

Jean-Noël Beury

INFORMATIQUE AVEC PYTHON

MPSI·PCSI·PTSI
MP·PC·PSI·PT·TSI·TPC

EXERCICES
INCONTOURNABLES

2^e édition

DUNOD

l'intelligence

Couverture : création Hokus Pokus, adaptation Studio Dunod

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée. Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2023

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-084623-8

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Avant-propos	VI
Partie 1	
Prise en main de Python	
1. Prise en main de Python	3
2. Graphiques	25
Partie 2	
Terminaison, correction, complexité	
3. Terminaison, correction, complexité	31
Partie 3	
Algorithmes de recherche	
4. Algorithmes	45
5. Algorithmes de dichotomie	51
Partie 4	
Récursivité	
6. Récursivité	57
Partie 5	
Algorithmes gloutons	
7. Algorithmes gloutons (sauf TSI et TPC)	85

Partie 6

Lecture et écriture de fichiers – Matrices de pixels et images

8. Lecture et écriture de fichiers	93
9. Matrices de pixels et images, traitement d'images	99

Partie 7

Tris

10. Tris	109
-----------------	------------

Partie 8

Dictionnaire, pile, file, deque

11. Dictionnaire, pile, file, deque	131
--	------------

Partie 9

Graphes

12. Graphes	149
--------------------	------------

Partie 10

Recherche d'un plus court chemin

13. Recherche d'un plus court chemin (sauf TSI et TPC)	185
---	------------

Partie 11

Programmation dynamique

14. Programmation dynamique (Spé) (sauf TSI et TPC)	211
--	------------

Partie 12

Intelligence artificielle et jeux

15. Intelligence artificielle et jeu à deux joueurs (Spé)	239
--	------------

Partie 13

Bases de données

16. Bases de données (Spé)	271
-----------------------------------	------------

Partie 14

Algorithmique numérique

17. Algorithmique numérique (Spé) (uniquement TSI et TPC)	291
--	------------

Index	313
--------------	------------

Vous pouvez télécharger à partir de la page de présentation de l'ouvrage sur le site Dunod tous les programmes Python des exercices. Des fichiers complémentaires sont également fournis afin de tester les programmes, par exemple des images pour les exercices du chapitre « Matrices de pixels et images, traitement d'images ».



<https://dunod.com/EAN/9782100846238>

Avant-propos

Cet ouvrage de la série « Exercices incontournables » traite de l'intégralité du nouveau programme d'informatique commune pour les deux années des différentes filières de classes préparatoires aux grandes écoles (sauf BCPST).

La première partie reprend la base de la programmation avec Python. Des rappels de cours et des exercices classiques vous permettront de vous familiariser avec la syntaxe Python.

Dans les exercices de certains chapitres (« Prise en main de Python », « Terminaison, correction, complexité », « Matrices de pixels et images, traitement d'images », « Dictionnaire, pile, file, deque », « Graphes », « Intelligence artificielle et jeux à deux joueurs », « Bases de données »), vous trouverez un rappel de cours détaillé présentant le vocabulaire utilisé.

Pour chaque exercice classique, vous trouverez :

- La méthode de résolution expliquée et commentée étape par étape.
- Le corrigé rédigé détaillé.
- Les astuces à retenir et les pièges à éviter.

Partie 1

Prise en main de Python

Plan

1. Prise en main de Python	3
1.1 : Assertion, moyenne, variance et écart-type d'une liste de nombres	3
1.2 : Boucle, test, fonction (banque PT 2015)	11
1.3 : Variables locales, variables globales	14
1.4 : Affectation, objet immuable, copie	15
1.5 : Passage par référence pour les listes, effet de bord	20
1.6 : Slicing, extraction de tranche	22
2. Graphiques	25
2.1 : Tracé d'une fonction avec matplotlib	25
2.2 : Tracé d'un histogramme avec matplotlib	28

Prise en main de Python

1

Exercice 1.1 : Assertion, moyenne, variance et écart-type d'une liste de nombres

On considère la liste de nombres : $L = [9, 10, 11, 20.5, 0, 12.0, -5, -8.3e1]$.

1. Écrire une fonction `rec_moy` qui admet comme argument `L` une liste non vide de nombres et retourne la moyenne de `L`.
2. Écrire une fonction `rec_variance` qui admet comme argument `L` une liste non vide de nombres et retourne la variance de la liste `L`.
3. Écrire une fonction `rec_ecart_type` qui admet comme argument `L` une liste non vide de nombres et retourne l'écart-type de la liste `L`.
4. Les en-têtes des fonctions peuvent être annotés pour préciser les types des paramètres et du résultat. Ainsi,

```
| def uneFonction(n:int, X:[float], c:str, u) -> list:
```

signifie que la fonction `uneFonction` prend quatre paramètres `n`, `X`, `c` et `u`, où `n` est un entier, `X` une liste de nombres à virgule flottante et `c` une chaîne de caractères ; le type de `u` n'est pas précisé. Cette fonction renvoie une liste.

Écrire une fonction `rec_moy2` qui admet comme argument `L` une liste non vide de nombres réels ou flottants et retourne la moyenne de la liste `L`. Annoter l'en-tête de la fonction pour préciser le type des données attendues en entrée et fournies en retour. Utiliser des assertions pour vérifier le type de `L`, le nombre d'éléments de `L` ainsi que le type des éléments de `L`.

