

ENDOMMAGEMENTS ET RUPTURE DE MATÉRIAUX

Dominique François


EDP
SCIENCES

métallurgie | matériaux

ENDOMMAGEMENTS
ET RUPTURE
DE MATÉRIAUX

*ENDOMMAGEMENTS
ET RUPTURE
DE MATÉRIAUX*

Dominique François
École Centrale de Paris



17, avenue du Hoggar
Parc d'activités de Courtabœuf, BP 112
91944 Les Ulis Cedex A, France

ISBN : 2-86883- 714-X

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés, réservés pour tous pays. La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du code pénal.

© EDP Sciences 2004



Table des matières

Avant-propos	IX
Notations	XIII

1 • Les endommagements des matériaux

1. Les matériaux, matière ouvrée	1
2. Endommagement : création de nouvelles surfaces	2
3. Clivages et glissements	4
3.1. <i>Plans de clivage et plans de glissement</i>	4
3.2. <i>Fragilité ou ductilité ?</i>	9
4. Endommagement par clivage	12
5. Endommagement ductile par cavitation	13
6. Endommagement par fatigue	20
6.1. <i>Fatigue des monocristaux</i>	20
6.2. <i>Fatigue des polycristaux</i>	22
6.3. <i>Fatigue thermique</i>	26
6.4. <i>Fatigue de roulement</i>	26
7. Endommagement de corrosion sous contrainte	30
8. Endommagement de fluage	31
9. Combinaisons d'endommagements	32

10. Conclusion	34
A.1. Annexe : Modèle de Rice et Thomson	35

2 • Les endommagements, le désordre et les hétérogénéités

1. Ordre parfait, désordre parfait, ordres et désordres locaux .	37
2. Contrainte théorique de rupture	37
3. Glissement localisé et dislocations	40
3.1. Mécanisme de Zener	40
3.2. Les cellules de dislocations en fatigue	41
4. Le désordre des lacunes	43
5. Les inclusions	43
5.1. Les inclusions sources de clivages ou de cavités	43
5.2. Naissance de fissures sur les inclusions	45
6. Grains et joints de grains	49
6.1. Rôle de la taille de grain dans l'endommagement par clivage.....	49
6.2. Quelques éléments de mécanique de la rupture.....	49
6.3. Propagation d'un embryon de fissure de clivage.....	51
6.4. Blocage des clivages sur les joints de grains	51
6.5. Cas des martensites et des bainites.....	52
6.6. Loi de Weibull.....	53
6.7. Rôle des grains dans la propagation des fissures de fatigue	54
7. Croissance et coalescence des cavités	56
8. Les fibres	56
8.1. Fibres plus fragiles que la matrice	57
8.2. Matrice plus fragile que les fibres	57
9. Conclusion	59
A. Annexes	60
A.1. Contrainte théorique de rupture	60
A.2. Loi de Weibull.....	60
A.3. Développements supplémentaires sur la mécanique des inclusions	62

A.4. <i>Modèles de croissance de cavités</i>	66
A.5. <i>Composites à fibres</i>	68

3 • Endommagement et matériaux poreux

1. Notions de mécanique de l'endommagement	71
1.1. <i>Traitement élémentaire</i>	71
1.2. <i>Relation entre les processus microscopiques d'endommagement et la mécanique de l'endommagement</i> .	74
1.3. <i>Malheureusement des incompatibilités !</i>	77
1.4. <i>Mécanique de l'endommagement dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles</i>	78
2. Mécanique des matériaux plastiques poreux	79
3. Conclusion	84
A. Annexes	85
A.1. <i>Module d'élasticité d'un matériau élastique linéaire isotrope contenant une fissure en forme de piécette</i>	85
A.2. <i>Taux de croissance des cavités</i>	85

