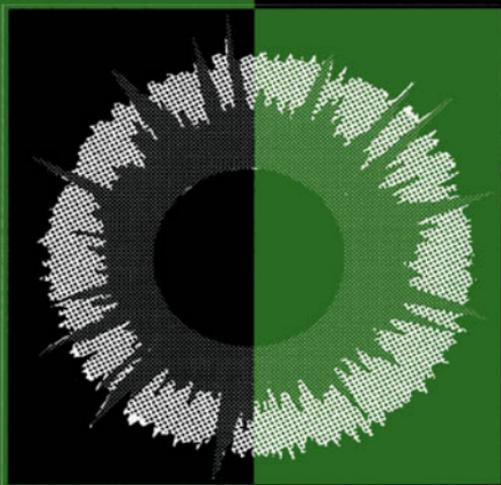


PHYSIQUE

Jean-Loup DELCROIX - Abraham BERS

# Physique des plasmas

• 1 •



SAVOIRS ACTUELS

 CNRS EDITIONS

  
EDP  
SCIENCES



# Physique des plasmas

## 1

*Cette page est laissée intentionnellement en blanc.*

Jean-Loup Delcroix  
*Université Paris-Sud, Orsay*  
*École Supérieure d'Électricité, Gif-sur-Yvette*

Abraham Bers  
*Department of Electrical Engineering*  
*and Computer Science (M.I.T.), Cambridge, États-Unis*  
*Plasma Fusion Center (M.I.T.), Cambridge, États-Unis*  
*Research Laboratory of Electronics (M.I.T.), Cambridge, États-Unis*

# Physique des plasmas

# 1

S A V O I R S   A C T U E L S

---

InterÉditions / CNRS Éditions

Dessin de couverture : représentation de la couronne solaire

© 1994, **InterEditions**, 7, rue de l'Estrapade, 75005 Paris  
et  
**CNRS Editions**, 20/22, rue Saint-Amand, 75015 Paris.

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés réservés pour tous pays.

Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans l'autorisation de l'éditeur est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et d'autre part, les courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (art. L. 122-4, L. 122-5 et L. 335-2 du Code de la propriété intellectuelle).

Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au : Centre français d'exploitation du droit de copie, 3, rue Hautefeuille, 75006 Paris. Tél. 43.26.95.35.

**ISBN 2-7296-0484-7**

**ISBN 2-271-05126-6**

# Table des matières

Avant-propos . . . . .	XXI
Notations . . . . .	XXV
<b>1 Gaz ionisés et plasmas</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Introduction . . . . .	1
1.1.1 Historique . . . . .	1
1.1.2 Plan du chapitre . . . . .	4
1.2 Gaz ionisés et plasmas . . . . .	5
1.2.1 Degré d'ionisation . . . . .	5
1.2.2 Ionisation thermique d'un gaz . . . . .	7
1.2.3 Plasmas hors d'équilibre thermique . . . . .	8
1.2.4 Densité et température des plasmas usuels . . . . .	9
1.2.5 Familles de gaz ionisés . . . . .	9
1.3 Oscillations de plasma . . . . .	11
1.3.1 Description qualitative . . . . .	11
1.3.2 Oscillations de charge d'espace électronique en volume . . . . .	13
1.3.3 Oscillations de gaine . . . . .	15
1.3.4 Impédance d'un plasma et ondes électromagnétiques . . . . .	17
1.4 Longueurs de Debye et de Landau . . . . .	20
1.4.1 Longueurs critiques d'interaction . . . . .	20
1.4.2 Gaines à la frontière d'un plasma . . . . .	24
1.4.3 Corrélations de position dans un plasma . . . . .	26
1.5 Plasmas sans interactions. Trajectoires des particules . . . . .	31
1.6 Plasmas avec interactions coulombiennes . . . . .	32
1.6.1 Classification des plasmas . . . . .	33
1.6.2 Collisions coulombiennes. Fréquences caractéristiques . . . . .	36
1.7 Ondes dans les plasmas . . . . .	40
1.7.1 Ondes planes dans un plasma . . . . .	40
1.7.2 Plasma sans champ magnétique. Fréquence de coupure . . . . .	41
1.7.3 Propagation parallèle à un champ magnétique . . . . .	43

