

8° R  
97875

COLLECTION



SCIENCE DE  
L'ÉDUCATION

GABRIEL LANGOUET  
JEAN-CLAUDE PORLIER

**PRATIQUES  
STATISTIQUES  
EN SCIENCES HUMAINES  
ET SOCIALES**

ESF éditeur

741162

COLLECTION SCIENCE DE L'EDUCATION

sous la direction de Daniel Zimmermann

GABRIEL LANGOUET  
COLLECTION SCIENCE DE L'EDUCATION  
JEAN-CLAUDE FORLIER

PRATIQUES STATISTIQUES  
EN SCIENCES HUMAINES ET SOCIALES

PRATIQUES STATISTIQUES  
EN SCIENCES HUMAINES  
ET SOCIALES

8°R

97875

ESF  
éditeur

17, rue Viala, 75011 PARIS

COLLECTION SCIENCE DE L'ÉDUCATION

Voir en fin d'ouvrage  
la liste des titres disponibles

31

COLLECTION SCIENCE DE L'ÉDUCATION

sous la direction de Daniel Zimmermann

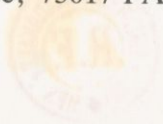
GABRIEL LANGOUET

JEAN-CLAUDE PORLIER

PRATIQUES STATISTIQUES  
EN SCIENCES HUMAINES  
ET SOCIALES

ESF  
éditeur

17, rue Viète, 75017 PARIS



DL-11101989-24311

**Des mêmes auteurs :**

*Mesure et statistique en milieu éducatif*, Éditions ESF, 2<sup>e</sup> édition, 1987.

**Autres ouvrages de Gabriel LANGOUET :**

*Questions-réponses sur les collèges* (sous la direction de), Éditions ESF, 1980.

*Technologie de l'éducation et démocratisation de l'enseignement*, PUF, 1982.

*Suffit-il d'innover ?*, PUF, 1985.

© E S F éditeur 1989

ISBN 2.7101.0759.7

La loi du 11 mars 1957, n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple ou d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite (alinéa 1<sup>er</sup> de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon.



# SOMMAIRE

AVANT-PROPOS .....	9
INTRODUCTION : LA STATISTIQUE .....	13
I - La mesure .....	14
II - Les méthodes statistiques .....	19
1 - Les méthodes statistiques « classiques » .....	19
2 - Les méthodes statistiques « modernes » .....	23
III - Quelques repères historiques .....	25
CHAPITRE 1 — COMPLEMENTS DE STATISTIQUE DESCRIPTIVE : AU-DELA DES PARAMETRES « CLASSIQUES » .....	29
I - Distribution d'une variable quantitative .....	30
1 - La notion de moment .....	33
2 - Mesure de l'asymétrie d'une distribution .....	34
3 - Mesure de l'aplatissement d'une distribution .....	37
4 - Concentration d'une distribution .....	39
5 - Essai de synthèse sous forme d'un exercice .....	44
II - Distribution d'une variable qualitative. L'entropie ....	47
1 - Finesse de la partition .....	48
2 - Répartition des effectifs .....	49
3 - Nombre de classes de la partition .....	50
4 - L'indice d'entropie H .....	50
5 - Application : partitions selon des CSP .....	52
III - Séries chronologiques .....	53
1 - Quelques exemples .....	54
2 - La construction d'indices .....	57
3 - Echelles de représentations graphiques .....	58
4 - Un peu d'actualité en guise d'application .....	61
CHAPITRE 2 — DES TESTS D'INFERENCE .....	63
I - Analyse de la variance .....	64
1 - Comparaison de groupes indépendants .....	64
2 - Comparaison de groupes appariés .....	69
3 - Le plan factoriel $2 \times 2$ .....	74

II - Corrélations et pronostic .....	79
1 - Pronostic à partir d'une variable .....	80
2 - Pronostic à partir de deux variables .....	93
III - Analyse de la covariance .....	97
1 - Présentation du problème .....	97
2 - Schéma théorique simplifié .....	98
3 - Application à la résolution d'un problème .....	103
IV - Inférence fiduciaire .....	108
1 - Présentation et bases théoriques de l'analyse .....	108
2 - Analyse des écarts de moyennes .....	110
3 - Application à un problème .....	114
 CHAPITRE 3 — LES METHODES FACTORIELLES .....	 119
I - Les méthodes factorielles .....	119
II - L'analyse factorielle en composantes principales (A.F.C.P.)	121
1 - Problématique .....	121
2 - Principe de solution .....	123
A - Présentation des données ; B - Considérations géométriques ; C - Principe de solution ; D - Calcul des axes, facteurs et composantes principaux.	
3 - Présentation des résultats et interprétation .....	130
A - Valeurs propres et pourcentages d'inertie ; B - Vecteurs propres ; C - Composantes principales ; D - Plans principaux ; E - Qualité de la représentation des points-individus ; F - Interprétation des composantes et des facteurs principaux.	
4 - Remarques complémentaires .....	141
A - Individus et variables supplémentaires ; B - Superposition individus-variables ; C - Effet taille.	
III - L'analyse factorielle des correspondances (A.F.C.) ...	143
1 - Problématique .....	143
2 - Principe de solution .....	146
A - Profils de lignes, profils de colonnes ; B - La métrique du $\chi^2$ ; C - A.F.C.P. des tableaux de profils.	
3 - Présentation des résultats et interprétation .....	153
A - Valeurs propres et pourcentages d'inertie ; B - Vecteurs propres ; C - Composantes principales et plans principaux ; D - Aide à l'interprétation : contributions absolues et relatives ; E - Représentation simultanée ; F - Remarques.	