Analyse du problème

On utilise une boucle `for` pour parcourir les différents éléments de la liste. On peut alors calculer la somme des éléments de la liste pour en déduire la valeur moyenne. Une assertion est une aide de détection de bugs dans les programmes. La levée d'une assertion entraîne l'arrêt du programme.

Cours :

L'installation de Python 3 peut se faire avec Pyzo.

Un script Python est formé d'une suite d'instructions. Une instruction simple est contenue dans une seule ligne. Si une instruction est trop longue pour tenir sur une ligne ou si on souhaite améliorer la lisibilité du code, le symbole « \ » en fin de ligne permet de poursuivre l'écriture de l'instruction sur la ligne suivante (voir corrigé 4).

Une affectation se fait avec l'instruction `n=3` : `n` prend la valeur 3 (voir exercice 1.4 « Affectation, objet immuable, copie »).

On peut utiliser « `_` » dans le nom des variables mais pas « `-` ».

Le typage des variables est dynamique : l'interpréteur détermine le type à la volée lors de l'exécution du code. Dans l'exemple précédent, le type de `n` est `int`.

Le symbole dièse permet d'ajouter des commentaires dans les programmes Python : `# commentaire sur le programme`.

Le type d'une variable `n` s'obtient avec l'instruction : `type(n)`.

Les types de base des variables dans Python sont :

- Nombres entiers (positifs ou négatifs) : `int`
- Nombres à virgule flottante (ou nombres flottants) : `float`

Exemple

`a=-3.2e2` : $-3,2 \times 10^2 = -320$

- Booléens : `bool`
Les variables booléennes sont `True` (vrai) et `False` (faux).

Opérations de base sur les entiers (`int`) : `+`, `-`, `*`, `//`, `**`, `%`

`n=28`
`n//10` : 2 = quotient de la division euclidienne de `n` par 10
`n%10` : 8 = reste de la division euclidienne de `n` par 10
`n**3` : `n` puissance 3

Opérations de base sur les nombres flottants (`float`) : `+`, `-`, `*`, `/`, `**`

`a=1/3` : `a` vaut 0.3333333333333333
`2.6**(a)` : 2,6 puissance `a`

Comparaisons :

`a==b` : cet opérateur compare `a` et `b`. Si `a=b`, Python retourne `True`, sinon `False`
`a!=b` : `a` différent de `b`
`a>b`, `a<b`, `a>=b`, `a<=b` : strictement supérieur, strictement inférieur, supérieur ou égal, inférieur ou égal

Opérations sur les booléens (`bool`) :

`or` : ou
`and` : et
`not` : non

```

rep1=True           # type bool. 2 valeurs possibles : True ou False
a=12
b=10
rep2=(a==12)and(b==20) # rep2=False pour le test : a=12 et b=20
rep3=not(a==13)       # rep3=True, on pourrait écrire : rep3 = a!=13
rep4=(a==12)or(b==20) # True pour le test : a=12 ou b=20

```

Les types de base des conteneurs dans Python sont :

- Chaînes de caractères : `str`

Structure indicée immuable. On ne peut pas modifier les éléments d'une chaîne de caractères.

```

s="C'est une phrase" : utilisation de guillemets "
s1='phrase' : utilisation d'apostrophes '
n=len(s) : n=6 (nombre de caractères)
s1[0] : le premier caractère de s1 a pour indice 0 : 'p'
s1[n-1] : dernier caractère : 'e'
C1='ab'
C2=C1*3 : retourne 'abcbcbcb', répétition de 'ab'

```

La chaîne de caractères C1 est concaténée 3 fois avec elle-même.

- Listes : `list`

Structure de données muable. On peut modifier les éléments d'une liste.

```

L=[] : crée une liste vide
L.append(3) : ajoute 3 à la fin de la liste L. On obtient L=[3]
L.append(2) : ajoute 2 à la fin de la liste L. On obtient L=[3, 2]
x=L.pop() : supprime le dernier élément (ici 2) de la liste L
           On récupère cet élément dans la variable x
L3=['r', 3, 'te'] : crée la liste L3 contenant des chaînes de caractères et des entiers
len(L3) : affiche la longueur de la liste L3
Pour extraire des éléments d'une liste, voir exercice 1.6 « Slicing, extraction de tranche ».
L=[2*i for i in range(5)] : on obtient [0, 2, 4, 6, 8] (création par compréhension)
L=[2, 3]*3 : répétition de la liste [2, 3]
           On a alors L=[2, 3, 2, 3, 2, 3]
L=L+[5, 8] : concaténation : L=[2, 3, 2, 3, 2, 3, 5, 8]

```

Remarque :

Les indices des listes contenant n éléments sont numérotés de 0 à $n-1$ dans Python (idem pour les tuples et les deque). Pour obtenir le premier élément de la liste :

```

a=L[0] # la variable a prend la valeur 2

```

- Tuples : `tuple`

Les tuples sont des structures indicées immuables. Une fois le tuple créé, il ne peut pas être modifié. On peut créer un tuple avec ou sans parenthèses.

```

M=(2, 3, 8) : crée le tuple M

```

Ne pas confondre avec les listes, où on met des crochets.