1.7.4	Propagation oblique et transversale . . . . .	44
1.7.5	Classification des plasmas par rapport aux ondes . . . . .	46
1.8	Plasmas et rayonnement . . . . .	48
1.8.1	Émission de rayonnement par les plasmas . . . . .	48
1.8.2	Interactions entre photons et matière . . . . .	49
1.9	Gaz faiblement ionisés . . . . .	51
1.10	Fusion thermonucléaire contrôlée . . . . .	53
1.10.1	Réaction de fusion des noyaux légers . . . . .	53
1.10.2	Réacteurs nucléaires à fusion contrôlée . . . . .	56
1.10.3	Confinement magnétique d'un plasma . . . . .	58
1.10.4	Confinement inertiel d'un plasma . . . . .	61
1.11	Décharges électriques dans les gaz . . . . .	65
1.11.1	Décharges en courant continu à basse pression . . . . .	65
1.12	Problèmes . . . . .	75
P1-1	Distribution maxwellienne des vitesses . . . . .	75
P1-2	Distribution gaussienne et théorème de la limite cen- trale . . . . .	77
P1-3	Démonstration simple de l'équation de Saha . . . . .	77
P1-4	Gaines de plasma et sondes de Langmuir . . . . .	78
P1-5	Énergie potentielle d'un plasma . . . . .	81
P1-6	Grandeurs caractéristiques dans un plasma . . . . .	82
<b>2</b>	<b>Trajectoires dans un champ magnétique</b> . . . . .	<b>83</b>
2.1	Introduction . . . . .	83
2.2	Champ magnétique uniforme constant . . . . .	85
2.2.1	Trajectoires hélicoïdales . . . . .	85
2.2.2	Moment magnétique orbital. Diamagnétisme du plasma . . . . .	89
2.2.3	Valeurs numériques . . . . .	92
2.3	Champs magnétique et électrique uniformes et constants . . . . .	93
2.3.1	Dérive électrique . . . . .	93
2.3.2	Dérives produites par un champ de gravité . . . . .	97
2.4	Champs magnétique uniforme constant et électrique oscillant . . . . .	99
2.4.1	Approximation du champ électrique uniforme . . . . .	99
2.4.2	Conductivité électrique. Résonance cyclotron . . . . .	100
2.5	Champ magnétique lentement variable. Orbites adiabatiques . . . . .	101
2.5.1	Approximation adiabatique . . . . .	101
2.5.2	Orbites adiabatiques . . . . .	103
2.6	Compression magnétique. Gel de $B$ . Invariance de $\mu$ . . . . .	104
2.6.1	Mouvement des tubes de force . . . . .	104
2.6.2	Gel du plasma dans les tubes de force . . . . .	105
2.6.3	Invariance de $\mu$ . Compression magnétique . . . . .	107

2.7	Champ magnétique statique non uniforme . . . . .	110
2.7.1	Orbites adiabatiques tracées sur les tubes de force . . . . .	110
2.7.2	Miroirs magnétiques . . . . .	112
2.8	Dérives . . . . .	115
2.8.1	Dérives électriques et dérivés gravitationnelles . . . . .	115
2.8.2	Dérive de courbure magnétique . . . . .	115
2.8.3	Dérive de gradient de $B$ . . . . .	116
2.9	Invariants adiabatiques . . . . .	119
2.9.1	Pseudo-périodes et invariants adiabatiques . . . . .	119
2.10	Constantes exactes du mouvement . . . . .	122
2.10.1	Équations de Lagrange . . . . .	122
2.10.2	Champ statique à symétrie de révolution . . . . .	123
2.11	Appendices . . . . .	125
A2-1	Conductivité d'un plasma froid sans collisions . . . . .	125
A2-2	Résonance cyclotron . . . . .	127
A2-3	Propriétés du gradient d'un champ de vecteurs . . . . .	130
A2-4	Champ statique de révolution avec deux miroirs . . . . .	131
2.12	Problèmes . . . . .	138
P2-1	Calcul relativiste de la dérive électrique . . . . .	138
P2-2	Adiabaticité temporelle dans une compression magnétique . . . . .	138
P2-3	Calcul de la force de freinage dans un miroir magnétique . . . . .	139
P2-4	Calcul de la force (moyenne) de gradient . . . . .	139
P2-5	Dérive magnétique avec diamagnétisme . . . . .	139
P2-6	Puissance transmise par un champ alternatif à un plasma . . . . .	139
P2-7	Résonance cyclotron électronique . . . . .	140
P2-8	Deuxième invariant adiabatique . . . . .	140
<b>3</b>	<b>Collisions élastiques</b> . . . . .	<b>141</b>
3.1	Introduction . . . . .	141
3.2	Théorie classique des collisions binaires élastiques . . . . .	142
3.2.1	Mouvement du centre de gravité et mouvement relatif . . . . .	142
3.2.2	Propriétés du mouvement relatif . . . . .	145
3.2.3	Potentiels d'interaction dans un gaz ionisé . . . . .	149
3.2.4	Exemples de calcul de la déviation . . . . .	150
3.3	Section efficace différentielle angulaire . . . . .	153
3.3.1	Définition de la section efficace différentielle . . . . .	153
3.3.2	Section efficace et paramètre d'impact . . . . .	157
3.4	Sections efficaces en mécanique quantique . . . . .	159
3.4.1	Diffusion de l'onde de de Broglie par un centre fixe . . . . .	159