IV - Autres types d'analyse factorielle .....	163
1 - L'analyse factorielle des correspondances multiples (A.F.C.M.) .....	163
2 - L'analyse discriminante .....	165
3 - L'analyse canonique .....	165

## ANNEXES

ANNEXE I — ELEMENTS D'ALGEBRE LINEAIRE .....	171
--	-----

I - Espaces vectoriels .....	172
1 - Vecteurs .....	172
2 - Vectoriels .....	174
II - Matrices .....	177
1 - Définitions .....	177
2 - Matrices et applications linéaires .....	179
3 - Opérations sur les matrices .....	180
4 - Propriétés .....	181
III - Matrices carrées .....	182
1 - Inversion des matrices carrées .....	182
2 - Trace d'une matrice carrée .....	183
3 - Déterminants .....	184
4 - Diagonalisation d'une matrice .....	184
IV - Formalisation de l'analyse des données .....	187

ANNEXE II — FORMULAIRE .....	190
------------------------------	-----

I - Eléments de description d'une distribution .....	191
II - Inférence sur les fréquences .....	193
III - Inférence sur les variances .....	194
IV - Inférence sur les moyennes .....	194
V - Inférence sur les corrélations .....	201
VI - Pronostic .....	203
VII - Analyse de la covariance .....	204
VIII - Epreuves non paramétriques .....	208



ANNEXE III — TABLES STATISTIQUES .....	211
I - La loi normale réduite .....	212
II - $t$ de STUDENT .....	214
III - F de SNEDECOR .....	216
IV - $\chi^2$ .....	218
V - $r$ de BRAVAIS-PEARSON .....	220
VI - Transformation de $r$ en Z .....	221
 BIBLIOGRAPHIE .....	 223



## AVANT-PROPOS

Etudiants et chercheurs en sciences humaines et sociales doivent bien souvent faire face à des situations de description, d'analyse et de traitement de données statistiques que leur formation antérieure rend — au moins en apparence — peu aptes à maîtriser parfaitement ou immédiatement. Il en découle, notamment au niveau des travaux de maîtrise ou des thèses, au moins deux types d'erreurs fréquentes et qui pourraient être facilement évitées : ou bien l'utilisation de la statistique est quasi inexistante ou très fragmentaire alors qu'un traitement quelque peu élaboré — et prévu en amont de la recherche — aurait permis de tirer bien davantage de l'information apportée ; ou bien, au contraire, le travail est noyé sous une masse de traitements informatisés mal maîtrisés, mal utilisés ou même mal interprétés, et d'autant plus mal interprétés qu'ils font appel à des techniques plus sophistiquées.

Sans aucun doute parce que nous sommes de ceux qui considèrent que la statistique constitue un outil puissant au service de la recherche, nous avons voulu, voilà quelques années déjà, fournir à nos étudiants (de second cycle notamment) un manuel d'accès facile et de conception autodidactique, n'ayant aucune prétention mathématique mais permettant une première approche, aussi peu rébarbative que possible, de l'utilisation raisonnée de la statistique en sciences humaines et sociales. Le bilan que nous tirons de son utilisation en sciences de l'éducation et dans le cadre de la formation des conseillers d'orientation, mais aussi auprès d'autres publics non directement visés (psychologues, sociologues, historiens, géographes...) nous paraît assez positif, dans le sens où, d'une part, des étudiants ont pu mettre en œuvre, de façon correcte, des traitements statistiques adéquats aux situations étudiées, mais aussi, d'autre part, formuler leur souhait d'aller plus loin, à la fois dans la connaissance statistique proprement dite et, en même temps, quant à la compréhension des modèles qu'ils utilisent. C'est sans doute de cette demande, émanant d'abord des étudiants mais aussi de chercheurs et d'enseignants-chercheurs qui encadrent ces étudiants, qu'est née l'idée de ce second ouvrage qui, à bien des égards, constitue la suite du premier.

La tâche était plus ardue. Et c'est là sans doute ce qui explique les hésitations que nous avons eues à produire ce second livre, son décalage dans le temps par rapport au premier. Il s'agissait pour nous de tenir le

pari que nous avons préalablement tenté : être le plus rigoureux possible, tout en rendant notre discours accessible au plus grand nombre, non mathématiciens compris, nous appuyer sur des exemples concrets qui mobilisent l'attention de notre lecteur et lui permettent les indispensables transpositions à d'autres exemples de recherche, lui montrer à la fois les avantages et les limites d'une utilisation raisonnée de la statistique. Deux dangers nous guettaient que nous voulions éviter : ou bien produire un livre de « recettes », certes répétables mais avec le risque de les voir réutilisées à des données auxquelles elles ne peuvent s'appliquer ; ou bien produire un ouvrage théorique de plus, sans doute moins bon que beaucoup d'autres car nous ne sommes aucunement spécialistes de statistique théorique, et que, de surcroît, nos étudiants ne lisent pas ou lisent mal, parce qu'ils voient difficilement comment les modèles présentés peuvent s'appliquer à leur propre objet de recherche. Avons-nous évité ces deux principaux écueils ? Nous l'avons en tout cas tenté, tout en étant persuadés que ce sont, en dernier ressort, nos lecteurs qui seront en mesure de nous dire si nous avons réussi à concilier, dans ce domaine, théorie et pratique.

C'est dans cet esprit que nous avons cherché, de façon constante, à associer le lecteur à notre démarche, à l'inviter à nous lire de façon active, crayon en main, à nous suivre et même, en certains cas et notamment lorsqu'il s'agit de révisions, à nous précéder pour être en mesure de vérifier pas à pas ses propres acquis. C'est dans cet esprit que nous avons voulu que les principaux chapitres qui constituent cet ouvrage soient précédés, en introduction, d'une réflexion épistémologique et méthodologique sur les problèmes posés par la mesure en sciences humaines et sociales, sur les différentes méthodes statistiques « classiques » ou « modernes », leurs avantages ou leurs limites, leurs complémentarités plutôt que leurs différences ; et c'est pourquoi nous souhaitons vivement que cette introduction soit lue avant que ne soient abordés les chapitres plus directement consacrés à la description et au traitement des données.

