co} = \frac{\partial W_{co}}{\partial i} di + \frac{\partial W_{co}}{\partial \theta} d\theta = \Phi\, di + T_e\, d\theta$$

Comme $W_s + W_{co} = i\, \Phi$ on obtient $dW_s + dW_{co} = i\, d\Phi + \Phi\, di$

Cas où il y a linéarité entre le flux et le courant : le circuit magnétique est non saturé et de perméabilité constante.

On obtient alors : $\Phi = L\, i$ et $W_s = W_{co} = ½\, L\, i^2$. D'où la relation donnant le couple :

$$T_e = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta}$$

Un système à seul bobinage ne permet pas d'obtenir une *valeur moyenne non nulle du couple*. En effet, l'inductance $L(\theta)$ est nécessairement une fonction périodique de l'angle θ. On utilise fréquemment l'approximation suivante : $L(\theta) = L_0 + L_\varnothing \cos(p\theta)$ où L_0 et L_Δ sont des constantes ($L_0 > L_\Delta$), et p dépend de la géométrie du rotor. Par exemple, p = 2 si, pour une rotation minimale de π, la configuration magnétique de la machine est la même.

Ici, l'expression du couple est $T_e(\theta) = -\left(\frac{p}{2}\right) L_\Delta \; i \; \sin(p\theta)$. Si le rotor de la machine tourne, alors $\theta = \Omega\, t$. La valeur moyenne du couple pour une période de rotation est nulle.

Équation dynamique d'un système linéaire à un seul bobinage

Le moment du couple agit généralement sur un système du deuxième ordre du type (les notations des dérivées sont celles qui sont utilisées en mécanique : $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ et $\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$) :

$T_e = C(\theta - \theta_0) + f\dot{\theta} + J\ddot{\theta} + T_0$ (équation mécanique)

T_e est le couple électromagnétique.

C est le coefficient d'élasticité.

f est le coefficient de frottement visqueux.

J est le moment d'inertie.

T_0 est le couple de frottement sec.

D'autre part, en régime linéaire :

$$E = Ri + \frac{d}{dt}\left[L(\theta)\times i\right] = Ri + L(\theta)\frac{di}{dt} + i\,\frac{d\left[L(\theta)\right]}{d\theta}\,\dot{\theta} \quad \textit{(équation électrique)}$$

Le couple du système est : $T_e = \frac{1}{2}\,i^2\,\frac{d\left[L(\theta)\right]}{d\theta}$

Ce qui permet de connaître l'interaction entre l'équation mécanique et l'équation électrique.

EN PRATIQUE

Étude d'un circuit magnétique en saturation à l'aide du logiciel PSIM

Présentation

Il est possible de tester expérimentalement ou en simulation le comportement d'un circuit magnétique soumis à une tension sinusoïdale, par exemple celui d'une machine tournante, qui comporte alors nécessairement un entrefer.

Un exemple de circuit magnétique est présenté à la figure 1.2a. Il s'agit d'un circuit saturable soumis à une tension efficace de 230 V, à la fréquence 50 Hz. Cette tension est appliquée avec une phase nulle à t = 0.