On crée le même tuple si on omet les parenthèses

```

n=len(M)      : n = nombre d'éléments du tuple M
M=2, 3, 9
x=M[0]       : récupère dans la variable x l'élément d'indice 0 du tuple M
a, b, c=M     : dépaquette un tuple
               On récupère dans chaque variable un élément du tuple.
               Il faut connaître à l'avance le nombre d'éléments du tuple.
M2=M+(2, 5)  : concaténation de deux tuples : M2=(2, 3, 9, 2, 5)
M3=(2, 1)*3  : création avec répétition : M3=(2, 1, 2, 1, 2, 1)

```

- **Deque** : deque

Une deque (se prononce « dèque ») est une structure de données muable qui généralise le fonctionnement des piles et des files (voir exercice 11.6 « Utilisation des deque » dans le chapitre « Dictionnaire, pile, file, deque »). On peut ajouter et supprimer des éléments aux deux extrémités. Pas d'extraction de tranche (ou slicing) avec les deque.

```

from collections import deque : module permettant d'utiliser les deque
D=deque()                    : création d'une deque vide D
D.append(3)                  : ajoute 3 à l'extrémité droite de D
D.appendleft(5)              : ajoute 5 à l'extrémité gauche de D
x=D.pop()                   : supprime l'élément à l'extrémité droite de D
x=D.popleft()                : supprime l'élément à l'extrémité gauche de D
D1=deque([3, 8, 5])         : création de la deque D1

```

```

for elt in D1:               # affichage de tous les éléments de la deque D1
    print(elt)

```

- **Dictionnaires** : dict

Pour l'utilisation des dictionnaires, voir les exercices 11.1 « Opérations de base sur les dictionnaires » et 11.2 « Comptage des éléments d'une liste à l'aide d'un dictionnaire » dans le chapitre « Dictionnaire, pile, file, deque ».

Remarque : Pour le type `None`, voir la remarque de la question 2 dans l'exercice 10.1 « Tri par insertion » dans le chapitre « Tris ». On ne l'utilisera pas dans les autres exercices.

Il existe deux catégories d'objets dans Python :

- les objets dont la valeur peut changer sont dits muables (en anglais : mutable) : listes, dictionnaires, deque (voir chapitre 11 « Dictionnaire, pile, file, deque »)... ;
- les objets dont la valeur ne peut pas changer sont dits immuables (en anglais : immutable) : entiers, nombres flottants, booléens, chaînes de caractères, tuples...

Voir les exercices 1.4 « Affectation, objet immuable, copie » et 1.5 « Passage par référence pour les listes, effet de bord » pour les affectations et les arguments d'entrée des fonctions.

Quelques fonctions intrinsèques :

```

abs(x)      : renvoie la valeur absolue de x
int(x)      : convertit x en entier
float(x)    : convertit x en flottant
str(x)      : convertit x en chaîne de caractères
bool(x)     : convertit x en booléen

```

Première utilisation de la boucle for :

```
x=5           # affecte 5 à la variable x
for i in range(n): # boucle faisant varier i de 0 inclus à n exclu
                # ne pas oublier ':' à la fin de la ligne
    x=x+i      # incrémente x de i à chaque passage dans la boucle
                # attention à l'indentation
```

Deuxième utilisation de la boucle for :

```
for elt in L:   # elt prendra successivement les éléments de L
    print(elt)  # L chaîne de caractères, liste, tuple, deque
                # ou dictionnaire
```

Boucle while :

```
i=0
while i<=10:   # ne pas oublier : à la fin de la ligne while
    print(i)   # affichage de i
    i=i+1     # on incrémente i de 1 à chaque étape
```

La variable `i` est initialisée à 0 et incrémentée de 1 à chaque étape de la boucle `while`. On l'appelle un **compteur**.

Si la variable `i` est incrémentée d'une valeur différente de 1 ou décrémentée, on l'appellera un **accumulateur**.

Remarque : On peut utiliser l'instruction suivante :

```
i+=1           # la variable i est incrémentée de 1
```

L'instruction `break` fait sortir d'une boucle `while` ou `for` et passe à l'instruction suivante (voir exercice 10.6 « Tri à bulles » dans le chapitre « Tris »). Lorsqu'il y a plusieurs boucles imbriquées, l'instruction `break` ne fait sortir que de la boucle la plus interne.

Définition d'une fonction :

```
def f(x):      # définition de la fonction f ayant pour argument d'entrée x
                # ne pas oublier ':' à la fin de la ligne
    y=x+3      # y est une variable locale : elle est créée à l'appel
                # de la fonction et est détruite à la fin de la fonction
                # voir exercice 1.3 "Variables locales, variables globales"
    return y   # fin de la fonction et retourne la valeur y
                # attention à l'indentation
```

L'instruction `return` quitte la fonction même en cours d'exécution d'une boucle `for` ou `while`.