4 • Environnement et endommagement

1. La fragilisation par l'hydrogène	87
1.1. <i>Pénétration de l'hydrogène dans les métaux</i>	88
1.2. <i>Diffusion de l'hydrogène</i>	93
1.3. <i>Mécanismes de fragilisation par l'hydrogène</i>	94
1.4. <i>Influence de divers paramètres sur la fragilisation par l'hydrogène</i>	99
1.5. <i>Aspects fractographiques</i>	100
2. La corrosion sous contrainte	102
2.1. <i>Phénoménologie</i>	102
2.2. <i>Amorçage des fissures de corrosion sous contrainte</i>	105
2.3. <i>Propagation des fissures en corrosion sous contrainte</i>	106
3. Fatigue-corrosion	111

4. Conclusion	112
A. Annexe : Propagation d'une fissure par accumulation de gaz en fragilisation par l'hydrogène	113

5 • Endommagement et besoins industriels

1. Développement des recherches sur la fatigue	115
2. Développements de la maîtrise de la rupture fragile	117
2.1. <i>L'essai Charpy</i>	117
2.2. <i>Les avions et Griffith</i>	118
2.3. <i>L'Atlantique Nord et la température de transition fragile-ductile</i>	119
2.4. <i>La conquête de l'espace et la maîtrise du nucléaire et la mécanique de la rupture</i>	130
2.5. <i>L'électro-nucléaire, le gaz et le pétrole et la mécanique de la rupture en élasto-plasticité</i>	132
3. Conclusion	136
A. Annexes	137
A.1. <i>Calcul des champs de contraintes et de déformations dans la section d'une éprouvette cylindrique entaillée, d'après Bridgman</i>	137
A.2. <i>Influence de la vitesse de déformation sur l'énergie de clivage</i>	138

6 • Prévoir les évolutions des endommagements

1. Les stades et conditions d'endommagement	141
2. La fatigue	143
2.1. <i>Approche globale</i>	143
2.2. <i>Propagation des fissures longues en fatigue</i>	148
2.3. <i>Comportement des fissures courtes</i>	152
2.4. <i>Prévision de l'amorçage des fissures de fatigue</i>	153

3. La corrosion sous contrainte et la fatigue-corrosion	155
3.1. <i>Prévoir l'absence de corrosion sous contrainte ou de fatigue-corrosion</i>	155
3.2. <i>Propagation des fissures de corrosion sous contrainte et de fatigue-corrosion</i>	156
4. L'endommagement par fluage	156
4.1. <i>Les facteurs de prévision</i>	156
4.2. <i>Naissance des cavités</i>	158
4.3. <i>Croissance des cavités</i>	160
4.4. <i>Vitesse de propagation des fissures en fluage</i>	165
5. Interactions fatigue-fluage	166
6. Conclusion	168
A. Annexes	168
A.1. <i>Prévision de la durée d'amorçage d'une fissure de fatigue au voisinage d'un trou</i>	168
A.2. <i>Naissance des cavités de fluage</i>	169

7 • Endommagements et maintenance

1. Équilibre entre coût de maintenance et coût des défaillances	171
2. Contrôles non destructifs	173
2.1. <i>Ce qu'il importe de contrôler</i>	173
2.2. <i>Examens visuels</i>	174
2.3. <i>Ressuage</i>	174
2.4. <i>Magnétoscopie</i>	175
2.5. <i>Radiographie et gammagraphie</i>	175
2.6. <i>Ultrasons</i>	176
2.7. <i>Courants de Foucault</i>	178
2.8. <i>Émission acoustique</i>	179
3. Un exemple de maintenance, celle des ouvrages d'art	180
3.1. <i>Un traitement déterministe</i>	180
3.2. <i>Traitement fiabiliste</i>	181

8 • Guérison des endommagements

1. La ménagère et le bricoleur recousent et collent	189
2. Guérison des tissus vivants.....	189
3. Des matériaux autocicatrisants ?.....	190
3.1. <i>Le cas du verre.....</i>	190
3.2. <i>Cicatrisation des polymères.....</i>	191
3.3. <i>Autocicatrisation de composites céramiques.....</i>	193
3.4. <i>Autocicatrisation des bétons.....</i>	194