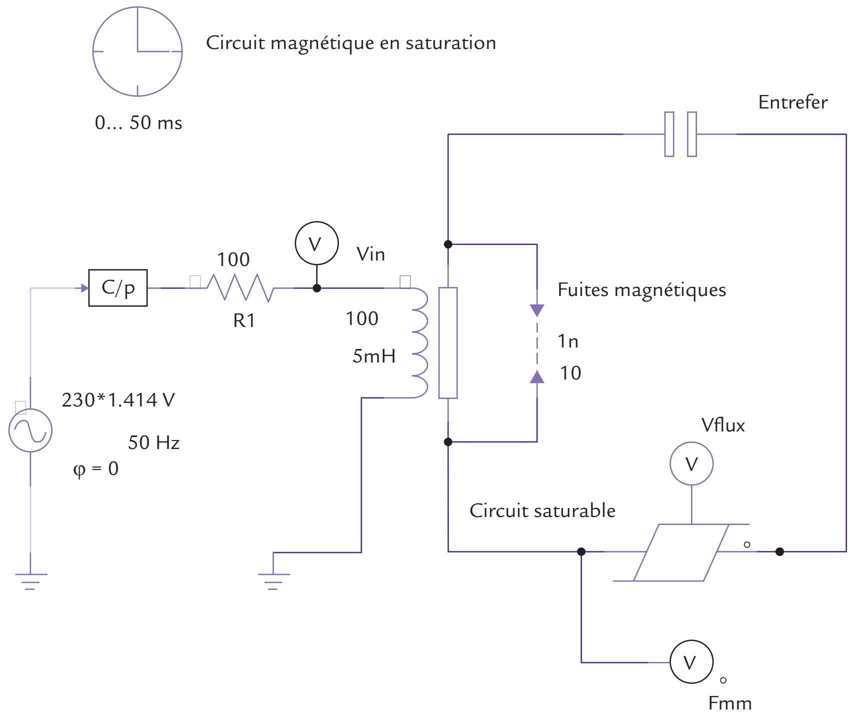


Figure 1.2a Circuit magnétique à un seul bobinage en saturation

La bobine comporte 100 spires. On a simulé (*cf.* la figure 1.2b) des fuites magnétiques et un entrefer. Aux bornes du circuit saturable, on mesure la force magnétomotrice ε en A.t et le flux en Wb. La résistance R1 égale à 100 ohms sert à limiter le courant fourni par la source de tension.

Simulation

Les résultats sont présentés à la figure ci-dessous.

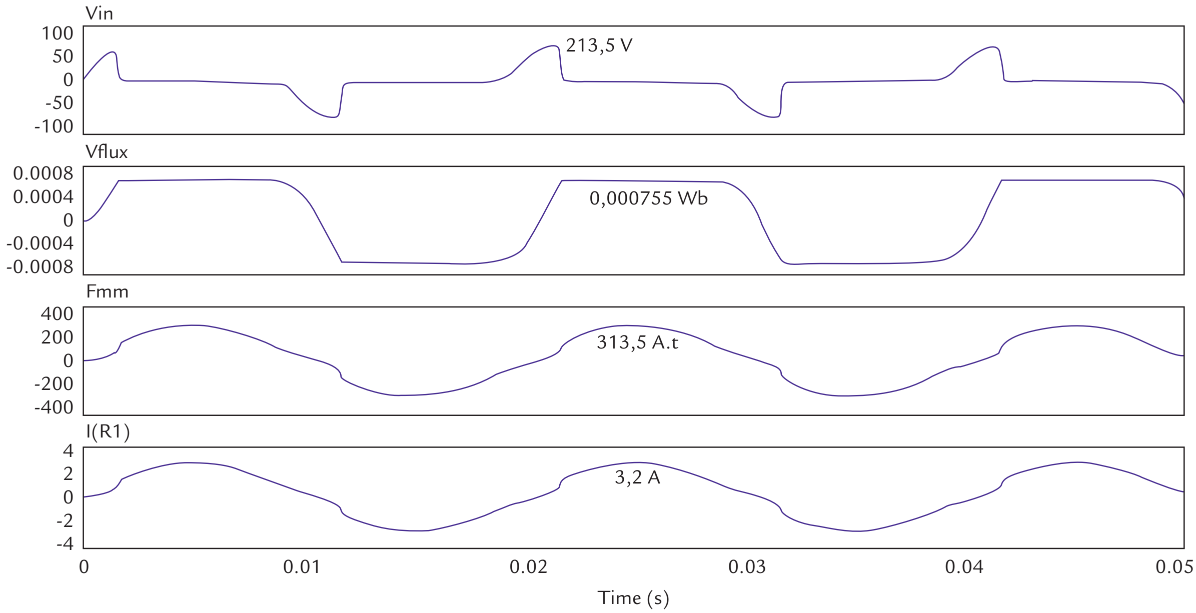


Figure 1.2b Courbes obtenues

On constate que la saturation du flux à 0,000755 Wb (0,755 mWb) provoque une baisse de la tension d'entrée Vin et une augmentation brutale de la force magnétomotrice, qui correspond à un courant I(R1) maximal de quelques ampères (3,2 A), autant dans la résistance que dans le bobinage.

Conseils

Le circuit magnétique considéré ici est formé de tôles de fer. Il est possible d'envisager un circuit magnétique constitué de ferrite, qui aurait des propriétés comparables, bien que le flux magnétique obtenu par spire soit plus faible.