Structure conditionnelle :

```
if x==3:       # teste si x = 3
    y=3*x
elif x>3 and x<=4: # si le test précédent n'est pas vérifié,
                    # alors teste si x >3 et si x <=4
    y=x+2
elif x>4 and x <5: # si le test précédent n'est pas vérifié,
                    # alors teste si x >4 et si x <5
    y=x-2
else:          # sinon (les tests précédents ne sont pas vérifiés)
    y=0
```

Importation de modules

Des fonctions traitant d'un même domaine sont regroupées dans des modules (par exemple les fonctions mathématiques `cos`, `sin`, `tan`... sont regroupées dans le module `math`). Différents modules peuvent être regroupés dans une bibliothèque. On utilise l'instruction `import module` pour importer un module.

```
| import math          # importation du module math
```

Le module `math` contient des fonctions et des variables : `cos()`, `sin()`, `tan()`, `exp()`, `sqrt()` (racine carrée), `log()` (logarithme népérien), `log10()` (logarithme décimal), `pi` (nombre π)...

Pour utiliser les fonctions et les variables du module `math` :

```
| a=math.pi/4
| b=math.cos(math.pi/4)
| c=math.sin(math.pi)
| print(b)          # affiche 0.7071067811865476
| print(c)          # affiche 1.2246467991473532e-16
```

Les nombres flottants ne permettent pas un calcul exact à cause de la représentation des nombres à virgule sur des mots de taille fixe. Un test du type `a==b` n'a en général pas de sens si `a` et `b` sont des nombres à virgule flottante. On remplacera donc ce test par : `abs(a-b)<epsilon` où `epsilon` est une valeur proche de zéro, choisie en fonction du problème à traiter et de l'ordre de grandeur des erreurs auxquelles on peut s'attendre sur `a` et `b`.

Ainsi, pour effectuer le test `sin(x)==0`, on n'utilisera pas l'instruction :

```
| m.sin(x)==0      # si x=pi, ceci retourne pourtant False
```

mais les instructions suivantes :

```
| eps=1**-8        # on choisit une valeur pour eps
| abs(m.sin(x))<eps # si x=pi, ceci retourne bien True
```

Lorsqu'on utilise l'instruction `from math import *`, il n'est plus nécessaire d'ajouter le nom du module pour utiliser ses fonctions :

```
| from math import * # module math
| a=pi/4
```

Certaines fonctions portent le même nom dans des bibliothèques différentes. Il est donc préférable de ne pas utiliser `from math import *` mais plutôt `import math`. On peut renommer le module `math` en `m` par exemple :

```
| import math as m  # module math renommé m
| a=m.pi/4
```

On peut importer des fonctions et des variables d'un module :

```
| from math import cos, sin, tan, pi
| a=cos(pi/4)
```

Voir exercice 1.4 « Affectation, objet immuable, copie » pour l'utilisation du module `copy`.

On utilisera la bibliothèque PIL dans le chapitre 9 « Matrices de pixels et images, traitement d'images ».



1. On considère une liste non vide L . On suppose que les éléments de la liste sont des nombres entiers ou flottants. On définit une variable S permettant de calculer la somme des éléments de la liste.

```
def rec_moy(L):
    # la fonction retourne la moyenne de la liste L
    S=0                    # initialisation de S à 0
    n=len(L)              # longueur de la liste L
    for i in range(n):    # i varie entre 0 inclus et n exclu
        S=S+L[i]          # on pourrait écrire S+=L[i]
    moyenne=S/n           # calcul de la moyenne
    return moyenne       # retourne la moyenne de L
```

Remarque :

La liste $L=[9, 10, 11, 20.5, 0, 12.0, -5, -8.3e1]$ contient des entiers (9, 10, 11, 0, 5) ainsi que des nombres flottants (20.5, 12.0, -8.3e1).

12.0 est un nombre flottant (type float) alors que 12 est un nombre entier (type int).

-8.3e1 est un nombre flottant alors que 83 est un nombre entier.

Cours :

Soit une liste de valeurs $X_1, X_2 \dots X_N$. La moyenne des valeurs est définie par : $\langle X \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$.

La variance (ou écart quadratique moyen) est définie par : $\text{var}(X) = \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2$ avec

$$\langle X^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2. \text{ L'écart-type est défini par } \Delta X = \sqrt{\text{var}(X)}.$$



2.

```
def rec_variance(L):
    # la fonction retourne la variance de la liste L
    S=0                    # initialisation de S à 0
    n=len(L)              # longueur de la liste L
    for i in range(n):    # i varie entre 0 inclus et n exclu
        S=S+L[i]**2       # on pourrait écrire S+=L[i]**2
    variance=S/n-rec_moy(L)**2
    return variance       # retourne la variance de L
```

3.

```
def rec_ecart_type(L):
    # la fonction retourne l'écart-type(float) de la liste L
    import math as m      # module math renommé m
    return(m.sqrt(rec_variance(L)))
```

Cours :

Une assertion est une aide de détection de bugs dans les programmes.

- La fonction `rec_moy` peut être appelée si le type de `L` est `list`. On ajoute la ligne suivante dans la fonction `def rec_moy2` :

```
| assert type(L)==list
```

Le programme teste si `type(L)==list`. Si la condition est vérifiée, le programme continue à s'exécuter normalement.