9 • Conclusion

1. Conditions pour pouvoir parler d'une science des endommagements ?	197
2. Lois universelles	198
3. L'expérience est imprégnée de théorie.....	200
4. Méthode scientifique	200
5. But de la science des endommagements	203

A • Annexe. Éléments de mécanique de la rupture en élasticité linéaire

A.1. Facteur d'intensité de contrainte	205
A.1.1. <i>Champs de déplacement, de déformation et de contrainte à l'extrémité d'une fissure</i>	205
A.1.2. <i>Calcul des facteurs d'intensité de contrainte.....</i>	208
A.2. Taux de libération d'énergie	211
A.2.1. <i>Détermination du taux de libération d'énergie G.....</i>	211
A.2.2. <i>Relation entre le taux de libération d'énergie G et le facteur d'intensité de contrainte K.....</i>	213
A.2.3. <i>Détermination de l'écartement des lèvres de la fissure</i>	214

A.3. Intégrale de Rice-Cherepanov J	215
A.3.1. Définition de J	215
A.3.2. Détermination expérimentale de J	216
A.4. Zones plastifiées confinées en tête de fissure	216
A.4.1. Zone plastifiée en contrainte plane	216
A.4.2. Zone plastifiée en déformation plane	221
Quelques livres recommandés et utiles	225
Index	227



Avant-propos

Il existe un certain nombre d'ouvrages qui traitent des endommagements des matériaux. J'en ai moi-même écrit un avec mes amis André Pineau et André Zaoui (*Comportement mécanique des matériaux*, Hermès, 1991 et sa traduction en anglais *Mechanical Behaviour of Materials*, Kluwer, 1998). Comment faire pour apporter un peu de neuf ? C'est surtout dans l'organisation des chapitres que j'ai cherché à innover. J'ai essayé de regrouper les questions selon des problématiques générales touchant à des domaines conjoints : par exemple l'ordre et le désordre ; la façon dont les besoins industriels ont poussé au développement du domaine ; l'incidence des connaissances concernant les endommagements sur la maintenance. J'espère ainsi susciter de l'intérêt au détriment peut-être d'un exposé de construction plus linéaire. Il faudra parfois aller d'un chapitre à un autre pour faire le tour de certaines questions, ce que l'index facilite.

J'ai voulu écrire quelque chose qui ne rebute pas trop les lecteurs qui auraient des préventions par rapport aux formules mathématiques. Elles sont parfois difficilement évitables. Certains calculs sont rassemblés à la fin des chapitres, pour permettre une compréhension plus approfondie. De même, ai-je inclus une annexe finale rassemblant des éléments de mécanique de la rupture en élasticité linéaire, qui intervient à de nombreuses reprises dans le traitement des endommagements. Pour autant, la possession de quelques connaissances en mécanique du solide et en science des matériaux est indispensable. Je ne suis pas revenu sur la définition du tenseur des contraintes, sur des notions élémentaires de chimie et de thermodynamique, sur les diagrammes de phase et les traitements thermiques, sur la diffusion, etc. Les étudiants d'un niveau de maîtrise, voire de licence, devraient ne pas éprouver trop de difficultés. J'espère que ces derniers, comme leurs professeurs, les chercheurs et les ingénieurs, trouveront cet ouvrage utile.

Les matériaux constituent un domaine vaste. Je n'ai pas introduit beaucoup de notions sur les matériaux non métalliques. Ce sont les métaux que je connais le mieux. Par ailleurs, la métallurgie a été à la

base des progrès scientifiques sur les matériaux. Les approches qu'on a développées sur les alliages métalliques ont été, et sont encore dans bien des cas, transposées aux autres matériaux. C'est l'excuse que j'avance pour les polyméristes et les céramistes frustrés. Tout particulièrement, les composites auraient mérité d'être mieux traités. À ma décharge, ils sont si divers qu'il est difficile de tirer des lois générales à leur sujet. La plupart des exemples que j'utilise sont fournis par les aciers. Cela ne devrait pas restreindre outre mesure le champ des applications, dans la mesure où leurs propriétés se transposent aux autres alliages métalliques cubiques centrés ou cubiques à faces centrées.