Des expériences sur le circuit magnétique à un seul bobinage peuvent être menées sur le bobinage inducteur d'une machine à courant continu ou d'un alternateur.

FICHE 2

MAGNÉTISME : SYSTÈME À DEUX BOBINAGES

Objectifs

- ✓ *Introduction de la coénergie avec un circuit magnétique comportant deux bobinages afin d'introduire le couple moteur.*
- ✓ *Application de cette méthode dans le cas simple d'un moteur élémentaire à réluctance variable à deux bobinages.*
- ✓ *Expression de l'équation mécanique et de l'équation électrique d'un moteur élémentaire à un seul bobinage.*

REPÈRES

Bilan des énergies mises en jeu

Pour obtenir un couple de valeur moyenne non nulle pour une période de rotation, il faut disposer au moins de deux bobinages dans la machine. On utilise encore la relation $dW_e = dW_s + dW_m$. Ce qui donne :

$$dW_e = (e_1 i_1 + e_2 i_2)\,dt = \frac{d\Phi_1}{dt} i_1\,dt + \frac{d\Phi_2}{dt} i_2\,dt = i_1\,d\Phi_1 + i_2\,d\Phi_2$$

d'où $dW_e = i_1\,d\Phi_1 + i_2\,d\Phi_2 = dW_s + dW_m$

Si $dW_m = 0$, alors *l'énergie emmagasinée* est $W_s = \iint_{\Phi 1, \Phi 2} i_1\,d\Phi_1 + i_2\,d\Phi_2$

Et pour la coénergie $W_{c0} = \iint_{i1, i2} \Phi_1\,di_1 + \Phi_2\,di_2$ car $W_s + W_{co} = i_1\,\Phi_1 + i_2\,\Phi_2$

Il est possible de généraliser pour le cas d'une machine comportant *n* bobinages :

$$W_s = \int_0^{\Phi 1,\ldots,\Phi n} \sum_{k=1}^{n} i_k\,d\Phi_k \quad \text{et} \quad W_{co} = \int_0^{i1,\ldots in} \sum_{k=1}^{n} \Phi_k\,di_k\,.$$

SAVOIR-FAIRE

Expressions du couple

On a avec deux bobinages : $W_s = f(\Phi_1, \Phi_2, \theta)$ pour l'énergie emmagasinée.

On identifie les dérivées partielles : $dW_s = \dfrac{\partial W_s}{\partial \Phi_1} d\Phi_1 + \dfrac{\partial W_s}{\partial \Phi_2} d\Phi_2 + \dfrac{\partial W_s}{\partial \theta} d\theta$

On obtient $T_e = -\dfrac{\partial W_s(\Phi_1, \Phi_2, \theta)}{\partial \theta}$; $i_1 = +\dfrac{\partial W_s(\Phi_1, \Phi_2, \theta)}{\partial \Phi_1}$ et

$i_2 = +\dfrac{\partial W_s(\Phi_1, \Phi_2, \theta)}{\partial \Phi_2}$

Pour la coénergie $W_{co} = g(i_1, i_2, \theta)$. En procédant comme ci-dessus, on obtient :

$$T_e = +\frac{\partial W_{co}(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta}, \quad \Phi_1 = +\frac{\partial W_{co}(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1} \text{ et } \Phi_2 = +\frac{\partial W_{co}(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2}$$

Généralisation au cas d'une machine comportant *n* bobinages :

$$T_e = -\frac{\partial W_s(\Phi_1, \Phi_2, \ldots \Phi_n, \theta)}{\partial \theta} = +\frac{\partial W_{co}(i_1, i_2, \ldots i_n, \theta)}{\partial \theta}$$

Cas des systèmes linéaires

Les calculs sont plus simples en utilisant la coénergie : $dW_{co} = \Phi_1\, di_1 + \Phi_2\, di_2$

En introduisant les inductances propres et l'inductance mutuelle :

$dW_{co} = (L_1 i_1 + M i_2)\, di_1 + (L_2 i_2 + M i_1)\, di_2$ on obtient :

$$dW_{co} = L_1 i_1\, di_1 + M(i_2\, di_1 + i_1\, di_2) + L_2 i_2\, di_2$$

soit :

$$W_{co} = \tfrac{1}{2} L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \tfrac{1}{2} L_2 i_2^2$$

ce qui donne sous forme matricielle :

$$[W_{co}] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} i_1 & i_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}[i]_t [L][i]$$