Si la condition `type(L)==list` n'est pas vérifiée (on dit qu'on a une levée de l'assertion), alors le programme Python s'arrête et affiche le message d'erreur :

```
assert type(L)==list AssertionError
```

- La fonction `rec_moy` peut être appelée si le nombre d'éléments de `L` est strictement positif. On ajoute la ligne suivante dans la fonction `def rec_moy2` :

```
| assert len(L)>0
```

Le programme teste si `len(L)>0`, sinon on aurait une division par 0 dans la fonction. Si la condition est vérifiée, le programme continue à s'exécuter normalement. Si la condition `len(L)>0` n'est pas vérifiée (on dit qu'on a une levée de l'assertion), alors le programme Python s'arrête et affiche le message d'erreur :

```
assert len(L)>0 AssertionError
```

On supprime les assertions dans la version finale du programme Python.



4.

```
def rec_moy2(L:list)->float:
    # la fonction retourne la moyenne (float) des éléments
    # de la liste L
    # On pourrait écrire : def rec_moy2(L:[float])->float:
    # L est une liste de nombres flottants
    assert type(L)==list
    assert len(L)>0
    S=0                # initialisation de S à 0
    n=len(L)           # longueur de la liste L
    for i in range(n): # i varie entre 0 inclus et n exclu
        assert type(L[i])==float or type(L[i])==int
        S=S+L[i]       # on pourrait écrire S+=L[i]
    moyenne=S/n        # calcul de la moyenne
    return moyenne     # retourne la moyenne de L
```

Si on exécute l'instruction `print('moyenne :',rec_moy2(3))`, Python affiche :

```
assert type(L)==list AssertionError
```

Si on exécute l'instruction `print('moyenne :',rec_moy2([]))`, Python affiche :

```
assert len(L)>0 AssertionError
```

Si on exécute l'instruction `print('moyenne :',rec_moy2([3, 4.0, 'a']))`, Python affiche :

```
assert type(L[i])==float or type(L[i])==int
AssertionError
```

Remarques :

On peut ajouter une chaîne de caractères dans l'instruction `assert` :

```
| assert type(L)==list, 'Le type de L doit être une liste.'
```

Le programme teste si `type(L)==list`. Si la condition est vérifiée, le programme continue à s'exécuter normalement.

Si la condition `type(L)==list` n'est pas vérifiée (on dit qu'on a une levée de l'assertion), alors le programme Python s'arrête et affiche le message d'erreur :

```
Le type de L doit être une liste.
```

Si une instruction est trop longue pour tenir sur une ligne ou si on souhaite améliorer la lisibilité du code, on peut utiliser le symbole « `\` » en fin de ligne et poursuivre l'écriture de l'instruction sur la ligne suivante.

On peut écrire :

```
| assert type(L[i])==float or type(L[i])==int, "Type de L[i] non correct."
```

ou

```
| assert type(L[i])==float or type(L[i])==int,\
|         "Type de L[i] non correct."
```

On peut ajouter des commentaires dans les programmes Python avec le symbole dièse. Pour ajouter un commentaire qui s'étend sur plusieurs lignes, on peut le commencer avec `'''` (trois apostrophes) ou `"""` (trois guillemets) et le terminer de la même façon :

```
| '''
| La fonction retourne la moyenne (float) des éléments de la liste L.
| On pourrait écrire : def rec_moy2(L:[float])->float:
| '''
```

Les assertions servent à tester des conditions critiques qui ne devraient jamais arriver. Ce sont des aides au développement des programmes.

Si ces erreurs (liste vide, type de `L` incorrect, type de `L[i]` incorrect) sont susceptibles d'arriver lors de l'exécution du programme final, alors il faut utiliser le test `if len(L)==0` et gérer par programmation l'erreur.

Exercice 1.2 : Boucle, test, fonction (banque PT 2015)

On pourra utiliser `L.reverse()` qui permet d'inverser les éléments de la liste `L`.

1. Soit l'entier $n = 1\,234$. Quel est le quotient, noté q , de la division euclidienne de n par 10 ? Quel est le reste ? Que se passe-t-il si on recommence la division euclidienne par 10 à partir de q ?

Écrire une fonction `calcul_base10` d'argument `n`, renvoyant une liste `L` contenant les restes des divisions euclidiennes successives.

La fonction vérifiera que `n` est un entier avec `assert`.

Écrire le programme principal demandant à l'utilisateur de saisir un entier `n` strictement positif et renvoyant la décomposition en base 10 de l'entier `n`.

2. Écrire une fonction `somcube`, d'argument `n`, renvoyant la somme des cubes des chiffres du nombre entier `n`. On pourra utiliser la fonction `calcul_base10`.

3. Écrire une fonction permettant de trouver tous les nombres entiers strictement inférieurs à 1 000 et égaux à la somme des cubes de leurs chiffres.

4. Écrire une fonction `somcube2` qui convertit l'entier `n` en une chaîne de caractères permettant ainsi la récupération de ses chiffres sous forme de caractères. Cette nouvelle fonction renvoie la chaîne de caractères ainsi que la somme des cubes des chiffres de l'entier `n`. On pourra utiliser la fonction `str` et manipuler les chaînes de caractères.

Analyse du problème

Cet exercice permet de s'entraîner à manipuler les fonctions, les boucles, les tests et les différents types rencontrés dans Python.



1. $n = 1\ 234 = 123 \times 10 + 4$. Le reste vaut 4.

Si on recommence la division euclidienne de 123 par 10 : $123 = 12 \times 10 + 3$.
Le reste vaut 3.