Le premier chapitre donne un panorama général sur les endommagements des matériaux. Il se fonde sur la différence essentielle qui existe entre les clivages et les glissements. Il traite d'abord des endommagements instantanés, conduisant à la rupture brutale. Puis il examine les endommagements qui se développent plus ou moins lentement et qui aboutissent aux ruptures différées.

Le deuxième chapitre aborde la question essentielle des désordres et des hétérogénéités qui jouent un rôle fondamental en ce qui concerne les endommagements. Il est structuré par les divers types d'hétérogénéités rencontrées : dislocations, lacunes, inclusions, joints de grains, cavités, fibres.

Le troisième chapitre traite des matériaux poreux dans la mesure où ils peuvent être considérés comme des matériaux endommagés. L'occasion est donnée d'aborder la mécanique de l'endommagement qui a connu, en France notamment, de nombreux développements récents, mais qui suscite quelques réserves. Le comportement des matériaux plastiques poreux a lui aussi fait l'objet de nombreux travaux dans les dernières années. Ils ont beaucoup contribué à une modélisation efficace du développement des endommagements par cavitation.

Le quatrième chapitre est consacré aux interactions de l'endommagement avec l'environnement. C'est un domaine qui fait appel tant à la chimie qu'à la mécanique. Cette pluridisciplinarité nécessaire, mais malaisée à réaliser, a certainement freiné pendant longtemps la compréhension des phénomènes. Depuis quelques années, des progrès certains ont été accomplis. Je me suis efforcé d'en tenir compte. En tout cas, l'influence des environnements sur les endommagements est un sujet de grande importance pratique et parfois trop négligé. Ce chapitre commence par le problème de la fragilisation par l'hydrogène, que l'on retrouve ensuite dans certains cas de corrosions sous contrainte. La fatigue corrosion apporte de plus des aspects de synergie complexes.

Le cinquième chapitre cherche à montrer comment les besoins industriels qui ont évolué au cours du xx^e siècle ont nécessité des développements dans le domaine des endommagements. L'exemple de la

transition fragile ductile des aciers est celui traité. On aurait pu en choisir d'autres, mais celui-là est particulièrement parlant.

La prévision des évolutions des endommagements est de la plus haute importance pour estimer la durée de vie des pièces et des structures et pour éviter des défaillances prématurées. Elle fait l'objet du sixième chapitre. Ce sont les endommagements par fatigue qui sont les plus redoutés, car en fait les plus fréquents. Mais les endommagements par fluage sont aussi à craindre. J'ai essayé de montrer comment la connaissance des mécanismes aboutit à des modélisations bien fondées.

Le septième chapitre aborde un domaine nouveau, encore peu développé : celui de la maintenance conditionnelle. Le problème est de connaître la stratégie à adopter pour une maintenance aussi efficace que possible en termes de coûts. Je n'y parle évidemment que des aspects liés aux matériaux, laissant de côté tous les développements mathématiques auxquels ce sujet donne lieu.

Le chapitre huit, malheureusement très court faute d'exemples, est consacré à la guérison des endommagements, ce que sait si bien faire le vivant. Les matériaux morts sont beaucoup plus rétifs, bien que, quelques exemples très particuliers peuvent être donnés pour des verres, des polymères et des céramiques. Il faudra de l'imagination pour fabriquer des matériaux qui guérissent spontanément.

