

# **Mécanique des fluides en 20 fiches**

Tout le catalogue sur  
[www.dunod.com](http://www.dunod.com)



**ÉDITEUR DE SAVOIRS**

**Pascal Bigot**

Professeur en BTS au lycée Marie Curie  
(Nogent-sur-Oise)

**Richard Mauduit**

Professeur en BTS au lycée Robert  
Schuman (Le Havre)

**Eric Wenner**

Professeur en BTS au lycée Robert  
Schuman (Le Havre)

# Mécanique des fluides en 20 fiches

2<sup>e</sup> édition

DUNOD

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du

Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, Paris, 2011, 2015  
5 rue Laramiguière, Paris 5<sup>e</sup>  
www.dunod.com  
ISBN 978-2-10-072748-3

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

# Table des matières

<b>Fiche 1</b>	Généralités sur les fluides – pression	7
<b>Fiche 2</b>	Fluides gazeux	13
<b>Fiche 3</b>	Relation fondamentale de la statique des fluides	20
<b>Fiche 4</b>	Pression atmosphérique	28
<b>Fiche 5</b>	Mesures de pression	34
<b>Fiche 6</b>	Forces de pression : poussée sur une paroi	43
<b>Fiche 7</b>	Forces de pression : poussée d'Archimède	51
<b>Fiche 8</b>	Tension superficielle et tensiométrie	59
<b>Fiche 9</b>	Écoulement des fluides parfaits	68
<b>Fiche 10</b>	Mesures de débit	77
<b>Fiche 11</b>	Mesures de vitesse	85
<b>Fiche 12</b>	Viscosité et viscosimétrie	92
<b>Fiche 13</b>	Rhéologie	100
<b>Fiche 14</b>	Calculs de perte de charge	107
<b>Fiche 15</b>	Les pompes	116
<b>Fiche 16</b>	Les turbines hydrauliques	128
<b>Fiche 17</b>	Le théorème de Bernoulli généralisé	136
<b>Fiche 18</b>	Le théorème d'Euler	145
<b>Fiche 19</b>	Dynamique des fluides compressibles	153
<b>Fiche 20</b>	Théorème d'Hugoniot	161

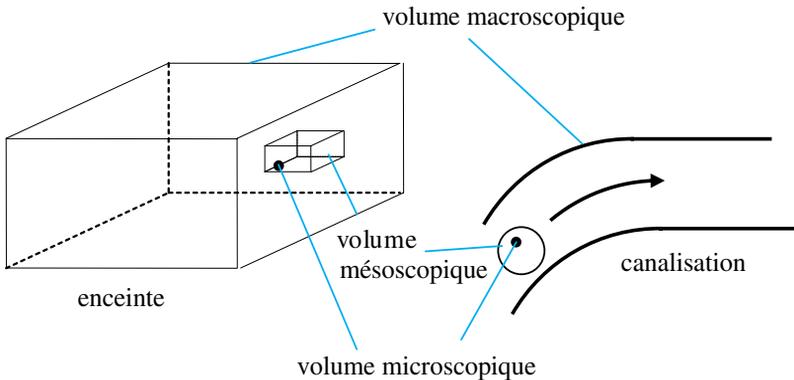


# Généralités sur les fluides – pression

## I Les fluides

- **Grandeurs mésoscopiques**

En mécanique des fluides, les grandeurs définies le sont pour des volumes mésoscopiques (encore appelés éléments de fluides), **intermédiaires entre le volume microscopique et le volume macroscopique**.



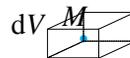
Une grandeur définie sur un volume microscopique ne concerne que trop peu de particules et n'est donc pas continue.

Une grandeur définie sur un volume macroscopique ne permet pas de rendre compte des variations de cette grandeur à l'intérieur de ce volume.

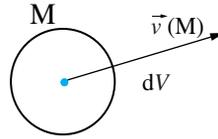
### Exemples de grandeurs définies au niveau mésoscopique

masse volumique (en  $M$ ) =  $\frac{dm}{dV}$

avec  $dm$  = masse de l'ensemble des particules dans le volume  $dV$ .



$\vec{v}$  (M) = moyenne des vecteurs vitesses des particules contenues dans le volume  $dV$



- **Différence solide/fluide**

Dans un solide, les particules sont rigidement liées les unes aux autres, contrairement à un fluide : **fluides = liquides et gaz.**

- **Différence liquide/gaz**

Au niveau macroscopique, contrairement à un liquide, un gaz occupe toujours l'ensemble du volume qui lui est proposé.

Au niveau microscopique, contrairement à un gaz, les particules d'un liquide sont très proches.

