



# INTRO UNE INTRODUCTION À TION DUC TION

## L'UNIVERS DÉCRYPTÉ PAR LES ÉNIGMES

Cumrun Vafa

*Traduction de Michel Le Bellac*

*Préface d'Étienne Klein*

edp sciences

## L'UNIVERS DÉCRYPTÉ PAR LES ÉNIGMES

Au cours des trente dernières années, les progrès de la physique théorique ont été étroitement corrélés à ceux des mathématiques, en particulier dans le domaine de la théorie des cordes. Ce livre porte à la fois sur les développements de la physique et des mathématiques contemporaines.

La conception de l'ouvrage est extrêmement originale : l'auteur ne se contente pas d'exposer sa vision des théories scientifiques, mais il appuie son argumentation en lui donnant un aspect ludique grâce à des énigmes intrigantes de mathématiques et de physique qui défient parfois l'intuition. Par exemple, si l'on rallonge d'un mètre une ceinture entourant la Terre à l'Équateur, quelle est la taille de l'objet qu'on peut glisser sous cette ceinture ?

Après une revue des progrès récents dans notre compréhension de l'Univers (symétries et modèle standard des particules, trous noirs et cosmologie, etc.), l'auteur développe dans l'avant dernier chapitre le lien intime entre physique et mathématiques, en introduisant en particulier les notions de dualité et de symétrie miroir en théorie des cordes.

Cet ouvrage s'adresse aux étudiants de physique et de mathématiques et à toute personne curieuse des développements récents de la science.

Edward Witten, lauréat de la médaille Fields de mathématiques, écrit à propos de cet ouvrage : « Ce livre est un voyage fascinant et original dans les idées les plus avancées en physique et en mathématiques. Il est illustré par des énigmes élémentaires et amusantes. Le lecteur y trouvera de quoi apprendre et de quoi s'amuser. »

*Cumrun Vafa est professeur de physique théorique à l'Université de Harvard. En particulier, avec Andrew Strominger, il a démontré la formule de l'entropie d'un trou noir (formule de Bekenstein-Hawking) en théorie des cordes, sujet dont il est un des grands spécialistes.*

*La traduction de cet ouvrage est de Michel Le Bellac, professeur émérite de physique à l'Université Nice-Côte d'Azur.*

Isbn : 978-2-7598-2594-3



9 782759 825943

Création graphique : Béatrice Couëdel

edp sciences  
www.edpsciences.org

La collection « **UNE INTRODUCTION À...** » se propose de faire connaître à un large public les avancées les plus récentes de la science. Les ouvrages sont rédigés sous une forme simple et pédagogique par les meilleurs experts français.

**Collection « Une Introduction à »  
dirigée par Michèle Leduc et Michel Le Bellac**

# **L'Univers décrypté par les énigmes**

**Cumrun Vafa**

**Traduction de Michel Le Bellac**



EDP Sciences  
17, avenue du Hoggar  
Parc d'activités de Courtabœuf, BP 112  
91944 Les Ulis Cedex A, France

## Dans la même collection

*Vertigineuses symétries*

Anthony Zee, traduit par Michel Le Bellac

*Le temps des neurones – Les horloges du cerveau*

Dean Buonomano, traduit par Michel Le Bellac

*Voyage dans les mathématiques de l'espace-temps*

Stéphane Collion

*Les planètes et la vie*

Thérèse Encrenaz, James Lequeux et Fabienne Casoli

*Quantique : au-delà de l'étrange*

Philip Ball, traduit par Michel Le Bellac

*Un siècle de gravitation*

Ron Cowen, traduit par Michel Le Bellac

*Atomes, ions, molécules ultrafroids et technologies quantiques*

Robin Kaiser, Michèle Leduc et Hélène Perrin

*Retrouvez tous nos ouvrages et nos collections sur <http://laboutique.edpsciences.fr>*

Illustration de couverture : Œdipe et le sphinx. Reconstruction du médaillon d'un kylix attique à figures rouges (480-470 av. J.-C. Provenance : Vulci) par Juan José Moral.