3.4.2	Ondes partielles ; déphasages . . . . .	160
3.4.3	Remarques . . . . .	161
3.4.4	Cas des particules identiques . . . . .	161
3.5	Sections efficaces intégrées . . . . .	162
3.5.1	Définitions . . . . .	162
3.5.2	Divergence coulombienne de $\sigma_1$ . Coupure de Debye .	164
3.5.3	Résultats expérimentaux . . . . .	169
3.6	Appendices . . . . .	173
A3-1	Système du laboratoire et système du centre de gravité	173
A3-2	Sections efficaces de transport et déphasages . . . .	177
3.7	Problèmes . . . . .	180
P3-1	Collisions avec un potentiel attractif en $1/r^4$ . . . .	180
P3-2	Section efficace pour l'échange d'énergie . . . . .	180
P3-3	Méthode des faisceaux mélangés . . . . .	180
<b>4</b>	<b>Collisions inélastiques</b>	<b>181</b>
4.1	Introduction . . . . .	181
4.2	Particules présentes dans un gaz ionisé. Niveaux d'énergie .	181
4.2.1	Niveaux d'énergie des atomes . . . . .	181
4.2.2	Niveaux d'énergie des molécules . . . . .	182
4.2.3	Ions négatifs . . . . .	186
4.3	Seuils de réaction . . . . .	188
4.3.1	Énergie de réaction . . . . .	188
4.3.2	Seuils de réaction . . . . .	188
4.3.3	Collisions binaires. Cas du système du laboratoire .	190
4.4	Principaux types de collisions inélastiques . . . . .	190
4.5	Collisions inélastiques binaires . . . . .	191
4.5.1	Section efficace totale . . . . .	191
4.5.2	Taux de réaction . . . . .	195
4.6	Collisions inélastiques ternaires . . . . .	197
4.7	Information sur les sections efficaces et les taux de réaction	199
4.8	Problèmes . . . . .	200
P4-1	Constante de réaction pour deux distributions max- welliennes . . . . .	200
P4-2	Relation graphique entre les courbes de sections ef- ficaces inélastique et superélastique . . . . .	200
<b>5</b>	<b>Propriétés macroscopiques des gaz faiblement ionisés</b>	<b>201</b>
5.1	Introduction . . . . .	201
5.2	Mobilité et diffusion libre des électrons . . . . .	202
5.2.1	Équation de transport de la quantité de mouvement des électrons . . . . .	202

5.2.2	Mobilité des électrons . . . . .	203
5.2.3	Diffusion libre des électrons . . . . .	206
5.2.4	Relation d'Einstein. Température de diffusion . . . . .	207
5.3	Mobilité et diffusion libre des ions . . . . .	208
5.4	Modes propres et longueurs de diffusion d'une cavité . . . . .	213
5.4.1	Hypothèses générales . . . . .	213
5.4.2	Équations générales . . . . .	216
5.4.3	Évolution d'une post-décharge . . . . .	217
5.5	Décharge HF dans une cavité . . . . .	219
5.5.1	Régime transitoire . . . . .	219
5.5.2	Régime stationnaire . . . . .	220
5.6	Diffusion ambipolaire . . . . .	223
5.6.1	Comparaison des coefficients de transport des électrons et des ions . . . . .	223
5.6.2	Coefficient de diffusion ambipolaire dans un plasma contenant une seule espèce d'ions . . . . .	224
5.6.3	Détermination du coefficient de proportionnalité. Domaine de validité de la diffusion ambipolaire parfaite . . . . .	226
5.7	Colonnes de plasma contrôlées par diffusion . . . . .	229
5.7.1	Formules générales et règles de similitude . . . . .	229
5.7.2	Formules explicites pour une fréquence de collision constante . . . . .	232
5.8	Colonnes de plasma en régime de chute libre . . . . .	233
5.8.1	Limite du régime de Schottky vers les basses pressions	233
5.8.2	Régime de chute libre . . . . .	234
5.9	Recombinaison en volume. Attachement . . . . .	235
5.9.1	Généralités . . . . .	235
5.9.2	Comparaison des pertes par diffusion et par recombinaison en volume . . . . .	236
5.9.3	Évolution de la densité dans un plasma en recombinaison . . . . .	237
5.9.4	Attachement électronique . . . . .	238
5.10	Appendices . . . . .	239
A5-1	Modes propres et longueurs de diffusion de cavités cylindriques ou parallélépipédiques . . . . .	239
5.11	Problèmes . . . . .	241
P5-1	Création d'un plasma par un faisceau d'électrons . . . . .	241
P5-2	Colonne positive (modèle simple) . . . . .	243
P5-3	Diffusion ambipolaire avec plusieurs espèces d'ions . . . . .	243

<b>6</b>	<b>Faisceaux d'électrons : ondes et instabilités électrostatiques</b>	<b>245</b>
6.1	Introduction . . . . .	245
6.2	Dynamique à une dimension . . . . .	247
6.2.1	Équations générales non linéaires . . . . .	247
6.2.2	Modes propres du faisceau . . . . .	248
6.3	Énergie et flux d'énergie associés aux ondes . . . . .	253
6.3.1	Énergie et modèle linéaire . . . . .	253
6.3.2	Énergie dans les ondes rapides et lentes . . . . .	254
6.3.3	Énergie associée aux ondes . . . . .	256
6.3.4	Conservation de l'énergie de perturbation . . . . .	257
6.4	Excitation et stabilité des ondes . . . . .	261
6.4.1	Grilles "dipolaires" . . . . .	261
6.4.2	Grilles séparées par une distance finie ; faisceaux de sections transversales finies . . . . .	264
6.5	Instabilité faisceau-milieu dissipatif . . . . .	267
6.5.1	Équation de dispersion . . . . .	268
6.5.2	Cas des faibles dissipations . . . . .	269
6.5.3	Conservation de l'énergie avec petite dissipation . . . . .	274
6.5.4	Flux d'énergie dans l'amplificateur résistif . . . . .	276
6.6	Instabilité par couplage avec un milieu réactif . . . . .	277
6.6.1	Équation de dispersion . . . . .	277
6.6.2	Bilans d'énergie . . . . .	278
6.6.3	Milieux avec $\chi_L^M = \chi_L^M(\omega)$ . . . . .	280
6.7	Problèmes . . . . .	280
P6-1	Fonction de réponse longitudinale . . . . .	280
P6-2	Développement en série de l'énergie cinétique . . . . .	282
P6-3	Flux d'énergie cinétique de perturbation . . . . .	283
P6-4	Énergie dans un faisceau non homogène . . . . .	283
P6-5	Conditions aux limites pour des grilles dipolaires . . . . .	284
P6-6	Perturbations produites par des grilles dipolaires . . . . .	285
P6-7	Le klystron amplificateur . . . . .	285
P6-8	Couplage des perturbations au circuit extérieur . . . . .	287
P6-9	Valeurs propres pour la diode de Pierce . . . . .	288
P6-10	Stabilité de la diode de Pierce . . . . .	291
P6-11	Admittance de deux grilles avec charge d'espace quelconque . . . . .	291
P6-12	Admittance de deux grilles avec charge d'espace nulle . . . . .	293
P6-13	Stabilité avec dissipation interne . . . . .	294
P6-14	Conservation de l'énergie avec dissipation interne . . . . .	295