Dans la conclusion, je me suis aventuré dans le domaine de l'épistémologie élémentaire. Prévenir les endommagements demande une approche scientifique. Pour la pratiquer, avoir quelques notions méthodologiques me semble utile. Je livre donc aux lecteurs quelques réflexions plus ou moins popperéniennes appliquées aux endommagements. On en tirera, j'espère, l'idée que des progrès valent encore la peine d'être réalisés. Mon souhait est que le présent ouvrage puisse modestement y contribuer.

La retraite a l'avantage de permettre une certaine réflexion sur les connaissances que l'on a pu acquérir et l'envie pointue d'en faire profiter des plus jeunes que soi. Aussi, lorsque Jean Philibert a insisté pour que je me lance dans la rédaction d'un ouvrage sur l'endommagement des matériaux, n'ai-je pas trop longtemps hésité. Voici le fruit du travail dont je suis venu à bout. Je remercie Jean Philibert de m'avoir ainsi sollicité et de m'avoir fait de bien utiles suggestions. S'il est une tâche fastidieuse, c'est bien celle consistant à rassembler les illustrations. Nombre d'entre elles m'ont été procurées par des collègues que je remercie vivement, ainsi que Daniel Kervern qui m'a souvent tiré d'affaire face aux scanners et aux ordinateurs.

Notations

- a : distance entre plans denses
 a : longueur d'une fissure
 a : rayon d'une fissure
 a : rayon minimal d'une éprouvette cylindrique entaillée
 A : surface d'une fissure
 a_0 : distance entre plans denses à l'équilibre
 a_0 : longueur initiale d'une fissure
 a_d : limite de détection d'une fissure par contrôle non destructif
 A_j : surface des joints de grain recouverts de cavités de fluage
 b : distance interatomique
 b : longueur du ligament d'une éprouvette
 b : vecteur de Burgers d'une dislocation
 B : épaisseur d'une éprouvette ou d'une pièce
 c : dimension d'une inclusion
 C : coefficient de la loi de Paris
 C : complaisance
 C^* : paramètre de Riedel et Rice pour la propagation des fissures en fluage
 c_i : coût unitaire d'une inspection
 C_i : coût total des inspections
 C_{ijkl} : constantes d'élasticité
 C_{ijkl}^I : constantes d'élasticité d'une inclusion
 c_r : coût unitaire d'une réparation
 C_r : coût total des réparations
 C_t : paramètre de Riedel et Rice en fluage primaire
 d : taille de grain
 d : dimension d'un élément de volume d'un matériau
 d : longueur d'un glissement
 D : paramètre d'endommagement
 D_j : coefficient de diffusion dans les joints de grain
 D_s : coefficient de diffusion superficielle
 D_α : coefficient de diffusion dans le fer alpha
 D_γ : coefficient de diffusion dans le fer gamma

- E : module d'Young
 E_e : énergie élastique emmagasinée
 E_{eff} : module d'Young effectif
 E_{eq} : déformation plastique appliquée équivalente
 E^f : module d'Young d'une fibre
 E^I : module d'Young d'une inclusion
 e_{ij} : déviateur des déformations
 E_{ij} : champ de déformation lointain
 E^m : module d'Young d'une matrice
 E_p : module d'écroutissage
 E_p : énergie d'adsorption
 f : fraction volumique de fibres
 f : fraction volumique de cavités ; porosité
 F : force appliquée
 f_c : valeur critique de la porosité à partir de laquelle son augmentation s'accélère
 f_f : porosité qui fait perdre au matériau toute résistance
 f^I : fraction volumique d'inclusions
 F_j : coefficient de surface de joint d'une cavité intergranulaire
 F_s : coefficient de surface totale d'une cavité intergranulaire
 F_v : coefficient de volume d'une cavité intergranulaire
 g : exposant de la loi de Monkman-Grant
 G : enthalpie libre
 G : taux de libération d'énergie
 G_c : ténacité du matériau exprimé en termes d'énergie de rupture
 H : demi-distance moyenne entre fibres
 J : intégrale de Rice-Cherepanov ; taux de libération d'énergie en plasticité
 k : facteur de forme d'une inclusion
 k et σ_1 : paramètres du modèle de Rousselier
 k : constante de Boltzman
 k : limite d'élasticité en cisaillement
 k : module d'incompressibilité
 K : facteur d'intensité de contrainte
 K_c : ténacité du matériau exprimé en terme de facteur d'intensité de contrainte
 k^I : module d'incompressibilité d'une inclusion
 K_I, K_{II}, K_{III} : facteurs d'intensité de contrainte en mode I, II et III respectivement
 K_{ICSC} : seuil de non fissuration en corrosion sous contrainte
 k^m : module d'incompressibilité d'une matrice
 K_{max} : valeur maximale du facteur d'intensité de contrainte au cours d'un cycle
 K_T : facteur de concentration de contrainte
 l : dimension d'un volume de matériau
 L : demi-longueur d'une fibre
 L : distance entre cavités