D'où la formule du couple : $T_e = \dfrac{\partial [W_{co}]}{\partial \theta} = \dfrac{1}{2}[i]_t \left\{\dfrac{\partial [L]}{\partial \theta}\right\}[i]$

Équation dynamique d'un système linéaire à deux bobinages

En régime linéaire :

$\Phi_1 = L_1(\theta)\, i_1 + M(\theta)\, i_2$

$\Phi_2 = L_2(\theta)\, i_2 + M(\theta)\, i_1$

$$T_e = \frac{1}{2}\left(i_1^2 \frac{dL_1}{d\theta} + 2 i_1 i_2 \frac{dM}{d\theta} + i_2^2 \frac{dL_2}{d\theta}\right)$$

$$T_e = C(\theta - \theta_0) + f\dot{\theta} + J\ddot{\theta} + T_0 \quad \textit{(équation mécanique)}$$

Les équations électriques peuvent se mettre sous la forme :

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \dot{\theta} \left\{ \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Ce qui correspond aux équations matricielles suivantes :

$$[E] = [R][i] + [L(\theta)] \left\{ \frac{d}{dt}[i] \right\} + \dot{\theta} \left\{ \frac{d}{d\theta}[L(\theta)] \right\} [i]$$

$$\text{et } T_e = \frac{\partial [W_{co}]}{\partial \theta} = \frac{1}{2}[i]_t \left\{ \frac{\partial [L]}{\partial \theta} \right\} [i]$$

En pratique

Étude théorique d'un moteur à deux bobinages

On considère le moteur à réluctance variable présenté à la figure 2.1.

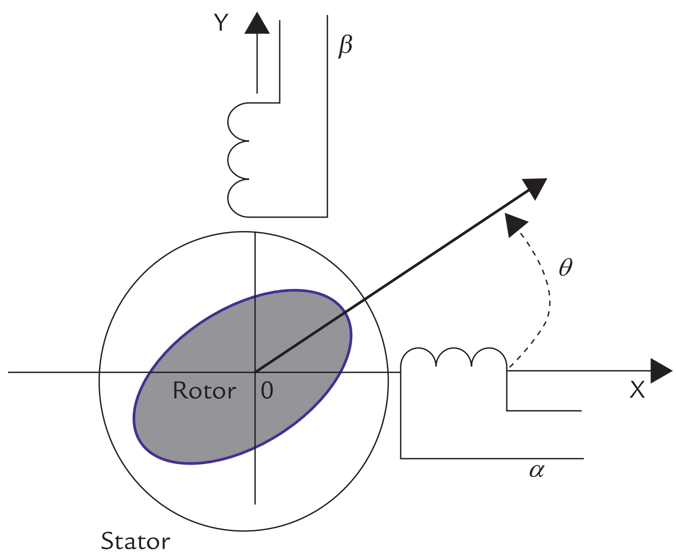


Figure 2.1 Moteur à réluctance variable élémentaire

Le rotor est ovale et les deux bobinages de la machine, notés α et β et placés au stator, sont en quadrature. Le moteur est dit « à réluctance variable » car l'entrefer du circuit magnétique correspondant à chaque enroulement, varie avec l'angle θ. *L'inductance équivalente par bobinage est donc une fonction périodique de* θ. La relation entre les flux et les courants est de la forme :

$$\begin{bmatrix}\Phi_\alpha \\ \Phi_\beta\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}L_\alpha(\theta) & 0 \\ 0 & L_\beta(\theta)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_\alpha \\ i_\beta\end{bmatrix}$$

avec $L_\alpha(\theta) = L_0 + L_\Delta \cos(2\theta)$ et

$$L_\beta(\theta) = L_0 + L_\Delta \cos\left(2\left[\theta + \frac{\pi}{2}\right]\right) = L_0 - L_\Delta \cos(2\theta)$$

La coénergie est donnée par :

$$W_{co} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}i_\alpha & i_\beta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}L(\theta)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_\alpha \\ i_\beta\end{bmatrix}$$

On obtient alors : $W_{co} = ½ [L_0 (i_\alpha^2+i_\beta^2) + L_\Delta \cos(2\theta) (i_\alpha^2 - i_\beta^2)]$

On veut établir l'expression du couple électromagnétique du moteur, en fonction de θ, selon les courants i_α et i_β des bobinages. On calcule : $T_e = \dfrac{\partial [W_{co}]}{\partial \theta}$ à courants constants. On obtient :

$$T_e = - L_\Delta \sin(2\theta)\, (i_\alpha^2 - i_\beta^2)] = L_\Delta \sin(2\theta)\, (i_\beta^2 - i_\alpha^2)$$

Remarque : si le déphasage entre i_β et i_α est nul ou un multiple de π/2, la valeur moyenne du couple est nulle.