Le chapitre 1 vise à fournir des compléments concernant la description « classique » des données de mesure. Il s'inscrit dans le prolongement de nombreux ouvrages se limitant à la prise en compte des paramètres usuels, notamment dans le cas de variables quantitatives où les distributions sont parfois trop hâtivement assimilées à des distributions gaussiennes ; il tente de présenter la notion d'entropie trop peu souvent utilisée dans le cas de variables qualitatives ; il fournit quelques exemples concernant les séries chronologiques et leurs modes de représentations graphiques.

Dans le chapitre 2, nous avons voulu présenter, en complément de ceux qui figuraient dans notre précédent ouvrage, les tests d'inférence les plus fréquemment utilisés dans notre champ : analyses de la variance et de la covariance, problèmes de pronostic. Nous y avons adjoint l'analyse fiduciaire, plus familière aux économistes, mais qui nous paraît digne de grand intérêt dans beaucoup d'autres disciplines, et notamment en sciences humaines et sociales.

Le chapitre 3 est consacré à l'analyse des données, en particulier à l'analyse factorielle en composantes principales et à l'analyse de correspondances. L'aperçu sur d'autres modes d'analyses factorielles est très succinct et très fragmentaire, mais il s'agissait, ici, de donner accès aux modèles les plus fréquemment utilisés. Une courte annexe (« Eléments d'algèbre linéaire » — Annexe I) complète les apports théoriques les plus indispensables. Enfin, nous avons voulu rassembler l'ensemble des formules (Annexe II) utilisées dans notre ouvrage précédent et dans ce livre ; ainsi nos lecteurs pourront-ils à la fois plus facilement effectuer les indispensables révisions et, par la suite, s'y reporter aisément. Dans la même optique, nous y avons joint (Annexe III) les tables les plus usuelles, renvoyant le lecteur au précédent ouvrage pour les autres.

De façon permanente, nous avons cherché à associer présentation de caractère plus théorique et exemple d'application : chaque fois qu'il nous paraissait possible, l'exemple précède l'exposé plus théorique, le rendant, pensons-nous, plus assimilable ; en d'autres cas, une brève théorisation précède l'exemple. Le lecteur mathématicien risque parfois de trouver le cheminement long et fastidieux, mais aussi les démonstrations absentes ou insuffisamment développées ; nous l'engageons à se reporter aux ouvrages plus spécialisés et, en particulier, à ceux que nous indiquons en bibliographie. Au contraire, le non-mathématicien pourra, à certains moments, et notamment dans le chapitre 3, trouver cette présentation encore trop abstraite et difficile ; mais, sauf à « tricher » avec la théorie et à tomber dans les « recettes » que nous voulions éviter, il nous est apparu impossible de faire plus simple si nous voulions éviter les risques d'usages erronés que nous rencontrons parfois. Et pourquoi ne pas espérer que les premiers s'attachent davantage aux applications présentées, que les seconds, à partir des situations concrètes évoquées, s'accoutument davantage à des approches théoriques qui leur sont moins familières ?

The first section of the report is devoted to a general survey of the situation in the country. It is followed by a detailed study of the various branches of the economy. The third part of the report is devoted to a study of the social and cultural conditions of the country. The fourth part of the report is devoted to a study of the political conditions of the country. The fifth part of the report is devoted to a study of the international relations of the country. The sixth part of the report is devoted to a study of the future prospects of the country.

The second section of the report is devoted to a study of the various branches of the economy. It is followed by a detailed study of the various branches of the economy. The third part of the report is devoted to a study of the social and cultural conditions of the country. The fourth part of the report is devoted to a study of the political conditions of the country. The fifth part of the report is devoted to a study of the international relations of the country. The sixth part of the report is devoted to a study of the future prospects of the country.

## INTRODUCTION

# LA STATISTIQUE

Le mot « statistique » a essentiellement deux sens courants \*, bien résumés par la définition qu'en donne l'*Encyclopédie Universalis* : « Le mot statistique désigne à la fois un ensemble de données d'observation et l'activité qui consiste dans leur recueil, leur traitement et leur interprétation. »

Une *statistique* est donc un ensemble de données d'observation, généralement numériques, concernant une catégorie de faits : l'ensemble des scores obtenus par un groupe d'élèves à une épreuve, la répartition des âges dans un groupe social donné, l'évolution des productions industrielles ou de la balance commerciale..., constituent des *statistiques* (scolaires, démographiques, économiques...) utilisables selon les méthodes propres à la *statistique*, qu'elles soient essentiellement descriptives (la construction d'un histogramme, la détermination d'une moyenne...) ou qu'elles soient inférentielles (tests d'hypothèses et applications des théories probabilistes).

Il est clair que ces deux sens sont, en fait, étroitement liés : quel intérêt prendrait un recueil de données sans qu'en soient envisagés le traitement et l'interprétation visant à une meilleure connaissance des phénomènes étudiés ? Mais aussi, quelle serait la signification de l'usage de méthodes statistiques si elles n'étaient adéquates au type de données collectées ? C'est pourquoi il nous semble indispensable de consacrer d'abord quelques instants à un problème fondamental : celui de la *mesure* et, plus particulièrement, celui de la mesure en sciences sociales et humaines.