Translation from the English language edition of "Puzzles to Unravel the Universe" by Cumrun Vafa, ISBN : 9798642693636 ; © Vafa Cumrun.

*Imprimé en France*

**ISBN (papier) : 978-2-7598-2594-3 – ISBN (ebook) : 978-2-7598-2595-0**

© 2021, **EDP Sciences**, 17, avenue du Hoggar, BP 112, Parc d'activités de Courtabœuf, 91944 Les Ulis Cedex A

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés réservés pour tous pays. Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans l'autorisation de l'éditeur est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et d'autre part, les courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (art. L. 122-4, L. 122-5 et L. 335-2 du Code de la propriété intellectuelle). Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au : Centre français d'exploitation du droit de copie, 3, rue Hautefeuille, 75006 Paris. Tél. : 01 43 26 95 35.

À mon épouse bien-aimée et amie de toujours  
Afarin,  
à mes chers enfants,  
Farzan, Keyon et Neekon,  
qui ont été sources d'inspiration dans l'écriture de ce livre  
et à mes parents aimants, Simeen et Javad,  
qui ont nourri ma curiosité.



## Préface

L'intuition est un outil précieux, mais qui peut se révéler piégeux. Lui faire systématiquement confiance, c'est parfois prendre le risque de valdinguer dans les décors. Par exemple lorsqu'il s'agit d'évaluer un ordre de grandeur. Saisissez-vous (pour voir) du globe terrestre et entourez-le d'un ruban comme si vous vouliez l'offrir dans un joli paquet-cadeau. Puis donnez à ce ruban initialement tendu un mètre de mou, ce qui aura pour effet de le détendre très légèrement. Question : sachant que le rayon de la Terre est de 6 400 kilomètres, de combien vous faudra-t-il surélever ce ruban au-dessus du sol, tout autour de la Terre, pour qu'il soit à nouveau tendu ? Posez donc ce problème à vos amis : je fais le pari que les chiffres qu'ils avanceront spontanément seront en général ridiculement petits (un millimètre par-ci, un micron par-là, un nanomètre parfois, l'idée générale étant qu'il n'y aurait même pas la place de glisser une feuille de papier à cigarette sous le ruban). Or la bonne réponse à la question est environ 16 centimètres, c'est-à-dire beaucoup plus que ce que l'intuition nous dicte, ce qui laisserait la possibilité à une souris, voire à un chat, de passer sous le ruban ! Hé oui, il faut une élévation de 16 centimètres (soit un mètre divisé par  $2\pi$ ) pour absorber un mètre de mou lorsque la circonférence du cercle entouré vaut 40 000 kilomètres !

Mais ce qui est encore plus incroyable, c'est que ce résultat ne dépend pas du rayon de la sphère choisie. En d'autres termes, la hauteur en question aurait été exactement la même si vous aviez tendu le ruban autour du Soleil, de Jupiter, d'un petit pois, d'un atome ou d'un simple point. L'étrange peut ainsi surgir sans crier gare, alors même que le calcul donnant la bonne solution du