Prenons le cas où :

$$i_\alpha(\theta) = I\sqrt{2}\cos\theta$$

$$i_\beta(\theta) = I\sqrt{2}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = I\sqrt{2}\sin\theta$$

Alors $T_e = L_\Delta \sin(2\theta)\, (i_\beta^2 - i_\alpha^2) = - 2\, L_\Delta\, I^2 \sin(2\theta)\cos(2\theta) = - L_\Delta\, I^2 \sin(4\theta)$. La valeur moyenne d'une fonction sinusoïdale est nulle.

Conseils

Le calcul du couple par cette méthode est souvent long et fastidieux. Cependant, cette méthode se prête bien à des expériences simples ou des simulations. Elle est généralisable au cas des moteurs pas à pas.

Les résultats obtenus sont assez loin des résultats théoriques.

FICHE 3 SOURCES À COURANT CONTINU

Objectifs

- ✓ *Introduire la notion de puissance fournie par une source à courant continu.*
- ✓ *Définir la convention récepteur d'un dipôle.*
- ✓ *Présenter les divers types de sources.*
- ✓ *Présenter l'usage possible de ces sources dans des applications courantes.*

Repères

La valeur de la tension U et du courant I sont indépendantes du temps.

On appelle puissance la quantité $P = U \; I$. Par définition, en *convention récepteur*, la puissance est positive lorsqu'elle est reçue par un dipôle.

Pour tester le fonctionnement de certains systèmes, il faut souvent utiliser des sources de tension continue réglables. Dans la pratique, l'expérimentateur se sert :

- Soit *d'alimentations (électroniques) stabilisées* ; la tension est rigoureusement constante en fonction du temps et réglable de manière très souple. (Il n'est guère possible de dépasser 50 V, pour un courant maximal de 5 A, soit une puissance maximale de 250 W).
- Soit *d'alimentations (électroniques) à découpage* ; la tension est asservie constante en fonction du temps et réglable de manière très souple. (Il n'est guère possible de dépasser 50 V pour un courant maximal de 20 A, soit une puissance maximale de 1000 W). La plupart de ces alimentations sont programmables.
- Soit *d'alimentations (électroniques) obtenues par redressement et filtrage* ; la tension est réglée soit par un autotransformateur, soit asservie et alors réglable de manière très souple. Selon la puissance de l'alimentation monophasée ou triphasée du redresseur, et selon la taille des composants électroniques (diodes ou thyristors), il est possible d'obtenir des tensions très élevées (jusqu'à 100 kV), de très fortes intensités (plusieurs milliers d'ampères).

SAVOIR-FAIRE

Utilisation d'une source à valeur moyenne de tension non nulle.

Dans la pratique, l'expérimentateur se sert :

- Soit *d'alimentations (électroniques) de puissance* ; les valeurs moyenne et efficace de la tension sont réglables de manière très souple ;
- Soit *d'une alimentation obtenue par une dynamo* ; la valeur moyenne de la tension est réglée par le courant d'excitation et par la vitesse de rotation, de manière très souple. Les puissances utilisables dépendent essentiellement de la puissance nominale de la machine et du moteur d'entraînement ;
- Soit *d'alimentations obtenues par un alternateur* ; la valeur moyenne de la tension est réglée en faisant varier le courant continu circulant dans la roue polaire de l'alternateur. La tension continue est obtenue après redressement à diodes ou à thyristors. Sa valeur dépend de la vitesse du moteur d'entraînement, et éventuellement, de la commande des thyristors.

EN PRATIQUE

Valeur moyenne d'une grandeur périodique

On appelle puissance instantanée la quantité p(t) = v(t) i(t).