Si on recommence la division euclidienne de 12 par 10 : $12 = 1 \times 10 + 2$.
Le reste vaut 2.

Si on recommence la division euclidienne de 1 par 10 : $1 = 0 \times 10 + 1$. Le reste vaut 1.

On obtient la décomposition en base 10 de `n` : 1, 2, 3, 4.

```
def calcul_base10(n):
    # la fonction renvoie une liste contenant les restes
    # des divisions euclidiennes successives
    assert type(n)==int
    L=[] # création d'une liste vide
    while n>0: # boucle tant que n > 0
        q=n//10 # quotient de la division euclidienne de n par 10
        r=n%10 # reste de la division euclidienne de n par 10
        L.append(r) # on ajoute le reste dans la liste L
        n=q
    L.reverse() # inverse l'ordre des éléments de la liste L
    return L # retourne la liste L

# programme principal
n=int(input('Taper un entier strictement positif : '))
# conversion en entier du résultat de la saisie
```

```
| print('Décomposition en base 10 : ',calcul_base10(n))
```

L'instruction `assert expression` de Python vérifie la véracité d'une expression booléenne et interrompt brutalement l'exécution du programme si ce n'est pas le cas.

2.

```
def somcube(n):
    # la fonction renvoie la somme des cubes des chiffres
    # de l'entier n
    somme=0                # initialisation de la variable somme
    L=calcul_base10(n)     # récupère la liste donnant
                          # la décomposition en base 10 de n
    for i in range(len(L)): # i varie entre 0 inclus
                          # et len(L) exclu
        somme=somme+L[i]**3 # on ajoute L[i] à la puissance 3
                          # on peut écrire somme+=L[i]**3

    return somme

# programme principal
n=1234
print(somcube(n))        # affiche 100 pour n = 1234
```

3.

```
def affiche_liste_entier_cube(): # pas d'argument d'entrée
    # la fonction renvoie tous les nombres entiers strictement
    # inférieurs à 1000 et égaux à la somme des cubes
    # de leurs chiffres
    L=[]                  # création d'une liste vide
    for i in range(1000): # i varie entre 0 inclus et 1000 exclu
        if i==somcube(i): # teste si i est égal à la somme
                          # des cubes de ses chiffres
            L.append(i)   # ajoute i dans la liste L
    return L              # fin de la fonction et renvoie la liste L

# programme principal
print(affiche_liste_entier_cube()) # affiche
                                   # [0, 1, 153, 370, 371, 407]
```

4.

```
def somcube2(n):
    # la fonction convertit l'entier n en une chaîne de caractères
    # pour récupérer ses chiffres sous forme de caractères
    somme=0
    chaine=str(n)        # convertit n en une chaîne de caractères
    L=[]                 # création d'une liste vide
    for elt in chaine:  # elt prend successivement
                      # les éléments de chaine
        L.append(elt)   # elt est un caractère que l'on ajoute
                      # dans L
        somme=somme+(int(elt))**3 # il faut convertir elt
                                # en entier
    return L,somme      # on pourrait écrire return(L, somme)
```

```
# programme principal
n=int(input('Taper un entier strictement positif : '))
L1,res=somcube2(n) # L1 contient la liste des chiffres de n
                    # res = somme des cubes des chiffres de n
```

Remarque :

La fonction `somcube2(n)` renvoie un tuple contenant deux éléments. Pour récupérer les éléments de ce tuple, on a plusieurs possibilités :

- Dépaquetage d'un tuple :

La ligne `return L, somme` retourne un tuple : `(L, somme)`.

Pour récupérer dans des variables séparées les éléments du tuple, on peut écrire :

```
| L1, res=somcube2(25)
```

On obtient alors : `L1=['2', '5']` et `res=133`.

- On définit un tuple `A` :

```
| A=somcube2(25)
```

Le tuple `A` vaut : `(['2', '5'], 133)`.

Pour récupérer `['2', '5']`, le premier élément du tuple : `A[0]`.

Pour récupérer `133`, le deuxième élément du tuple : `A[1]`.

Exercice 1.3 : Variables locales, variables globales

On considère le programme suivant :

```
def f() :
    global b
    print('d =', d)
    print('Premier print dans la fonction f : b =', b)
    a=3
    c=5
    b=b+c
    print('Deuxième print dans la fonction f : b =', b)
    print('Troisième print dans la fonction f : a =', a)
    return # on pourrait supprimer cette ligne
           # ou écrire return None

a=2
b=2
d=3
print("Print avant l'appel de la fonction f : a =", a)
print("Print avant l'appel de la fonction f : b =", b)
f()
print("Print après l'appel de la fonction f : a =", a)
print("Print après l'appel de la fonction f : b =", b)
```

Qu'affiche Python lors de l'exécution du programme ? Analyser les différents affichages de `print`.

Analyse du problème

Ce programme permet de comprendre la différence entre les variables globales et les variables locales dans une fonction.

Cours :

Une variable locale est créée au début d'une fonction et est détruite lorsque la fonction est terminée. Elle existe uniquement dans le corps de la fonction.

Une variable globale est définie à l'extérieur d'une fonction. Le contenu de cette variable est visible à l'intérieur d'une fonction. L'instruction `global b` permet de définir la variable globale `b` dans la fonction `f`.