<b>7</b>	<b>Instabilités de courant dans les plasmas</b>	<b>297</b>
7.1	Introduction . . . . .	297
7.2	Instabilité faisceau-plasma . . . . .	299
7.2.1	Équation de dispersion . . . . .	299
7.2.2	Solutions du type $\omega(k_r)$ . . . . .	301
7.2.3	Solutions du type $k(\omega_r)$ . . . . .	305
7.2.4	Aspects non linéaires de l'instabilité . . . . .	308
7.3	Instabilités de courant dans un plasma . . . . .	309
7.3.1	Instabilité de Buneman . . . . .	309
7.3.2	Aspects non linéaires . . . . .	312
7.4	Instabilité électrostatique à deux courants . . . . .	313
7.4.1	Faisceaux d'électrons opposés . . . . .	313
7.4.2	Faisceaux parallèles . . . . .	315
7.4.3	Faisceaux opposés, avec mouvement des ions . . . . .	317
7.4.4	Aspects non linéaires . . . . .	317
7.5	Instabilités électromagnétiques . . . . .	320
7.5.1	Modèle relativiste des plasmas froids . . . . .	320
7.5.2	Dynamique non relativiste linéarisée . . . . .	322
7.5.3	Instabilité de Weibel non relativiste . . . . .	323
7.5.4	Modèle relativiste . . . . .	333
7.6	Problèmes . . . . .	340
P7-1	Instabilité faisceau-plasma : domaine d'instabilité . . . . .	340
P7-2	Instabilité faisceau-plasma avec gradient de densité . . . . .	341
P7-3	Instabilité de Buneman : domaine d'instabilité . . . . .	342
P7-4	Instabilité de Buneman : taux de croissance maximum . . . . .	342
P7-5	Instabilité à faisceaux parallèles : amplification spatiale . . . . .	342
P7-6	Faisceaux opposés avec mouvement des ions . . . . .	342
P7-7	Dynamique relativiste électrostatique à une dimension . . . . .	343
P7-8	Conservation relativiste de l'énergie dans un plasma froid . . . . .	344
P7-9	Faisceaux opposés : champs électromagnétiques transversaux avec $\vec{E}_1 \perp \vec{v}_0$ . . . . .	344
P7-10	Instabilité de Weibel non relativiste : conservation de l'énergie de perturbation . . . . .	345
P7-11	Linéarisation de la quantité de mouvement relativiste . . . . .	345
P7-12	Instabilité de Weibel relativiste : énergie de perturbation . . . . .	345

P7-13 Ondes se propageant transversalement à un faisceau d'électrons . . . . .	346
P7-14 Ondes transverses à un faisceau d'électrons : analyse non relativiste . . . . .	347
P7-15 Ondes transverses à un faisceau d'électrons par changement de repère . . . . .	347
P7-16 Ondes transverses à un faisceau : énergie de perturbation . . . . .	348
<b>Bibliographie</b>	<b>349</b>
<b>Crédits des figures</b>	<b>364</b>
<b>Index</b>	<b>365</b>

## Contenu du tome 2

<b>8 Équations cinétiques</b>	<b>1</b>
8.1 Introduction . . . . .	1
8.2 Équation de Liouville d'un gaz pur . . . . .	3
8.2.1 Densité dans l'espace des phases . . . . .	3
8.2.2 Équation de Liouville pour des variables conjuguées . . . . .	5
8.2.3 Système sans interactions dépendant de la vitesse . . . . .	6
8.2.4 Application aux plasmas . . . . .	7
8.3 Système d'équations de BBGKY . . . . .	9
8.3.1 Fonction de distribution et densité simples . . . . .	9
8.3.2 Fonction de distribution et densité doubles . . . . .	10
8.3.3 Fonctions de distribution et densités multiples . . . . .	12
8.3.4 Système d'équations de BBGKY . . . . .	12
8.4 Équations cinétiques d'un gaz pur . . . . .	15
8.4.1 Équation de Liouville à une particule . . . . .	15
8.4.2 Équation de Vlasov . . . . .	16
8.4.3 Équation de Boltzmann . . . . .	17
8.4.4 Propriétés de l'équation de Boltzmann . . . . .	23
8.5 Équations cinétiques des mélanges . . . . .	27
8.5.1 Fonctions de distribution . . . . .	27
8.5.2 Équations cinétiques . . . . .	28
8.6 Théorie des gaz réactifs (effets des collisions inélastiques) . . . . .	29
8.6.1 Introduction des collisions inélastiques . . . . .	29
8.6.2 Collisions du type 12/34. Équation de Boltzmann . . . . .	29