Par définition, la puissance active reçue par un dipôle, en convention récepteur, (*cf.* figure 3.1) est donnée par :

$$p_{moy} = \langle p \rangle = P = \left(\frac{1}{T}\right) \int_{t0}^{t0+T} v(t).\ i(t).dt$$

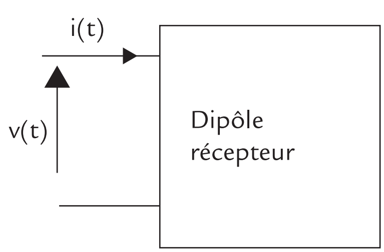


Figure 3.1 Convention récepteur d'un dipôle

Conseils

Les sources « électroniques » (alimentations stabilisées, à découpage) sont protégées contre les surintensités. Il est parfois possible de les utiliser « en limitation de courant » pour obtenir une source de courant.

La puissance active est la valeur moyenne de *p(t),* et s'exprime en *Watts (W).* Si le terme obtenu est négatif, le dipôle est générateur.

FICHE 4 SOURCES À COURANT ALTERNATIF MONOPHASÉ

Objectifs

- ✓ *Définir la notion de puissance active et réactive fournie par une source à courant alternatif monophasé.*
- ✓ *Introduire la notion de décomposition en série de Fourier.*
- ✓ *Exprimer alors les puissances active, réactive, apparente et déformante.*

REPÈRES

Puissance en régime sinusoïdal

En considérant la figure 3.1 (Fiche N° 3), on définit les expressions des grandeurs instantanées :

- pour la tension : $v(t) = V\sqrt{2}\cos(\omega t)$
- pour le courant : φ est le retard de phase.

$$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$$

La puissance active se calcule avec la relation $P = V\,I\cos(\varphi)$ *(en W)*.

La puissance réactive est définie par $Q = V\,I\sin(\varphi)$

L'unité de la puissance réactive est le Volt - Ampère réactif *(VAR)*.

La puissance apparente est obtenue par $S = V\,I$ *(en VA)*

Entre les puissances, la relation est : $S^2 = P^2 + Q^2$

Le facteur d'utilisation f_u devient le facteur de puissance et s'identifie à $\cos\varphi$.

Théorème de Boucherot : il y a conservation de la puissance réactive Q en régime sinusoïdal, dans un circuit à fréquence unique et ne comportant que des impédances.

Savoir-Faire

D'une manière générale, les valeurs efficaces d'une tension et d'un courant monophasés sont définies à partir de la puissance active dissipée dans une résistance R :

$$p_{moy} = \langle p \rangle = P = \frac{1}{T}\int_{t0}^{t0+T} R.i^2(t).dt = \frac{1}{T}\int_{t0}^{t0+T} \frac{v^2(t)}{R}.dt$$

En considérant que $P = R.I_{eff}^2 = \frac{V_{eff}^2}{R}$, on définit la valeur efficace du courant

$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}.\int_{t0}^{t0+T} i^2(t).dt}$ et la valeur efficace de la tension $V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}.\int_{t0}^{t0+T} v^2(t).dt}$.

Remarque : les lois des mailles et des nœuds ne s'appliquent pas aux valeurs efficaces.

En pratique

Décomposition en série de Fourier

En électronique de puissance, il est plus intéressant d'écrire le développement en série de Fourier de la manière suivante :

$$v(t) = V_0 + \sum_{k=1}^{\infty} V_k.\sqrt{2}.\cos(k\omega.t - \theta_k)$$

V_0 est la valeur moyenne de la tension *v(t)* et V_k est la valeur efficace de l'harmonique de rang *k*. On a $V_k.\sqrt{2} = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ et $tg(\theta_k) = \frac{b_k}{a_k}$

De même, on écrit :

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k.\sqrt{2}.\cos(k\omega.t - \varphi_k - \theta_k)$$

Le déphasage entre courant et tension correspondant à l'harmonique *k* est φ_k.

La valeur moyenne de la tension *v(t)* est V_0, et celle du courant est I_0.

La valeur efficace de *v(t)* est $V_{eff}^2 = V_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} V_k^2$.

La valeur efficace de $i(t)$ est $I_{eff}^2 = I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2$.