---

\* Dans cet ouvrage, nous nous garderons, chaque fois que possible, de toute définition de caractère ésotérique : par exemple, un mathématicien noterait que, pour un phénomène unidimensionnel, une *statistique* est un ensemble de  $n$  mesures  $\{x_1, x_2 \dots x_n\}$  constituant un échantillon ; il appellerait *statistiques* les caractéristiques résumant l'échantillon (elles sont toutes de la forme  $S = f(x)$ ) ; il définirait des statistiques de *position* (moyenne, mode, médiane...), de *dispersion* (variance, covariance...) ou de *décision* (tests d'hypothèses).

## I. La mesure

Données d'observation, les *statistiques* sont généralement le résultat d'une mesure. Dès qu'un phénomène est justifiable d'une quantification répétable \* et précise \*\*, il est considéré comme une *grandeur*. On peut alors le mesurer, c'est-à-dire « déterminer sa valeur en lui attribuant un nombre qui fixe son intensité ou son état » \*\*\*.

Cette activité de mathématisation du réel nous semble l'un des fondements de la démarche scientifique. Mais elle n'est pas sans poser problème.

En mathématique, le mot mesure a un sens précis mais restreint. D'ailleurs, il n'est pas sans intérêt de noter que, malgré la grande ancienneté de cette activité sociale qu'est le fait de mesurer, il a fallu attendre le début du xx<sup>e</sup> siècle pour que la réflexion des mathématiciens établisse une théorie de la mesure bien formalisée, claire et cohérente : ce qui a retardé une bonne formalisation de la théorie de la mesure, c'était la nécessité de distinguer — mais aussi de bien établir les liens — entre, d'une part, ce que l'on mesure et, d'autre part, l'échelle avec laquelle on mesure. Cette nécessité impliquait donc une bonne conception de la *notion d'ensemble* (ce que l'on mesure) et une bonne *théorie des nombres réels* (l'échelle de mesure).

Nous ne reprendrons pas, dans le cadre de cet ouvrage, les travaux des mathématiciens ayant abouti à une formalisation de la théorie de la mesure et à la définition d'un espace mesuré \*\*\*\*. Notons cependant, afin de montrer sur un exemple lié à la statistique combien ils sont récents, que ce n'est qu'en 1933 que, grâce aux travaux de Kolmogorov, le concept de *probabilité* fut formalisé comme mesure, que la théorie des probabilités devint donc application de la théorie de la mesure.

Dans le domaine des sciences de la matière, la structure conceptuelle élaborée par les mathématiciens ne correspond qu'à une partie de l'activité des scientifiques : ceux-ci doivent en même temps s'intéresser aux procédés expérimentaux permettant la détermination concrète des valeurs numériques des mesures qu'ils effectuent. C'est le champ de la *métrologie*, qui traite des méthodes de mesure, des instruments, des erreurs, des étalons de mesure... Il en est de même dans le domaine des sciences humaines et

---

\* Consulter notamment : Ullmo J., *La pensée scientifique moderne*, Paris, Flammarion, 1958.

\*\* La précision d'un instrument est sa capacité à approcher la valeur vraie de la grandeur mesurée. Cette notion intègre diverses qualités métrologiques comme la sensibilité, la fidélité, la justesse...

\*\*\* Dictionnaire *Le Robert*.

\*\*\*\* Le lecteur intéressé pourrait notamment suivre l'évolution de ces formalisations à travers les travaux de G. Cantor et R. Dedekind, E. Borel, Lebesgue... Consulter par exemple : Lebesgue H., « Sur la mesure des grandeurs », in *L'enseignement mathématique*, 1931-1935.

sociales où, de surcroît, d'autres problèmes, liés à la notion même de mesure, se surajoutent aux précédents.

En effet, beaucoup d'activités de mesure effectuées dans le domaine des sciences humaines et sociales ne correspondent pas au sens strict du mot *mesure* utilisé par les mathématiciens. Cette réalité a donc nécessité une réflexion épistémologique sur les problèmes de la mesure ; et l'élargissement du champ sémantique du mot est apparu indispensable, car son emploi, même dans un sens plus large que celui des mathématiciens \*, présente bien des avantages en sciences humaines et sociales et, notamment, celui de permettre de poser les problèmes de quantification de façon générale, indépendamment des niveaux de mesure employés. De plus, comme le souligne B. Matalon, cette perspective « permet de ne pas lier l'emploi de techniques statistiques rigoureuses à une mesure au sens strict, qui n'est souvent pas disponible ou n'a pas de sens » \*\*.

Dans cette optique, une définition heuristique de la mesure au sens large donnée par le logicien anglais Campbell et reprise par M. Reuchlin nous paraît mériter d'être retenue : la mesure est « l'attribution de numéros aux choses, de façon à représenter des faits ou des conventions les concernant » \*\*\*. Car, si cette définition ne contredit en rien la théorie mathématique de la mesure et la définition d'un espace mesuré, elle n'implique nullement que les *numéros* (ce mot est, ici, employé à dessein) attribués aux « choses », autrement dit les *données de mesure*, possèdent toutes les propriétés des nombres. Il reste cependant, comme le souligne par ailleurs M. Reuchlin, que « l'aspect essentiel de tout procédé de mesure est la mise en correspondance de *certaines* propriétés des choses expérimentalement établies avec *certaines* propriétés des nombres » \*\*\*\*.

L'extension de la définition du mot mesure, en même temps qu'elle présente l'avantage de ne pas limiter l'usage des techniques statistiques aux mesures définies au sens strict, recèle aussi un danger : celui d'attribuer aux *données de mesures* définies au sens large des propriétés mathématiques qu'elles n'ont pas. Aussi, la rigueur s'impose-t-elle quant à la définition des différents *niveaux* (ou échelles) *de mesure* et aux propriétés qui y sont associés : ainsi définit-on les *échelles nominales*, les *échelles ordinales*, les *échelles d'intervalles* et les *échelles de rapports* \*\*\*\*\*.