- m : rapport du module d'Young d'une inclusion à celui de la matrice
 m : exposant de la loi de Norton
 m : exposant de la loi de Paris
 m : exposant de Weibull
 $M(x)$: fonction de poids
 n : exposant d'écroutissage
 N : nombre d'éléments de volume
 N : exposant d'écroutissage
 N : nombre de cycles
 N_d : nombre de cycles nécessaires pour atteindre la limite de détection par contrôle non destructif
 N_i : nombre de cycles séparant deux inspections
 N_u : nombre de cycles d'utilisation d'un appareil
 p : pression
 P : charge
 $P_0(\sigma)$: probabilité de rupture d'un élément de volume
 $P_R(\sigma)$: probabilité de rupture
 Q : contrainte en tête de fissure provenant du second terme du développement en série
 q_1, q_2 : paramètre du modèle de Gurson, Tveergard, Needleman
 r : distance à l'axe d'une fibre
 r : distance à l'extrémité d'une fissure
 R : charge de rupture d'un composite
 R : constante des gaz parfaits
 R : dimension de la sone plastifiée en tête de fissure
 R : rapport de la charge minimale à la charge maximale au cours d'un cycle
 R : rayon d'une cavité
 R : rayon de courbure d'une cavité intergranulaire
 R : rayon de courbure d'une entaille
 R : rayon d'une fibre
 R^* : rayon critique de création d'une cavité
 R_0 : paramètre du modèle de Rice et Thomson proportionnel au rayon du cœur d'une dislocation rapporté au vecteur de Burgers
 R_c : rayon critique de création d'une cavité
 R_{Cl} : rapport de l'énergie dépensée par fissuration d'un joint de grain à l'énergie de surface
 R_e : limite d'élasticité
 R^f : charge de rupture d'une fibre
 R^m : charge de rupture de la matrice
 R_p : contrainte d'écoulement
 r_Y : correction d'Irwin
 R_v : facteur de triaxialité en mécanique de l'endommagement
 s : rapport de la dimension axiale à la dimension radiale d'une inclusion axisymétrique

que la valeur de cette dernière. Ces calculs sont utiles pour prévoir la direction de la propagation de la fissure, surtout en mode II et *a fortiori* en mode mixte.

On trouve pour la contrainte principale maximale en mode I :

$$\sigma_I = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right). \quad (\text{A.7})$$

Sa valeur maximale se trouve dans une direction $\theta = \pi/3$ où elle vaut : $3\sqrt{3}K_I/4\sqrt{2\pi r}$. Par ailleurs :

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (\text{A.8})$$

dont la valeur maximale $4\sqrt{2}K_I/3\sqrt{3}\sqrt{2\pi r}$ se trouve pour un angle θ tel que $\cos \theta = 1/3$.

En mode II :

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \frac{3}{2} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \quad (\text{A.9})$$

dont la valeur maximale vaut $2\sqrt{3}K_{II}/3\sqrt{2\pi r}$ pour un angle θ tel que $\cos \theta = 1/3$.