La valeur de la puissance apparente est $S_{eff}^{\ 2} = V_{eff}^{\ 2}\, I_{eff}^{\ 2}$

Conseils

Lors de l'usage expérimental d'une source, bien veiller à ce qu'il reste à l'intérieur de son domaine d'application.

Il est toujours préférable que la source soit à tension sinusoïdale, et même à courant sinusoïdal, car c'est ainsi que la puissance active est la mieux transmise : il n'y a pas de « pertes » provoquées par les harmoniques.

En effet, si la tension est sinusoïdale « pure » :

$$v(t) = V\sqrt{2}\cos(\omega.t)$$

Alors, même si le courant n'est pas sinusoïdal, il est possible d'écrire :

$$P = V\, I_1 \cos(\varphi_1)$$

$$Q = V \quad I_1 \quad \sin \quad (\varphi_1)$$

$$I_{eff}^2 = I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2.$$

$$S \ = V \ .I_{eff}^2 = V \ \left[I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2. \right]$$

On démontre que la puissance active est donnée par :

$$P = V_0 . I_o + \sum_{k=1}^{\infty} V_k . I_k . cos(\varphi_k) \ \text{(en } W\text{)}$$

Une définition de la puissance réactive est la suivante :

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} V_k . I_k . sin(\varphi_k) \ \text{(en } VAR\text{)}$$

La puissance déformante D est définie de la manière suivante :

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2$$

ce qui donne :

$$D = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)}$$

SOURCE À COURANT ALTERNATIF TRIPHASÉ

Objectifs

- ✓ *Définir la notion de puissance active et réactive fournie par une source à courant alternatif triphasé.*
- ✓ *Introduire la notion de décomposition en série de Fourier.*
- ✓ *Exprimer alors les puissances active, réactive, apparente et déformante.*

Repères

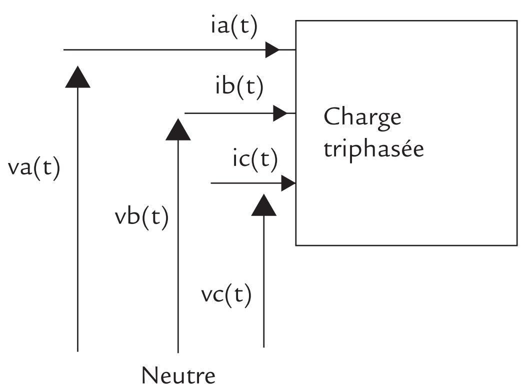


Figure 5.1 Alimentation d'une charge triphasée

Dans ce cas, en considérant la figure 5.1, on définit les grandeurs suivantes :

- pour les tensions :

$$v_a(t) = V\sqrt{2}\cos(\omega t)$$
$$v_b(t) = V\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$v_c(t) = V\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

- pour les courants : φ est le retard de phase.

$$i_a(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$$
$$i_b(t) = I\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$$
$$i_c(t) = I\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$$

La puissance active se calcule par la relation P = 3 V I cos φ (en W)
La puissance réactive vaut Q = 3 V I sin φ · (en VAR).
La puissance apparente est obtenue par S = 3 V I (en VA)
Entre les puissances, la relation est :

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Le facteur d'utilisation f_u devient le facteur de puissance et s'identifie à *cos φ*.
Comme en monophasé, la puissance apparente nominale S_N détermine le dimensionnement des machines et des convertisseurs.

Savoir-Faire

Puissance instantanée en régime sinusoïdal équilibré

Calculons la *puissance instantanée* : $p = v_a(t).i_a(t) + v_b(t).i_b(t) + v_c(t).i_c(t)$.
On obtient :

$$p = 2VI\left[\cos(\omega t)\cos(\omega t - \varphi) + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right]$$

Ce qui donne :

$$p = VI\left[\cos\varphi + \cos(2\omega t - \varphi) + \cos\varphi + \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\varphi + \cos\left(2\omega t - \varphi + \frac{4\pi}{3}\right)\right]$$

soit p = P = 3 V I cos φ.

En régime triphasé sinusoïdal équilibré, la puissance instantanée est égale à la puissance active.

Puissance moyenne

Par définition, la puissance active reçue en convention récepteur est donnée par :

$$p_{moy} = \langle p \rangle = P = \frac{1}{T}\int_{t0}^{t0+T} (v_a(t).i_a(t) + v_b(t).i_b(t) + v_c(t).i_c(t)).dt$$

La puissance active est la valeur moyenne de *p(t)* et s'exprime en *Watts (W)*. Si le terme obtenu est négatif, on a affaire à un générateur triphasé.