Le programme Python affiche :

```
Print avant l'appel de la fonction f : a = 2
Print avant l'appel de la fonction f : b = 2
d = 3
Premier print dans la fonction f : b = 2
Deuxième print dans la fonction f : b = 7
Troisième print dans la fonction f : a = 3
Print après l'appel de la fonction f : a = 2
Print après l'appel de la fonction f : b = 7
```

La variable `a` vaut toujours 2 après l'exécution de la fonction `f`.

Dans le corps de la fonction `f`, `a` est une variable locale qui n'a rien à voir avec la variable `a` définie dans le programme principal.

La variable `b` est modifiée par la fonction `f` car `b` est une variable globale (instruction `global b`). On retrouve 7 après l'appel de la fonction `f`.

La variable `c` est une variable locale. Elle n'est pas définie en dehors de la fonction. L'instruction `print(c)` en dehors de la fonction entraîne un message d'erreur de Python.

La variable `d` n'est pas définie dans la fonction `f`. Python cherche alors la valeur de `d` dans le programme principal. Python affiche alors : `d = 3`.

Remarque : L'instruction `global i, j` permet de désigner deux variables globales `i` et `j` dans une fonction.

Exercice 1.4 : Affectation, objet immuable, copie

La fonction `deepcopy(L)` du module `copy` permet de réaliser une copie profonde de la liste `L`.

1. Qu'affiche Python lors de l'exécution du programme suivant ?

```
i=3
j=i
print('Avant modification de i : i, j =', i, j)
i=5
print('Après modification de i : i, j =', i, j)
```

2. Qu'affiche Python lors de l'exécution du programme suivant ?

```
L1=[1, 3, 5, 7]
L2=L1
print('Avant modification de L2 : L1, L2 =', L1, L2)
L2[3]=2
L2[3]=print('Après modification de L2 : L1, L2 =', L1, L2)
```

3. Qu'affiche Python lors de l'exécution du programme suivant ?

```
L3=[1, 3, 5, 7]
import copy
L4=copy.copy(L3)
print('Avant modification de L4 : L3, L4 =', L3, L4)
L4[3]=2
print('Après modification de L4 : L3, L4 =', L3, L4)
```

4. Qu'affiche Python lors de l'exécution du programme suivant ?

```
L1=[1, 2, [3, 4], 5]
L2=L1
L3=copy.copy(L1)
L4=copy.deepcopy(L1)
L1[0]=12
L1[2][0]=30
print('L1 =', L1)
print('L2 =', L2)
print('L3 =', L3)
print('L4 =', L4)
```

Analyse du problème

Ce programme permet de comprendre les problèmes rencontrés lors de copies de listes, deque et dictionnaires (voir chapitre 11 « Dictionnaire, pile, file, deque »).

Cours :

Il existe deux catégories d'objets dans Python :

- les objets dont la valeur peut changer sont dits muables (en anglais : mutable) : listes, dictionnaires, deque... ;
- les objets dont la valeur ne peut pas changer sont dits immuables (en anglais : immutable) : entiers, nombres flottants, booléens, chaînes de caractères, tuples...

Objets muables – Partage de valeurs par plusieurs variables

```
| L1=[1, 2, 3, 4]
```

Cette affectation (ou assignation) est une instruction qui réalise les opérations suivantes :

- Création d'un objet muable (appelé `obj1`) de type `list` à une adresse mémoire. Cet objet possède un identifiant (adresse mémoire), un type et une valeur. La valeur de `obj1` vaut : `[1, 2, 3, 4]`.
- Création de la variable `L1`.
- Association de la variable `L1` avec l'objet `obj1` contenant la valeur `[1, 2, 3, 4]`.



La variable `L1` ne contient pas `[1, 2, 3, 4]` mais uniquement la référence de l'objet `obj1`, c'est-à-dire l'adresse mémoire où est stocké `obj1`.

On peut modifier `[1, 2, 3, 4]` une fois que cet objet `obj1` de type `list` est créé. Les listes sont modifiables (muables).

Cours :

Contrairement à d'autres langages de programmation (C ou Java), une affectation dans Python est une association d'une variable avec un objet contenant la valeur. C'est le choix des concepteurs du langage Python.

```
| L2=L1
```

L'instruction `L2=L1` n'affecte pas `[1, 2, 3, 4]` à `L2` mais réalise les opérations suivantes :

- Création du nom de variable `L2`.
- Affectation à la variable `L2` de la référence (ou adresse mémoire) où est stocké `[1, 2, 3, 4]`.

`L1` et `L2` font donc référence au même objet `[1, 2, 3, 4]`.

La copie est très rapide puisqu'on n'occupe pas deux fois plus de place mémoire.

Si on modifie `[1, 2, 3, 4]` via `L1`, alors cette modification sera également visible par `L2`.

```
| L1[0]=10
```

On constate que `L2[0]` vaut 10 également. C'est tout à fait normal car `L1` et `L2` font référence à la même adresse mémoire de `[10, 2, 3, 4]`.

On ajoute un élément dans `L1` avec la fonction `append` :

```
| L1.append(12)
```

L'élément 12 est ajouté dans `L1` et `L2` puisque `L1` et `L2` font référence à la même liste modifiable (ou muable) : `[10, 2, 3, 4, 12]`.