8.6.3	Collisions 12/14 et 12/114 avec $m_1 \ll m_2, m_4$ . . . . .	31
8.7	Appendices . . . . .	32
A8-1	Particules chargées dans un champ électro-magnétique . . . . .	32
8.7.2	Équation d'évolution de $f_1$ . . . . .	34
8.7.3	Régime de fluide. Régime moléculaire . . . . .	36
8.7.4	Notions sur la théorie cinétique des gaz réactifs . . . . .	37
8.8	Problèmes . . . . .	40
P8-1	Structure des corrélations à l'équilibre thermodynamique . . . . .	40
P8-2	Corrélations dans un plasma à l'équilibre thermodynamique . . . . .	41
P8-3	Invariants intégraux de l'équation de Boltzmann . . . . .	42
P8-4	Solution générale maxwellienne déplacée . . . . .	42
<b>9</b>	<b>Hydrodynamique et magnétohydrodynamique</b> . . . . .	<b>43</b>
9.1	Introduction . . . . .	43
9.2	Équations hydrodynamiques d'un gaz pur . . . . .	44
9.2.1	Définitions des grandeurs hydrodynamiques . . . . .	44
9.2.2	Équation de transport d'une grandeur $A(\vec{r}, \vec{w}, t)$ . . . . .	47
9.2.3	Propriétés des termes d'interaction $C(A)$ . . . . .	49
9.2.4	Les trois équations fondamentales de conservation . . . . .	50
9.2.5	Équation de transport des moments d'ordre 2 . . . . .	53
9.2.6	Fermeture du système des équations hydrodynamiques . . . . .	54
9.3	Hydrodynamique des mélanges gazeux et des plasmas . . . . .	57
9.3.1	Variables partielles et variables globales . . . . .	57
9.3.2	Propriétés des termes d'interaction . . . . .	59
9.3.3	Conservation de la masse et de l'électricité . . . . .	60
9.3.4	Conservation de la quantité de mouvement globale . . . . .	61
9.3.5	Loi d'Ohm généralisée . . . . .	62
9.4	Notions de magnétohydrodynamique . . . . .	65
9.4.1	Liquides conducteurs . . . . .	66
9.4.2	Gaz faiblement ionisés . . . . .	73
9.4.3	Gaz totalement ionisés . . . . .	75
9.5	Confinement et diamagnétisme . . . . .	77
9.5.1	Confinement magnétique d'un plasma . . . . .	77
9.5.2	Diamagnétisme d'un plasma . . . . .	79
9.5.3	Vitesses macroscopiques et vitesses de dérives des particules . . . . .	80
9.6	Effets des collisions inélastiques . . . . .	83
9.7	Appendices . . . . .	84

A9-1	Termes d'interaction dans les équations de transport	84
A9-2	Équations de transport des moments d'ordre 2 . . .	92
A9-3	Compressions adiabatiques sans collisions . . . . .	93
A9-4	Loi d'Ohm dans les plasmas complexes . . . . .	97
9.8	Problèmes . . . . .	100
P9-1	Équation d'évolution de $U_P$ . . . . .	100
P9-2	Décomposition de $f_{12}$ en trois termes . . . . .	100
P9-3	Hydrodynamique des corrélations . . . . .	100
P9-4	Loi d'Ohm pour un plasma binaire . . . . .	101
P9-5	Courant de déplacement négligeable . . . . .	101
<b>10</b>	<b>Théorie cinétique de Vlasov-Landau</b>	<b>103</b>
10.1	Introduction . . . . .	103
10.2	Modèle de Vlasov-Maxwell . . . . .	107
10.2.1	Réversibilité par rapport au temps . . . . .	108
10.2.2	Incompressibilité dans l'espace des phases . . . . .	108
10.2.3	Conservation de l'entropie . . . . .	118
10.2.4	Conservation de l'énergie et de la quantité de mou- vement . . . . .	120
10.3	Dynamique électrostatique, linéarisée, à une dimension . . .	122
10.3.1	Solution des équations linéarisées par transformation de Fourier-Laplace . . . . .	123
10.3.2	Perturbations périodiques dans l'espace . . . . .	131
10.3.3	Excitation externe d'un plasma stable . . . . .	139
10.3.4	Modes naturels faiblement croissants ou décroissants	145
10.3.5	Énergie d'onde et puissance dissipée dans l'effet Landau . . . . .	148
10.3.6	Ondes électrostatiques dans un plasma maxwellien . . . . .	155
10.4	Plasmas non magnétisés sans champ . . . . .	164
10.4.1	Formules générales . . . . .	164
10.4.2	Distributions d'équilibre isotropes . . . . .	166
10.5	Modes de van Kampen et Case . . . . .	175
10.6	Effets collisionnels . . . . .	180
10.6.1	Collisions dans la dynamique linéarisée . . . . .	180
10.6.2	Modèle simple de relaxation par collisions . . . . .	181
10.6.3	Modèle BGK de collisions . . . . .	182
10.6.4	Modèles de collisions du type Fokker-Planck . . . . .	183
10.7	Effets non linéaires . . . . .	188
10.7.1	Piégeage des particules . . . . .	189
10.7.2	Paquets d'ondes et diffusion quasi linéaire . . . . .	195
10.7.3	Couplages non linéaires onde-onde et onde-particu- les. Ondes non linéaires . . . . .	206