D'autre part, liquides et gaz diffèrent par l'ordre de grandeur :

- de leur masse volumique (en moyenne 1 000 fois supérieure pour un liquide),
- de leur aptitude à subir une variation de volume à température constante (en moyenne 100 000 fois supérieure pour un gaz).

- **Grandeurs usuelles**

**Pression  $P$  en un point :** voir II.

**Température  $T$  :** grandeur qui traduit le degré d'agitation des particules

**Volume  $V$  :** partie de l'espace occupée.

- **Masse volumique  $\rho$  (« rhô ») :**  $\rho = \frac{m}{V}$  avec  $m$  = masse de fluide occupant le volume  $V$ .

- **Densité  $d$  :**  $d = \frac{m}{m_R}$  avec  $m$  = masse de fluide occupant le volume  $V$ .  
et  $m_R$  = masse d'un corps  $R$  de référence occupant le même volume  $V$ .

Le corps de référence est l'eau pour les liquides et l'air pour les gaz.

On a aussi :  $d = \frac{\rho}{\rho_R}$  avec  $\rho_R$  = masse volumique du corps  $R$ .

- **Fluides incompressibles et compressibles**

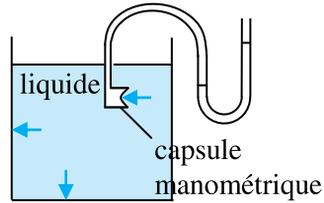
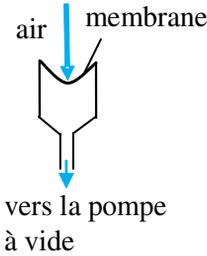
Un fluide incompressible est tel que sa masse volumique reste la même en tout point : **les liquides peuvent être considérés comme incompressibles.**

Un fluide compressible est tel que sa masse volumique peut varier d'un point à l'autre : **les gaz peuvent être considérés comme compressibles.**

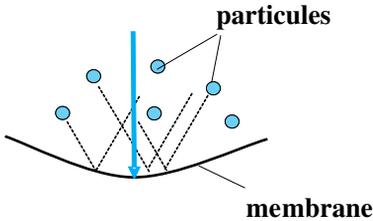
# II Pression en un point d'un fluide au repos

- Forces pressantes

Les fluides exercent des forces de contact qui sont des forces pressantes (ou forces de pression).



Interprétation microscopique :

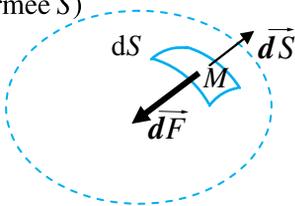


La force de pression résultante est principalement due aux chocs des particules

Par raison de symétrie, une force de pression est localement normale à l'élément de surface sur lequel elle s'exerce (la viscosité n'intervenant pas pour un fluide au repos).

- Pression absolue en un point

(surface fermée  $S$ )



La pression  $p_M$  au point  $M$  est définie

telle que : 
$$d\vec{F} = -p_M \cdot d\vec{S}$$

on a alors : 
$$p_M = \frac{dF}{dS}$$

N  
m<sup>2</sup>

Unité S.I. : le Pascal (Pa)

Si on isole dans un fluide un volume  $V$  fictif délimité par une surface  $S$  fermée, les particules extérieures à  $V$  exercent sur une surface élémentaire  $dS$  (centrée sur le point  $M$ ) de  $S$  la force pressante  $d\vec{F}$  normale (pour un fluide au repos) à  $dS$ .

« pression » = «  $\frac{\text{force}}{\text{surface}}$  » ; « force » = « pression  $\times$  surface »

### Autres unités utilisées

- le bar : 1 bar =  $10^5$  Pa
- l'atmosphère (atm) : 1 atm =  $1,013 \cdot 10^5$  Pa = 1,013 bar
- le millimètre de mercure (mm de Hg) 760 mm de Hg = 1 atm
- le mètre colonne d'eau (m CE) 10 m CE = 1 bar

### • Pression relative (ou effective) en un point

La pression relative  $p_{\text{rel}}$  ( $M$ ) en un point  $M$  est telle que :

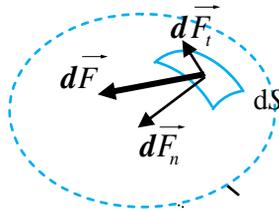
$$p_{\text{rel}}(M) = p_M - p_{\text{atm}}$$

avec  $p_{\text{atm}}$  = pression atmosphérique (elle peut varier !).

La présence d'atmosphère fait qu'elle contribue à la pression exercée ; la pression relative correspond donc à la pression exercée par le fluide seul.

### • Cas d'un fluide en mouvement

Dans ce cas, la force pressante  $d\vec{F}$  n'est plus forcément normale à  $dS$ , en particulier si le fluide est visqueux.