Une définition possible de la *puissance réactive* consiste à considérer qu'elle résulte d'une valeur moyenne de termes analogues à la puissance instantanée, où les tensions sont retardées de $\pi/2$. Mais il est nécessaire que les formes d'onde des tensions soient sinusoïdales. On utilise alors la relation :

$$Q = \frac{1}{T}\int_{t0}^{t0+T} (v_a(t-\frac{T}{4}).i_a(t) + v_b(t-\frac{T}{4}).i_b(t) + v_c(t-\frac{T}{4}).i_c(t)).dt$$

On verra qu'en utilisant la transformation de Concordia (voir la Fiche N° 6), une autre définition de la puissance réactive est possible.

EN PRATIQUE

Décomposition en série de Fourier en triphasé

On considère que chaque générateur fournit un système de tensions périodiques $v_a(t)$, $v_b(t)$, $v_c(t)$, *non sinusoïdales*, décalées entre elles *d'un tiers de période.*

En utilisant le théorème de Fourier, on écrit pour chacune des phases :

$$v_a(t) = V\sqrt{2}\cos\omega t + \sum_{k=2}^{\infty} V_k\sqrt{2}\cos(k\omega t - \theta_k)$$

D'autre part, on a :

$$v_b(t) = V\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{2.\pi}{3}\right) + \sum_{k=2}^{\infty} V_k\sqrt{2}.\cos\left[k\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \theta_k\right]$$

et enfin :

$$v_c(t) = V\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{2.\pi}{3}\right) + \sum_{k=2}^{\infty} V_k\sqrt{2}\cos\left[k\left(\omega t + \frac{2.\pi}{3}\right) - \theta_k\right]$$

De même, on écrit :

$$i_a(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi) + \sum_{k=2}^{\infty} I_k \sqrt{2}\cos(k\omega.t - \varphi_k - \theta_k)$$

De même, pour les autres phases :

$$i_b(t) = I\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) + \sum_{k=2}^{\infty} I_k \sqrt{2}.\cos\left[k\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \varphi_k - \theta_k\right]$$

$$i_c(t) = I\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) + \sum_{k=2}^{\infty} I_k \sqrt{2}.\cos\left[k\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) - \varphi_k - \theta_k\right]$$

Le déphasage correspondant à l'harmonique *k* entre courant et tension d'une phase donnée est φ_k.

Conseils

Comme en monophasé, lors de l'usage expérimental d'une source, bien veiller à ce qu'il reste à l'intérieur de son domaine d'application.

Il est toujours préférable que la source soit à tension sinusoïdale, et même à courant sinusoïdal, car c'est ainsi que la puissance active est la mieux transmise : il n'y a pas de « pertes » provoquées par les harmoniques.

En effet, si le système des trois tensions est sinusoïdal « pur » et équilibré de valeur efficace V :

En considérant :

- Que la forme d'onde des courants est la même pour chaque phase à un tiers de période près ;
- Que la valeur efficace $I_{eff}^2 = I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2$. est identique pour chaque phase ; alors :

$P = 3V I_1 \cos(\varphi_1)$

$Q = 3 V I_1 \sin(\varphi_1)$

$S^2 = 9V^2 . I_{eff}^2 = 9V^2 \left[I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2.\right]$

La valeur efficace de $v(t)$ est $V_{eff}^2 = V^2 + \sum_{k=2}^{\infty} V_k^2$.

La valeur efficace de $i(t)$ est $I_{eff}^2 = I^2 + \sum_{k=2}^{\infty} I_k^2$.

La valeur de la puissance apparente est alors $S_{eff}{}^2 = 3 \cdot V_{eff}{}^2 I_{eff}{}^2$

On démontre que la puissance active est donnée par :

$$P = 3\,V I \cos\varphi + \sum_{k=2}^{\infty} 3V_k I_k \cos(\varphi_k)$$

Par définition, la puissance réactive est donnée par :

$$Q = 3V I \sin\varphi + \sum_{k=2}^{\infty} 3V_k I_k \sin(\varphi_k)$$

La puissance déformante *D* est également définie de la manière suivante :

$$D = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)}$$