10.7.4	Échos d'ondes de plasma . . . . .	216
10.8	Appendice . . . . .	218
	A10-1 Fonction de dispersion des plasmas . . . . .	218
10.9	Problèmes . . . . .	222
	P10-1 Écoulement libre et équations hydrodynamiques . . . . .	222
	P10-2 Écoulement libre avec des perturbations initiales générales . . . . .	223
	P10-3 Distribution d'équilibre dans un plasma inhomogène . . . . .	223
	P10-4 Conservation non relativiste de l'énergie et de la quantité de mouvement . . . . .	224
	P10-5 Solution par la méthode des caractéristiques . . . . .	224
	P10-6 Plasma de Lorentz-Cauchy : susceptibilité . . . . .	224
	P10-7 Plasma de Lorentz-Cauchy : réponse aux conditions initiales . . . . .	225
	P10-8 Instabilité faisceau d'électrons-plasma : solutions ap- prochées . . . . .	225
	P10-9 Flux d'énergie moyen pour les ondes . . . . .	225
	P10-10 Développement asymptotique de la susceptibilité pour $v_p \gg v_{te}$ . . . . .	226
	P10-11 Champs dans les ondes longitudinales faiblement amorties . . . . .	226
	P10-12 Coupure relativiste de l'amortissement de Landau . . . . .	226
	P10-13 Propriétés des racines de la relation de dispersion des ondes de plasma électroniques . . . . .	227
	P10-14 Tenseur de susceptibilité pour un plasma isotrope, non magnétisé . . . . .	227
	P10-15 Épaisseur de peau collisionnelle . . . . .	228
	P10-16 Analogie du champ électrique pour la résolution de la relation de dispersion de Vlasov . . . . .	228
	P10-17 Orthogonalité des fonctions propres de Case . . . . .	228
	P10-18 Modèle BGK de collisions : relation de dispersion . . . . .	229
	P10-19 Relaxation dans le modèle de collisions de Lenard- Bernstein . . . . .	229
	P10-20 Diffusion quasi linéaire dans l'approximation des phases aléatoires . . . . .	229
	P10-21 Puissance dissipée dans un état stationnaire produit par la diffusion quasi linéaire et les collisions . . . . .	230
	P10-22 Création de courant dans un plasma . . . . .	230
	P10-23 Relations de Manley-Rowe pour les couplages cohérents onde-onde . . . . .	230

P10-24 Équations des ondes couplées dans l'approximation des phases aléatoires . . . . .	230
Bibliographie . . . . .	232
<b>11 Théorie cinétique des instabilités dans les plasmas non magnétisés</b>	<b>231</b>
11.1 Introduction . . . . .	231
11.2 Conditions de stabilité de Newcomb-Gardner . . . . .	232
11.2.1 Perturbations quelconques . . . . .	232
11.2.2 Perturbations électrostatiques . . . . .	236
11.3 Critères de Penrose (perturbations électrostatiques) . . . . .	241
11.3.1 Généralités . . . . .	241
11.3.2 Méthode de Nyquist . . . . .	242
11.3.3 Critères de Penrose . . . . .	244
11.3.4 Plasma équivalent à un faisceau . . . . .	248
11.3.5 Distributions unidimensionnelles à un minimum . . . . .	251
11.4 Théorie cinétique des instabilités électromagnétiques . . . . .	272
11.4.1 Discussion générale . . . . .	272
11.4.2 Distributions anisotropes symétriques perpendicu- lairement à $\vec{k}$ . . . . .	274
11.5 Problèmes . . . . .	283
P11-1 Non-unicité de l'équation de conservation de l'énergie de perturbation . . . . .	283
P11-2 Équation de conservation au second ordre par rap- port aux champs . . . . .	283
P11-3 Équation de conservation de l'énergie de perturba- tion moyennée sur l'espace, pour des distributions isotropes . . . . .	283
P11-4 Conditions nécessaires et suffisantes de Penrose pour l'instabilité électrostatique . . . . .	284
P11-5 Ondes faiblement amorties sur un faisceau maxwel- lien d'électrons . . . . .	284
P11-6 Interaction faisceau d'électrons-plasma : faisceau chaud et plasma froid . . . . .	284
P11-7 Faisceaux d'électrons opposés maxwelliens . . . . .	284
P11-8 Conditions d'existence de modes indépendants transverses électromagnétiques et longitudinaux électrostatiques . . . . .	285
P11-9 Relation de dispersion électrostatique pour des dis- tributions anisotropes . . . . .	285