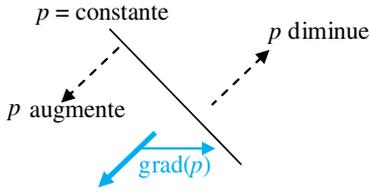


$d\vec{F} = d\vec{F}_n$  (composante normale) +  $d\vec{F}_t$  (composante tangentielle)

La pression en  $M$  est telle que :  $p_M = \frac{dF_n}{dS}$

### • Gradient de pression

C'est le vecteur  $\vec{\text{grad}}(p) = \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{y,z} \vec{u}_x + \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{x,z} \vec{u}_y + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{x,y} \vec{u}_z$

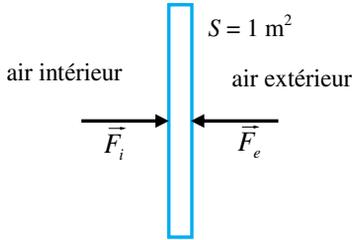


(en coordonnées cartésiennes) ; il permet d'indiquer localement comment varie la pression. Ce vecteur est perpendiculaire à une surface isobare.

## Force pressante exercée par l'air atmosphérique

Calculez la force exercée de part et d'autre sur 1 m<sup>2</sup> de vitre ; on supposera que la pression atmosphérique est la même de chaque côté et égale à 1 bar.

### Solution



$F_e = F_i = p_{atm} \cdot S = 10^5 \times 1 = 10^5 \text{ N}$   
 C'est environ le poids d'une masse de 10<sup>4</sup> kg (10 tonnes).  
 Tout se passe comme si un éléphant tenait verticalement sur chaque côté de la vitre.  
 $S = 1 \text{ m}^2$

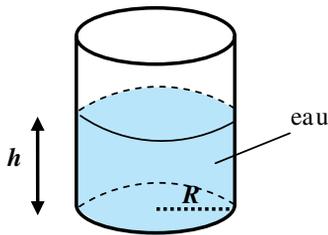
## Pression au fond d'un réacteur

Un réacteur cylindrique à fond plat, de rayon  $R = 20 \text{ cm}$  et de hauteur  $H = 50 \text{ cm}$ , contient 35 L d'eau.

1. Calculez la hauteur  $h$  d'eau dans le réacteur.
2. Calculez la force exercée par l'eau sur le fond du réacteur.
3. Calculez la pression relative, en Pascal puis en mmCE, exercée par l'eau sur le fond du réacteur (trouvez deux méthodes).

**Données :**  $\rho_{eau} = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ;  $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$

### Solution



1. Volume d'eau =  $V = (\pi \cdot R^2) \cdot h$   
 $35 \cdot 10^{-3} = \pi \cdot (0,2)^2 \cdot h$   
 $h = 0,278 \text{ m} = 27,8 \text{ cm}$

2. Soit  $F_{\text{eau}}$  = valeur de la force exercée par l'eau  $F_{\text{eau}} = m_{\text{eau}} \cdot g$  (poids de l'eau)  
 $= \rho_{\text{eau}} \cdot V \cdot g = 10^3 \times 35 \times 10^{-3} \times 9,81 = \mathbf{343 \text{ N}}$

### 3. Première méthode

$$P_{\text{relative}} \text{ de l'eau} = \frac{F_{\text{eau}}}{\pi \cdot R^2} = 2730 \text{ Pa} (= 278 \text{ mmCE})$$

### Deuxième méthode

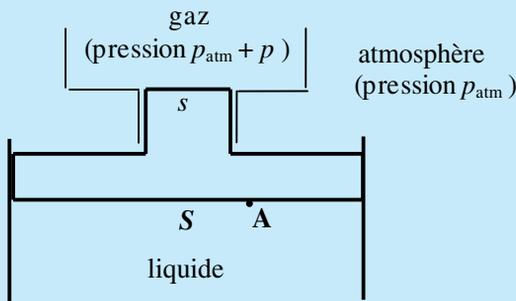
Soit  $F_{\text{air}}$  = valeur de la force exercée par l'air

$$\text{pression de l'eau} = \frac{F_{\text{eau}} + F_{\text{air}}}{\pi \cdot R^2} = \frac{F_{\text{eau}} + (\pi \cdot R^2) \cdot p_{\text{atm}}}{\pi \cdot R^2} = \frac{F_{\text{eau}}}{\pi \cdot R^2} + p_{\text{atm}}$$

$$P_{\text{relative}} \text{ de l'eau} = \text{pression de l'eau} - p_{\text{atm}} = \frac{F_{\text{eau}}}{\pi \cdot R^2} = 2730 \text{ Pa}$$

## Pression exercée par un piston

On considère le dispositif suivant :



Le piston est caractérisé par des sections  $S$  et  $s$ , et une masse  $m$  ; déterminez l'expression de la pression au point  $A$ .