Une notion, utilisée par les statisticiens, joue à cet égard un rôle fondamental : la notion de *caractère statistique*. Pour déterminer sans équivoque,

---

\* Les anglais utilisent deux mots différents : *measurement* (sens strict) et *scaling* (sens large).

\*\* Matalon B., « Problèmes généraux de la mesure dans les sciences humaines », in *L'analyse hiérarchique*, Paris, Gauthier-Villard, 1965, p. 16.

\*\*\* Reuchlin M., *Méthodes quantitatives en psychologie*, Paris, PUF, 1962, p. 15.

\*\*\*\* Reuchlin M., « La signification de la mesure en psychologie » in *Les problèmes de la mesure en psychologie*, Symposium de l'APSIF, Paris, PUF, 1962, pp. 23-24.

\*\*\*\*\* De nombreux manuels statistiques présentent ces différents niveaux de mesure. A titre d'exemple, le lecteur pourra se reporter à : Thomas R., Dehedin J., Crescenzi E., *Statistique. I : Cours et exercices*, coll. « Biomed », Paris, PUF, 1981, pp. 9-10.



par une activité de mesure, la valeur d'une grandeur (caractéristique mesurable d'un objet), il faut en définir le caractère, ce qui va déterminer l'échelle de mesure à laquelle vont appartenir (que vont constituer) l'ensemble des données de mesure : ce caractère sera *qualitatif nominal*, *qualitatif ordinal* ou *quantitatif* (discret ou continu).

Un *caractère statistique* est à la fois défini par :

— l'*espace d'observation*, c'est-à-dire l'ensemble de ses valeurs possibles ;

— la *structure algébrique* de l'espace d'observation et, par conséquent, les propriétés qui y sont associées.

*Caractère statistique* et *échelle* (ou *niveau*) de mesure confèrent donc aux données de mesure des propriétés parfaitement définies et impliquant l'utilisation de méthodes statistiques spécifiques et adéquates.

Le tableau 1 résume ces propriétés. Le lecteur observera que, de l'échelle nominale à l'échelle de rapports, les différents niveaux de mesure sont définis de façon cumulative, chacun conservant en totalité les propriétés des niveaux précédents.

Ce cadre général étend donc la notion de *mesure* et permet son utilisation rigoureuse ailleurs qu'en mathématique, en sciences humaines et sociales notamment. Il a des conséquences importantes : par exemple, le fait qu'une même grandeur puisse être mesurée à des niveaux différents (et par conséquent faire l'objet de traitements statistiques différents). Prenons le cas d'une variable macro-sociologique bien connue : l'âge des individus. Une même caractéristique décrivant l'âge peut être mesurée en définissant des caractères statistiques différents, c'est-à-dire avec des espaces d'observation et des structures algébriques différents.

Le tableau 2 résume cette problématique sur les cas fictifs de cinq individus. U : 20 ans 6 mois ; V : 22 ans ; X : 17 ans 6 mois ; Y : 8 ans 9 mois ; Z : 74 ans.

Aussi, ce qui importe dans la mesure, c'est non seulement la *grandeur* ou *variable de la nature* (ici, l'âge) qu'elle mesure, mais c'est aussi son *caractère*, autrement dit la *nature de la variable* dont le type fonde les propriétés des nombres que sont les données de mesure et détermine les méthodes de traitement statistique appropriées à l'échelle de mesure considérée. L'isomorphisme établi par la mesure entre certaines propriétés des nombres et certaines propriétés des « choses » est donc lié à l'échelle de mesure utilisée. L'ignorer serait facteur de risque car, comme le montre cet exemple simple, « un changement d'échelle de mesure correspond en fait à un changement dans l'objet de la mesure » \*. Plus qu'à une analyse exhaustive de

---

\* Reuchlin M., « La signification de la mesure en psychologie », in *Les problèmes de la mesure en psychologie*, op. cit., p. 28.

la notion mathématique de mesure, c'est à une réflexion de caractère épistémologique sur la mesure qu'il effectue que nous renvoyons le chercheur : de la valeur de sa mesure dépendra la validité du traitement statistique qu'il lui administrera ; en premier lieu, il faut donc « réfléchir pour mesurer et non pas mesurer pour réfléchir »\*.

Tableau 1

Echelle de mesure	Caractère statistique			Propriétés des données de mesure	Invariance de l'échelle*
	Type	Espace d'observation	Structure algébrique		
Nominale	Qualitatif nominal	Nombre fini de modalités incompatibles et exhaustives	Relation d'équivalence	<i>Données étiquettes</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>. transitivité</li> <li>. symétrie</li> <li>. réflexivité</li> </ul>	Une permutation des modalités
Ordinale	Qualitatif ordinal	Nombre fini de modalités ordonnées	Relation d'ordre	<i>Données de rang</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>. antisymétrie</li> </ul>	Une transformation monotone croissante
D'intervalles	Quantitatif	Nombre infini de valeurs	Groupe additif ordonné (abélien)	<i>Données de score (intervalles)</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>. les distances entre valeurs sont comparables (différences et rapports de différences)</li> <li>. l'origine (o) est arbitraire</li> </ul>	Une transformation linéaire croissante (affine) $y = ax + b$
De rapports	Quantitatif	R (ensemble des réels)	Corps	<i>Données de score (rapports)</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>. les rapports entre valeurs sont comparables (différences et rapports de rapports)</li> <li>. l'origine (o) n'est par arbitraire. C'est l'absence de quantité (mesure nulle)</li> </ul>	Une transformation linéaire croissante et homogène : $y = ax$ La fonction puissance : $y = x^a$

\* Une échelle peut être définie par les transformations qui laissent invariantes ses propriétés caractéristiques.