P11-10 Modes TEM pour des distributions isotropes perpendiculairement à $\vec{k}$ . . . . .	285
P11-11 Modes TEM pour des distributions isotropes . . . . .	285
P11-12 Faisceaux opposés avec anisotropies de températures : relations de dispersion TEM . . . . .	285
P11-13 Instabilité de Weibel : effet de l'élargissement thermique dans la direction de $\vec{B}_1$ . . . . .	286
Bibliographie . . . . .	287
<b>12 Théorie cinétique des gaz faiblement ionisés</b> . . . . .	<b>287</b>
12.1 Introduction . . . . .	287
12.2 Gaz de Lorentz électrons-neutres . . . . .	289
12.2.1 Couplages électrons-ions-neutres . . . . .	289
12.2.2 Modèle de Lorentz électrons-neutres . . . . .	290
12.3 Relaxation des anisotropies électroniques . . . . .	292
12.3.1 Définition des fréquences de relaxation . . . . .	292
12.3.2 Données théoriques sur les fréquences de relaxation . . . . .	295
12.3.3 Données expérimentales sur les fréquences de relaxation . . . . .	296
12.4 Conductivité sans échauffement des électrons . . . . .	297
12.4.1 Approximation des champs faibles . . . . .	297
12.4.2 Tenseur de conductivité électronique . . . . .	299
12.5 Échauffement du gaz d'électrons : effet Joule . . . . .	302
12.5.1 Expression de la partie isotrope de $f$ . . . . .	302
12.5.2 Effet Joule . . . . .	305
12.6 Refroidissement des électrons par collisions élastiques . . . . .	306
12.6.1 Modèle de Lorentz imparfait . . . . .	306
12.6.2 Relaxation de la partie isotrope de $f$ . . . . .	307
12.7 Équilibre effet Joule-refroidissement par collisions . . . . .	309
12.7.1 Méthode quasi linéaire. Formule de Margenau en HF . . . . .	309
12.7.2 Formule de Margenau pour les champs continus et BF . . . . .	311
12.7.3 Discussion de la formule de Margenau . . . . .	312
12.7.4 Mobilité électronique. Loi de similitude . . . . .	314
12.8 Diffusion libre des électrons . . . . .	315
12.8.1 Formules générales . . . . .	315
12.8.2 Détermination de $\alpha_o$ . . . . .	318
12.8.3 Flux et coefficients de diffusion . . . . .	321
12.8.4 Flux d'énergie et conductivité thermique . . . . .	323
12.9 Plasmas intermédiaires . . . . .	325

12.9.1	Définition des plasmas "intermédiaires" . . . . .	325
12.9.2	Théorie cinétique des plasmas intermédiaires . . . . .	329
12.10	Appendices . . . . .	330
A12-1	Anisotropies et hydrodynamique . . . . .	330
A12-2	Développement de l'équation de Boltzmann . . . . .	335
A12-3	Formule de Chapman et Cowling . . . . .	339
12.11	Problèmes . . . . .	340
P12-1	Règle de sélection pour le terme de diffusion . . . . .	340
P12-2	Terme de diffusion dans l'approximation linéaire . . . . .	340
P12-3	Règle de sélection pour les termes électriques . . . . .	340
P12-4	Terme électrique dans l'approximation linéaire . . . . .	341
P12-5	Terme magnétique . . . . .	341
P12-6	Effet Joule en présence d'un champ magnétique . . . . .	341
P12-7	Normalisation de la formule de Margenau . . . . .	341
P12-8	Champ critique en présence d'un champ magnétique . . . . .	342
P12-9	Distribution de Druyvesteyn . . . . .	342
P12-10	Fréquences de collisions moyennes pour la mobilité et la diffusion . . . . .	342
P12-11	Plasmas intermédiaires : mobilité et température électroniques . . . . .	343
P12-12	Diffusion dans les plasmas intermédiaires . . . . .	343
	Bibliographie . . . . .	345
<b>13</b>	<b>Théorie cinétique collisionnelle des plasmas</b> . . . . .	<b>345</b>
13.1	Introduction . . . . .	345
13.2	Étude préliminaire des collisions électron-ion . . . . .	347
13.2.1	Relaxation électrons-ions. Coupure de Debye . . . . .	347
13.2.2	Coupure à la longueur de Debye . . . . .	348
13.3	Coefficients de transport dans l'espace des vitesses . . . . .	352
13.3.1	Définitions générales . . . . .	352
13.3.2	Collisions $e-i$ . Relations avec les fréquences de relaxation . . . . .	355
13.3.3	Collisions $a-b$ . Distribution maxwellienne dans la cible . . . . .	357
13.3.4	Coefficients de ralentissement dans un plasma . . . . .	359
13.3.5	Coefficients de dispersion angulaire dans un plasma. . . . .	361
13.4	Les temps de relaxation dans un plasma . . . . .	363
13.4.1	Définitions . . . . .	363
13.4.2	Temps de relaxation moyens dans un plasma . . . . .	364
13.4.3	Relation entre les deux fréquences fondamentales $\omega_p$ et $\nu_1$ . . . . .	366
13.5	Équation de Fokker-Planck . . . . .	367

- c) Déterminer l'expression relativiste correcte de la conductance électronique [dans la limite des faibles charges d'espace,  $(\omega_p/\omega) \ll 1$ ], et montrer que la figure 6.15 (cf. problème P6-12) est donc modifiée en remplaçant  $G_0/2$  par  $G_0/\gamma_0(\gamma_0 + 1)$ .
- d) Déterminer la condition relativiste correcte de stabilité dans le problème de la diode de Pierce (cf. problème P6-10).