## Solution

$$p_A = \frac{\text{force}}{\text{surface}}$$

La force  $F$  exercée sur la surface  $S$  de liquide est telle que :

$$F = p_{\text{atm}} \cdot (S - s) + (p_{\text{atm}} + p) \cdot s + m \cdot g$$

(force due à l'**atmosphère**) + (force due au **gaz**) + (force due au **piston**)

$$F = p_{\text{atm}} \cdot S + p \cdot s + m \cdot g$$

$$\text{donc } p_A = \frac{p_{\text{atm}} \cdot S + p \cdot s + m \cdot g}{S} = p_{\text{atm}} + \frac{p \cdot s + m \cdot g}{S}$$

# Fluides gazeux

## I Modèle du gaz parfait

- **Description**

Soit une masse  $m$  de gaz à l'équilibre qui contient  $N$  molécules dans un volume  $V$ . Ce gaz est supposé parfait si les molécules en mouvement sont sans interactions entre elles (en dehors des chocs qu'elles subissent entre elles ou contre les parois du récipient qui accueille le gaz), ce qui suppose une densité moléculaire faible.

Chaque molécule est assimilée à un point matériel ayant un mouvement de translation rectiligne entre deux chocs.

- **Équation d'état**

On montre que la pression  $P$  du gaz parfait est reliée à sa température absolue  $T$  (en K) par la relation :

$$PV = N k T$$

où  $k$  est la constante de Boltzmann.

- Pour une mole de molécules,  $N = \mathcal{N}_A$  (nombre d'Avogadro) donc :

$$PV = (\mathcal{N}_A k) T$$

$$\mathcal{N}_A k = 6,022 \cdot 10^{23} \times 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ mol}^{-1} \cdot \text{J} \cdot \text{K}^{-1} = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

On pose  $R = \mathcal{N}_A k$  que l'on appelle constante molaire des gaz parfaits.

- Pour  $n$  moles de molécules,  $N = n\mathcal{N}_A$  et la relation

$$PV = nRT$$

constitue l'équation d'état du gaz parfait dans laquelle les grandeurs  $P$ ,  $V$  et  $T$  sont les variables d'état du gaz.

**Unités S.I. :**  $P$  en Pa ;  $V$  en  $\text{m}^3$  ;  $T$  en K.

On utilise également deux autres formes pour exprimer l'équation d'état du gaz parfait. Puisque  $n = \frac{m}{M}$  où  $M$  est la masse molaire du gaz, on a  $PV = m \frac{R}{M} T$ , c'est-à-dire :

$$PV = mrT$$

en posant  $r = \frac{R}{M}$  la constante massique du gaz étudié supposé parfait.

Enfin, la masse volumique du gaz est  $\rho = \frac{m}{V}$  donc on a également :

$$P = \rho r T$$

On considèrera qu'un gaz réel se comportera comme un gaz parfait lorsque sa pression est faible (densité moléculaire faible).

## II Lois de Joule

### • Première loi de Joule

L'unique forme d'énergie des  $N$  molécules contenues dans le volume  $V$  de gaz parfait est l'énergie cinétique de translation des molécules (les molécules d'un gaz parfait étant ponctuelles, elles ne peuvent avoir une énergie cinétique de rotation). On appelle l'énergie interne  $U$  du gaz parfait la somme des énergies cinétiques des  $N$  molécules. L'énergie interne  $U$  d'un gaz parfait ne dépend que de sa température et au cours d'une transformation d'une quantité de gaz  $n$  (en mol) ou  $m$  (en kg) :

$$\Delta U = n C_V \Delta T = m c_V \Delta T$$

$C_V$  : capacité thermique molaire à volume constant en  $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

$c_V$  : capacité thermique massique à volume constant en  $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

### • Deuxième loi de Joule

L'enthalpie  $H$  d'un gaz parfait ne dépend que de sa température et par définition :

$$H = U + PV$$

Au cours d'une transformation d'une quantité de gaz  $n$  (en mol) ou  $m$  (en kg) :

$$\Delta H = n C_P \Delta T = m c_P \Delta T$$

$C_P$  : capacité thermique molaire à pression constante en  $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

$c_P$  : capacité thermique massique à pression constante en  $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Puisque les deux capacités thermiques massiques sont telles que :

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \quad \text{ou} \quad \gamma = \frac{c_P}{c_V}$$

On en déduit :

$$\Delta H = \gamma \Delta U$$

## III Relation de Mayer

La relation de Mayer pour un gaz parfait s'écrit :

$$C_P - C_V = R \quad \text{ou} \quad c_P - c_V = r$$

avec  $r = \frac{R}{M}$ .