\* Bachelard G., *La formation de l'esprit scientifique*, Paris, Vrin, 12<sup>e</sup> éd., 1983, p. 43.

Tableau 2

Règle de la mesure	Espace d'observation et structure algébrique du caractère	Type d'échelle de mesure	Résultats de la mesure	Propriétés des données de mesure (exemples)
Age réel (en années)	$\{0, \dots, x\}$ $(=, >, +, \times)$	Echelle de rapports	U = 20,5 V = 22 X = 17,5 Y = 8,75 Z = 74	<ul style="list-style-type: none"> <li>U et V n'ont pas le même âge : <math>20,5 \neq 22</math></li> <li>Y est plus jeune que X : <math>8,75 &lt; 17,5</math></li> <li>La différence d'âge entre U et X est deux fois celle entre U et V : <math>3 = 1,5 \times 2</math></li> <li>X est deux fois plus âgé que Y : <math>17,5 = 8,75 \times 2</math></li> </ul>
Distance (en année) à une norme : 20 ans	$\{-20, \dots, 0, \dots, x\}$ $(=, >, +)$	Echelle d'intervalles	U = 0,5 V = 2 X = 2,5 Y = 11,25 Z = 54	<ul style="list-style-type: none"> <li>U et V n'ont pas le même âge : <math>0,5 \neq 2</math></li> <li>Y est plus jeune que X : <math>-11,25 &lt; -2,5</math></li> <li>La différence d'âge entre U et la norme est le quart de celle entre V et la norme : <math>0,5 = 2 : 4</math> ; mais V n'est pas quatre fois plus âgé que U (bien que <math>2 = 4 \times 0,5</math>)...</li> </ul>
Quatre modalités ordonnées : Enfant $\rightarrow 1$ ( $x \leq 12$ ) Adolescent $\rightarrow 2$ ( $12 < x < 18$ ) Adulte « actif » $\rightarrow 3$ ( $18 \leq x < 65$ ) Adulte « inactif » $\rightarrow 4$ ( $x \geq 65$ )	$\{1, 2, 3, 4\}$ $(=, >)$	Echelle ordinale	U = 3 V = 3 X = 2 Y = 1 Z = 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>V et X n'ont pas le même âge : <math>3 \neq 2</math></li> <li>Y est plus jeune que X : <math>1 &lt; 2</math></li> <li>Mais, la différence d'âge entre U et X n'est pas nécessairement la même que la différence d'âge entre X et Y (bien que <math>3 - 2 = 2 - 1</math>)...</li> </ul>
Deux modalités : « Inactif » $\rightarrow 1$ ( $x < 16$ ou $x \geq 65$ ) « Actif » $\rightarrow 2$ ( $16 \leq x < 65$ )	$\{1, 2\}$ $(=)$	Echelle nominale	U = 2 V = 2 X = 2 Y = 1 Z = 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>U, V et X appartiennent à la même catégorie d'âge (2 ou « actif »)</li> <li>Y et Z appartiennent à la même catégorie d'âge (1 ou « inactif »)</li> <li>Mais (bien que <math>2 &gt; 1</math>), un élément de 2 n'est pas nécessairement plus âgé qu'un élément de 1 (V est plus âgé que Y, mais moins âgé que Z)</li> </ul>

## II. Les méthodes statistiques

Depuis une vingtaine d'années, la plupart des auteurs tendent à distinguer deux catégories de méthodes statistiques. G. Morlat fut probablement l'un des premiers auteurs français à expliciter cette dichotomie de méthodes par les statisticiens qui les appliquent : « la première catégorie est celle des statisticiens d'âge moyen qui ont appris et pratiqué l'induction, à la suite des statisticiens anglo-saxons, notamment des années 1900 à 1950. La seconde classe est formée de gens en général plus jeunes, qui ont appris, sous la même étiquette de "statistiques" des techniques bien différentes, s'appuyant sur un outil mathématique purement algébrique, et visant à décrire, réduire, classer des observations multidimensionnelles ; ... ils pratiquent "l'analyse des données" \* . »

A seule fin de simplifier et pour respecter l'ordre chronologique, nous appellerons la première catégorie de méthodes, les méthodes « classiques », la seconde, les méthodes « modernes ».

### 1. Les méthodes statistiques « classiques »

La statistique « classique » est fondée sur l'utilisation des modèles probabilistes dont la base mathématique est la théorie des probabilités ; les concepts clés qu'elle utilise sont ceux d'événement, de probabilité, d'espace probabilisé, de variable aléatoire, de loi de probabilité ou d'espérance mathématique. Elle s'est essentiellement axée sur l'étude d'un nombre restreint de caractères mesurés sur un petit ensemble d'individus (peu de variables et peu d'objets). Généralement, les individus sont anonymes, interchangeables et doivent seulement être *représentatifs* (d'où l'attention qui doit être portée à la construction des échantillons observés et à leur représentativité par rapport à la population parente).

Si l'on s'en tient au traitement statistique des données recueillies et à l'interprétation des résultats \*\*, on distingue les méthodes descriptives — *la statistique descriptive* — et les méthodes inductives — *la statistique inférentielle*. Le tableau 3 résume les principaux traitements statistiques, les opérations qu'ils permettent et les objectifs qu'ils visent.

Le concept de *probabilité* est au cœur de la statistique « classique ». Nous avons déjà évoqué le fait que sa formalisation axiomatisée est récente.