Comme dans les problèmes de concours, on utilise le langage suivant : le terme « liste » appliqué à un objet Python signifie qu'il s'agit d'une variable de type `list`. Idem pour les autres types : `int`, `float`, `bool`, `str`, `tuple`, `dict`, `deque`...

Objets immuables (non modifiables)

```
| a=10
```

Cette affectation réalise les opérations suivantes :

- Création d'un objet immuable (appelé `obj2`) de type `int` à une adresse mémoire. Cet objet possède un identifiant (adresse mémoire), un type et une valeur. La valeur de `obj2` vaut : 10.

- Création de la variable `a`.
- Association de la variable `a` avec l'objet `obj2` contenant la valeur `10`.



La variable `a` ne contient pas `10` mais uniquement la référence de l'objet `obj2`, c'est-à-dire l'adresse mémoire où est stocké `obj2`.

On ne peut pas modifier `10` une fois que cet objet `obj2` de type `int` est créé. Les entiers sont non modifiables (immuables).

Cours :

```
| b=a
```

Cette instruction n'affecte pas `10` à la variable `a` mais affecte la référence (ou l'adresse mémoire) où est stocké `10`.

```
| a=11
```

Comme on ne peut pas modifier `10` (objet immuable), on crée un nouvel objet `11` avec une nouvelle adresse mémoire dans l'ordinateur. La variable `a` fait référence à l'adresse mémoire où est stocké `11`.

Par contre, `b` fait toujours référence à l'adresse mémoire où est stocké `10`.

```
| print(b) # b reste égal à 10
```

On retrouve le même résultat pour tous les objets immuables : entiers, nombres flottants, booléens, chaînes de caractères, tuples...



Deux cas peuvent se présenter après l'exécution de l'instruction `L2=L1` :

- `L1` est un objet mutable (mutable, en anglais, par exemple liste, dictionnaire, deque...) : si on modifie `L1` dans la suite du programme, alors `L2` est également modifié puisque `L1` et `L2` font référence à la même adresse mémoire.
- `L1` est un objet immuable (immutable, en anglais, par exemple entier, nombre flottant, booléen, chaîne de caractères, tuple...) : si on modifie `L1` dans la suite du programme, alors `L2` n'est pas modifié.

Cours :

On rencontre deux catégories de copies pour les objets muables (listes, dictionnaires, deque...) :

- La fonction `copy()` réalise une copie superficielle. Les éléments sont copiés s'il n'y a pas de structure imbriquée. Si les éléments sont des listes par exemple, alors l'adresse mémoire des listes est copiée.
- La fonction `deepcopy()` réalise une copie profonde pour les structures imbriquées. Si les éléments sont des listes, alors la copie profonde copie bien les listes imbriquées.

```
| import copy  
| L2=copy.copy(L1)
```

Python exécute une copie superficielle de `L1`, c'est-à-dire qu'il crée une nouvelle liste `L2` en copiant tous les éléments de `L1` dans `L2` puisqu'ils ne contiennent pas de structure imbriquée. Dans ce cas, `L1` et `L2` ne font plus référence à la même adresse mémoire.

La copie superficielle s'applique également aux dictionnaires et dequeues (voir chapitre 11 « Dictionnaire, pile, file, deque »).

Remarque :

Avec certains langages (langage C++, Java par exemple), le typage des variables est statique, c'est-à-dire qu'il faut d'abord déclarer (ou définir) le nom et le type des variables et ensuite leur affecter (ou assigner) une valeur compatible avec le type déclaré.

Avec le langage Python, le typage des variables est dynamique : l'interpréteur détermine automatiquement le type qui correspond au mieux à la valeur fournie lors de l'affectation.



1. Python affiche :

```
Avant modification de i : i, j = 3 3
```

```
Après modification de i : i, j = 5 3
```

Les résultats affichés dans Python sont tout à fait prévisibles. On va voir dans la question 2 que la même syntaxe appliquée aux listes donne des résultats surprenants !

2. Python affiche :

```
Avant modification de L2 : L1,L2 = [1, 3, 5, 7]
```

```
[1, 3, 5, 7]
```

```
Après modification de L2 : L1,L2 = [1, 3, 5, 2]
```

```
[1, 3, 5, 2]
```

Le programme de la question 2 est exactement le même que celui de la question 1 sauf qu'on manipule des listes au lieu de manipuler des entiers. Le comportement est complètement différent : la liste `L1` a été modifiée !

L'instruction `L2=L1` n'a pas effectué une copie de `L1` dans `L2` mais a copié uniquement la référence de la liste, c'est-à-dire l'adresse mémoire de la liste. `L1` et `L2` font donc référence à la même adresse mémoire de l'ordinateur. Si on modifie un élément de `L2` alors `L1` est également modifié.

3. Python affiche :

```
Avant modification de L4 : L3,L4 = [1, 3, 5, 7]
```

```
[1, 3, 5, 7]
```

```
Après modification de L4 : L3,L4 = [1, 3, 5, 7]
```

```
[1, 3, 5, 2]
```

L'instruction `L4=copy.copy(L3)` permet de réaliser une copie superficielle de `L3`. Les listes `L3` et `L4` ont des adresses mémoire différentes.