## P7-8 Conservation relativiste de l'énergie dans un plasma froid

- a) Établir (7.57) en partant de la démonstration classique du théorème de Poynting à partir de (7.52) et (7.53).
- b) En utilisant (7.47), (7.48) et (7.51) établir la relation :

$$\vec{E} \cdot \vec{J} = \sum_s \left[ \frac{\partial}{\partial t} (T_s n_s) + \nabla \cdot (T_s \vec{\Gamma}_s) \right] \quad (7.144)$$

Noter que l'on a, comme dans le problème P7-7 :

$$\frac{dT}{dt} = \vec{v} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (7.145)$$

Enfin, utiliser cette relation dans l'équation de Poynting de la partie a) et obtenir ainsi (7.57).

## P7-9 \*Faisceaux opposés : champs

électromagnétiques transversaux avec  $\vec{E}_1 \perp \vec{v}_0$

Contrairement au cas montré sur la figure 7.11(a), on considère l'autre polarisation possible d'une onde électromagnétique par rapport à  $\vec{v}_0$  (cf. Fig. 7.16).

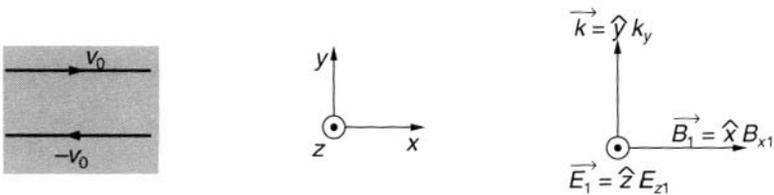


Figure 7.16 : Onde électromagnétique de polarisation stable dans un système à deux faisceaux opposés.

- a) En supposant que les champs sont indépendants de  $x$  ou  $z$ , montrer que (7.62) et (7.63) se réduisent à :

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = 0 \quad (7.146)$$

et

$$\frac{\partial v_{z1}}{\partial t} = \frac{-e}{m} E_{z1} \quad (7.147)$$

Ces champs électromagnétiques n'interagissent donc pas avec les vitesses de faisceau (comme on le voit à partir de leur polarisation par rapport à  $\vec{v}_0$ ) et leur dynamique est donc la même que celle des champs dans un plasma froid stationnaire.

b) Montrer que l'on a donc :

$$J_{z1} = \sigma_{zz}(\omega)E_{z1} \tag{7.148}$$

avec :

$$\sigma_{zz}(\omega) = i\omega\epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \tag{7.149}$$

Établir la relation de dispersion de ces ondes électromagnétiques, soit :

$$D_{Tz} = 1 - \left(\frac{ck_y}{\omega}\right)^2 + \chi_{zz}(\omega) = 0 \tag{7.150}$$

avec  $\chi_{zz}(\omega) = \sigma_{zz}(\omega)/(-i\omega\epsilon_0)$ . Montrer qu'elles sont stables et tracer la courbe  $\omega(k_{y,r})$ .

### P7-10 Instabilité de Weibel non relativiste : conservation de l'énergie de perturbation

En partant de l'équation de Poynting appropriée (7.93), des équations (7.70)-(7.72) pour la dynamique des particules, et de l'équation de Faraday (7.73), établir les formules (7.94)-(7.97).

[Remarque. En essayant d'exprimer  $E_{x1}J_{x1}$  sous la forme d'un terme de source conservatif à partir de (7.76) et (7.71), on ne fait intervenir que  $v_{x1}$ ,  $n_1$ , et leurs dérivées partielles par rapport au temps. On fait ainsi apparaître le terme  $(\partial/\partial t)(m_e v_{x1}^2/2)$ . Puis, en se servant de (7.70) et en transformant les autres termes de  $E_x J_{x1}$ , on obtient les termes  $(\partial/\partial t)(m_e v_0 v_{x1} n_1)$  et  $(\partial/\partial y)(s_{Ky})$ . Il reste une expression qui, compte tenu de (7.71)-(7.73), fait aussi apparaître le terme  $(\partial/\partial t)(m_e v_{y1}^2/2)$ .]

### P7-11 Linéarisation de la quantité de mouvement relativiste

La quantité de mouvement relativiste d'une particule est :

$$\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v} \tag{7.151}$$

où  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ , et  $m_0$  la masse au repos. Ainsi chaque composante de ce vecteur est fonction des trois composantes de la vitesse. Pour  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1$ , avec  $|\vec{v}_1| \ll |\vec{v}_0|$ , montrer que le moment du premier ordre de la  $i$ ème composante de  $\vec{p}$  est :

$$p_{i1} = \left(\frac{\partial p_i}{\partial v}\right)_{\vec{v}=\vec{v}_0} \cdot \vec{v}_1 \tag{7.152}$$

En déduire (7.100).

### P7-12 Instabilité de Weibel relativiste : énergie de perturbation

a) En partant des équations relativistes (7.70)-(7.72), montrer que  $\langle \sum_s R_s \rangle = 0$  pour les ondes se propageant transversalement à un système de deux faisceaux opposés. Identifier ainsi (7.116) à la moyenne spatiale de la densité d'énergie totale constituée de  $\langle U_{em} \rangle + \langle U_K \rangle$ .