\* Morlat G., « Préface », in Cailliez F., Pages J.-P., *Introduction à l'analyse des données*, Paris, SMASH, 1976, p. I.

\*\* Beaucoup d'ouvrages de statistique présentent essentiellement le traitement et l'interprétation des données, laissant de côté les problèmes concernant leur recueil. Or ce recueil constitue une phase importante et primordiale : une excellente analyse statistique effectuée sur des données fausses ou même peu valides n'a aucune valeur ; et il y a des règles à respecter pour effectuer un bon échantillonnage ou une bonne enquête.

L'axiomatique actuelle, due à Kolmogorov, qui définit la probabilité comme une mesure, est reconnue par tous les statisticiens. En revanche, ils se divisent sur le problème de la nature des probabilités.

Tableau 3

	Opérations	Objectifs	Méthode	Traitements statistiques	Remarques
Statistique descriptive	Rassembler, regrouper, présenter les données	- Organiser - Représenter	Description	- Distributions - Tableaux - Graphes	Les résultats obtenus sont limités aux objets mesurés
	Réduire les données à un nombre limité de caractéristiques les résumant	- Simplifier - Comparer - Rechercher un modèle	Analyse	- Indices - Paramètres - Coefficients	
Inférence statistique	Déduire des résultats obtenus sur les objets étudiés des conclusions probables (risque d'erreur connu) relatives à l'ensemble parent des objets	- Interpréter - Prévoir - Décider	Induction	- Echantillonnage - Estimation - Test d'hypothèse	Implique des modèles et des hypothèses probabilistes restrictives

Comme l'indique B. Matalon, « le rôle de l'axiomatisation est de définir des êtres mathématiques sur le plan formel, et non d'indiquer ce qui, dans la nature, peut être représenté par eux »\*. Mais les êtres mathématiques ne sont jamais considérés que comme des objets de calculs définis par des règles. Surtout les probabilités : « Tous les théoriciens admettent, plus ou moins explicitement, que le calcul des probabilités formalise quelque chose qui, en un certain sens, "existe" par ailleurs ; les divergences portent sur la nature de ce "quelque chose" qui serait représenté par la probabilité du mathématicien\*\*.»

Qu'est-ce qu'une probabilité ? Pour répondre à cette question, B. Matalon\*\*\* présente trois options : les points de vue objectiviste, subjectiviste et logiciste.

\* Matalon B., « Epistémologie des probabilités » in *Logique et connaissance scientifique* (sous la dir. de Piaget J.), Encyclopédie de la Pléiade, Paris, Gallimard, 1967, p. 527.

\*\* Matalon B., *op. cit.*, p. 527.

\*\*\* Matalon B., *op. cit.*, Cette distinction est classique ; on la trouve, dès 1934, chez K. Popper (*Logique de la découverte scientifique*, Paris, Payot, 1978) et vers 1950, chez L. J. Savage (*The foundations of statistics*, New York, Dover Publications, 1972).

Rappelons-en brièvement les principales caractéristiques :

- *Le courant objectiviste* (certains disent *fréquentiste*) n'applique le concept de probabilité qu'aux événements aléatoires susceptibles de se produire lors d'épreuves répétées et indépendantes. Par exemple, il est possible de définir la probabilité d'avoir une paire au poker, mais il n'est pas possible de définir la probabilité que tel joueur de poker triche. Ne peuvent donc être probabilisés que des événements dont l'observation des fréquences d'apparition, au cours d'épreuves répétées, constitue une approche empirique de leurs probabilités ; par conséquent, la probabilité d'un événement unique n'a aucun sens. Ainsi peut-on définir les probabilités des diverses orientations scolaires possibles, mais ne peut-on définir celle de l'orientation d'un élève particulier.

- *Le courant subjectiviste* (L.-J. Savage dit *personnaliste*) cherche à utiliser le calcul des probabilités dans le plus grand nombre de situations d'incertitude, y compris des situations subjectives. Ainsi dira-t-on que tel étudiant a telle probabilité d'être reçu à un examen ; et cette probabilité, que mesure donc la confiance qu'on a dans la vérité d'une proposition, est calculable. Le pas franchi est important : il faut alors postuler, pour rester dans une logique cohérente et scientifique, la *rationalité* du comportement des individus qui font des paris probabilistes. Ce courant, qui fait une large utilisation de la formule de Bayes, est parfois appelé courant *néobayésien*.

- *Le courant logiciste* (L.-J. Savage dit *nécessariste*) peut être considéré comme une extension de la logique qui nous indique à quelles conditions un ensemble de propositions rend nécessaire la vérité d'un autre ensemble. La probabilité représente alors le degré de confirmation d'une proposition, étant donné toutes les autres propositions auxquelles elle est liée. Par exemple, si un élève est surpris avec des documents non autorisés et en rapport avec un examen, nous pouvons conclure avec certitude que c'est un tricheur ; mais si l'on constate seulement que ses résultats sont souvent excellents dans certaines conditions par rapport à d'autres, ces indices n'apportent qu'une confirmation partielle d'éventuels soupçons. Ce courant, probablement le plus ambitieux et le plus systématique sur le plan théorique, est aussi celui qui présente le moins grand nombre d'applications pratiques.

Pour compléter cette analyse, aux problèmes posés par la nature des probabilités il faut ajouter les questions soulevées par l'interprétation de l'inférence statistique. Ces deux types de problèmes ne sont pas, bien sûr, sans lien, bien que leur dépendance réciproque ne soit pas absolue. Dans ce domaine, rapidement et schématiquement, nous pouvons distinguer cinq approches.