Pour un *matériau anisotrope* les facteurs d'intensité de contrainte peuvent être trouvés dans l'annexe D de *The Stress Analysis Handbook* de Hiroshi Tada, Paul C. Paris et George R. Irwin (Del Research Co., Hellertown, Penn., 1973).

A.1.2. Calcul des facteurs d'intensité de contrainte

Le facteur d'intensité de contrainte est donc le paramètre qui intègre les différents facteurs que sont le chargement et la géométrie de la pièce et la dimension de la fissure. Il convient de savoir comment calculer les facteurs d'intensité de contrainte pour pouvoir connaître le niveau des contraintes et des déformations en tête de fissure.

Montrons tout d'abord que le facteur d'intensité de contrainte est le même que celui que produirait l'application sur les lèvres de la fissure des contraintes qui s'y exerceraient en son absence (en condition de charge imposée). En effet, le problème cherché (Fig. A.2) peut être considéré comme la superposition de la pièce non fissurée et soumise aux charges imposées et de la pièce chargée uniquement sur

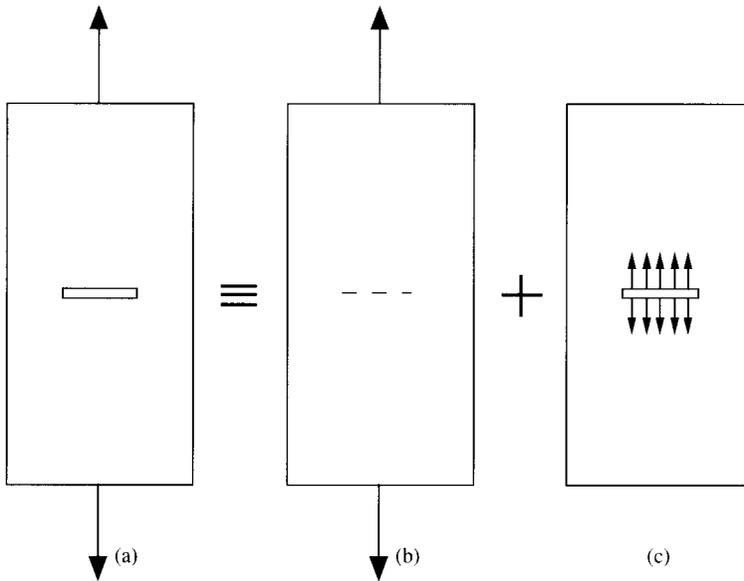


Fig. A.2. Principe de superposition : une pièce fissurée chargée (a) peut être représentée par la superposition de la pièce chargée non fissurée (b) et de la pièce fissurée non chargée (c), mais pour laquelle des forces réparties égales aux contraintes qui existaient dans la pièce non fissurée sont appliquées sur les lèvres de la fissure. Le facteur d'intensité de contrainte est le même pour ce dernier cas et pour la pièce fissurée chargée.

l'emplacement de la fissure de forces réparties convenables pour annuler les contraintes qui existent avant que celle-ci ne soit présente. Seul ce deuxième problème comporte une singularité élastique ; c'est donc celle cherchée.

L'utilisation de cette méthode permet de calculer les facteurs d'intensité de contrainte par sommation de ceux qui sont produits par des charges élémentaires concentrées.

Par exemple, on montre que dans une plaque infinie contenant une fissure de longueur $2a$, chargée par deux forces ponctuelles égales et opposées $+/-P$ par unité d'épaisseur à une distance b de l'axe (Fig. A.3), le facteur d'intensité de contrainte vaut :

$$K_I = \frac{P}{\sqrt{\pi a}} \left(\frac{a+b}{a-b} \right)^{1/2}. \quad (\text{A.10})$$

Un tel chargement peut être réalisé en enfonçant un coin dans la fissure.