— Tout d'abord, l'approche traditionnelle (R. A. Fisher) qui consiste à calculer la probabilité d'obtenir des données partielles observées, par hasard, pour émettre les affirmations, avec un degré de vraisemblance, sur l'ensemble parent inconnu. L'inférence statistique est alors considérée comme une méthode d'induction.

OUVRAGES DISPONIBLES  
DANS LA COLLECTION SCIENCE DE L'ÉDUCATION

- ABRAHAM Ada et coll. : *L'enseignant est une personne.*
- ALVÈS Christian, MAOUS-CHASSAGNY Nicole, POJÉ-CHRÉTIEN Joëlle : *Modèles pour l'acte pédagogique.*
- ARMANDO Antonello : *Freud et l'éducation.*
- ARRIGHI-GALOU Nicole : *La scolarisation des enfants de 2/3 ans et ses inconvénients.*
- BAÏETTO Marie-Claude : *Le désir d'enseigner.*
- BLOT Bernard, FERRAN Pierre, MÉRAL Claire, PORCHER Louis : *Enseignants et élèves à l'école de l'écologie.*
- BOUCHARD Marie-France, BLOT Bernard, PORCHER Louis : *Apprendre à manger.*
- BOUTON Jeannette : *Réapprendre à dormir*, 6<sup>e</sup> éd.
- COUDRAY Léandre : *Courants culturels et communication dans les lycées agricoles.*
- C.R.E.S.A.S. (Centre de Recherche de l'Éducation Spécialisée et de l'Adaptation Scolaire) :
- *L'échec scolaire n'est pas une fatalité*, 4<sup>e</sup> éd.
  - *Le handicap socio-culturel en question*, 2<sup>e</sup> éd.
  - *On n'apprend pas tout seul, Interactions sociales et construction des savoirs.*
- DUFAYET Pierre, JENGER Yvette : *Le comment de la poésie*, 2<sup>e</sup> éd.
- ELUERD Roland :
- *Pour aborder la linguistique, Initiation au recyclage, Tome 1*, 4<sup>e</sup> éd.
  - *L'usage de la linguistique en classe de français, Critiques et perspectives, Tome 2*, 2<sup>e</sup> éd.
- FERRAN Pierre :
- *L'école de la rue, Une éducation ouverte sur le milieu.*
  - *L'enseignement du français par la science-fiction.*
- GAGNARD Madeleine : *L'éveil musical de l'enfant*, 2<sup>e</sup> éd.
- G.F.E.N. (Groupe Français d'Éducation Nouvelle - Secteur Orientation) : *L'orientation scolaire en question. Pour une autre psychologie de l'éducation.*
- GUIBBERT Pierre et VERDELHAN Michel : *Ecrire et rédiger à l'école.*
- HANNOUN Hubert :
- *Les ghettos de l'école. Pour une éducation interculturelle.*
- JACQUINOT Geneviève : *L'école devant les écrans.*
- JEANNOT, Méthode :
- *Manuel 1 : Face à... l'écriture*, 2<sup>e</sup> éd.
  - *Manuel 2 : Face à... la lecture et à l'orthographe.*

- JUBIN Philippe, *L'élève tête à claques.*
- LANGOUET Gabriel, PORLIER Jean-Claude :  
 — *Mesure et statistique en milieu éducatif*, 2° éd.  
 — *Pratiques statistiques en sciences humaines et sociales.*
- LAPASSADE Georges, SCHÉRER René : *Le corps interdit.* Essais sur l'éducation négative, 2° éd.
- LAURENT Eveline : *L'intelligence est-elle héréditaire ?* 2° éd.
- LAZAR Judith : *La télévision : mode d'emploi pour l'école.*
- LENTIN Laurence :  
 — Tome 1 : *Apprendre à parler à l'enfant de moins de 6 ans. Où ? Quand ? Comment ?* 10° éd.  
 — Tome 2 : *Comment apprendre à parler à l'enfant. Aperçu d'une expérience en cours*, 10° éd.  
 — Tome 3 : *Du parler au lire. Interaction entre l'adulte et l'enfant*, 5° éd.
- LOBROT Michel :  
 — *Lire.* Avec épreuves pour évaluer la capacité de lecture, 5° éd.  
 — *Les difficultés sexuelles de l'adulte.*
- LUC Jean-Noël : *L'histoire par l'étude du milieu*, 2° éd.
- LURÇAT Liliane :  
 — *L'enfant et les autres à l'école maternelle*, ou comment on devient écolier.  
 — *L'activité graphique à l'école maternelle*, 4° éd.  
 — *Espace vécu et espace connu à l'école maternelle.*  
 — *Le jeune enfant devant les apparences télévisuelles.*  
 — *L'écriture et le langage écrit de l'enfant en écoles maternelle et élémentaire.*
- MANNONI Pierre :  
 — *Adolescents, parents et troubles scolaires*, 2° éd.  
 — *Des bons et des mauvais élèves.*
- MARIET François : *L'enfant, la famille et l'école.*
- MARIET François, MOREAU Claude, PORCHER Louis : *Les classes de nature : classes de mer, classes de neige, classes vertes.*
- MARIET François, PORCHER Louis : *Apprendre à devenir citoyen à l'école.*
- L'introduction de l'actualité économique et sociale à l'école élémentaire et dans les C.E.S.
- MÉRY Janine : *Pédagogie curative scolaire et psychanalyse.*
- MOREAU Jacqueline et coll. : *L'enseignement de la sécurité à l'école.*
- MOREAU Jacqueline, BARDONNET-DITTE Jeannine, MARIET François, MÉRAL Claire : *Les activités manuelles dans l'enseignement obligatoire.*
- PAILLET Paule : *Le psychologue à l'école.*
- PLANCHON Henri, ROUX Marc-Olivier : *Réapprendre les maths.*