problème est élémentaire. Il arrive aussi que notre intuition ne soit pas bien sûre d'elle-même, qu'elle s'embrouille ou hésite. Pour vous en rendre compte, considérez cette fois deux pots de peinture de même volume. Le premier contient de la peinture blanche, le second de la peinture verte, en quantités rigoureusement identiques. À l'aide d'une petite cuillère, prélevez un peu de peinture blanche dans le premier pot et reversez la dans le second (dont la quantité de peinture se trouvera ainsi légèrement augmentée tandis que celle du pot blanc aura légèrement diminué). Touillez ensuite vigoureusement afin que les deux couleurs se mélangent parfaitement : le vert du second pot devient ainsi un peu plus pâle. Prélevez maintenant, avec la même petite cuillère, un peu de ce mélange et reversez le dans le premier pot. Touillez afin de réaliser, là aussi, un mélange bien homogène : le blanc du premier pot a légèrement verdi. À l'issue de cette double opération, les quantités de peinture dans les deux pots sont bien sûr redevenues égales, mais qu'en est-il de leurs teneurs : la concentration de vert dans le pot blanc est-elle inférieure, égale ou supérieure à la concentration de blanc dans le pot vert ? Euh... La vérité est qu'elles sont égales. Ce résultat ne me semble guère intuitif, et j'ai pu vérifier autour de moi que ce sentiment était partagé. Échouant à trouver le raisonnement simple qui le ferait paraître naturel, j'ai dû me résoudre à poser deux ou trois équations pour l'établir. Ces deux exemples illustrent, chacun à sa façon, la vertu canonique des énigmes : en excitant notre intellect, elles ont le don de nous forcer à réfléchir, qui plus est de façon possiblement joyeuse. Car nous les devinons capables de nous offrir des surprises, voire de nous mener à des découvertes étranges. C'est bien connu, pour qui aime la réflexion, toute rencontre avec l'étrange a un parfum d'aubaine : elle advient comme une chance, une invitation merveilleuse à penser autrement, à s'arracher à ses routines. C'est pourquoi les énigmes méritent tant leur synonyme : elles sont bel et bien d'authentiques casse-têtes, au sens où elles détruisent les préjugés qui stagnent entre nos deux oreilles et ouvrent ensuite le spectre des conjectures.

Mais ce n'est pas tout, comme le démontre magnifiquement ce livre de Cumrun Vafa. Les énigmes, notamment celles qui sont de nature mathématique, permettent d'aller encore plus loin : bien agencées, elles éclairent et aident à comprendre ce qui fonde les lois physiques, depuis celles qui furent découvertes par Archimède, Galilée et Newton, jusqu'aux avancées les plus récentes de la théorie des supercordes ou de la gravité quantique. Par exemple, notre histoire des deux pots de peinture donne corps à l'idée de loi de conservation, qui joue un rôle crucial dans tous les formalismes de la physique. Plus généralement, grâce aux énigmes et aux puzzles – et sans qu'on puisse toujours pressentir le moindre lien qu'ils pourraient avoir *a priori* avec le monde physique –, on peut en apprendre

de belles sur les trous noirs, le boson de Higgs, le vide quantique, les mirages gravitationnels ou l'antimatière.

Au fil des pages de ce livre déroutant, la physique se révèle comme l'exact contraire d'une bureaucratie des apparences : ses lois les plus fondamentales ne sont jamais directement déductibles du spectacle du monde. Elles procèdent plutôt d'un détour par les concepts, autrement dit par l'abstraction : la réalité empirique est en somme invitée à aller se faire voir ailleurs, puis, au retour d'une vaste galipette conceptuelle, à se révéler tel qu'elle est vraiment (ou pourrait être). Ainsi mise en scène, la physique, souvent jugée rébarbative, devient ludique. Elle en vient à ressembler à un véritable jeu, certes un peu spécial : il s'agit d'un jeu de l'esprit ayant, à la différence de beaucoup d'autres plus gratuits, le souci de rendre compte du réel.

Étienne Klein, mars 2021



# Table des matières

<b>Préface</b>	<b>v</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introduction à la physique moderne</b>	<b>1</b>
1.1 Généralités . . . . .	1
1.2 Pensées anciennes . . . . .	3
1.3 La mécanique de Newton . . . . .	5
1.4 Mécanique lagrangienne et mécanique hamiltonienne . . . . .	6
1.5 L'électromagnétisme de Maxwell . . . . .	8
1.6 La théorie de la relativité . . . . .	10
1.7 Mécanique quantique . . . . .	13
1.8 La théorie des champs quantiques . . . . .	16
1.9 La gravitation quantique . . . . .	18
<b>2 Symétries et lois de conservation</b>	<b>21</b>
2.1 Introduction . . . . .	21
2.2 Motivation pour les énigmes . . . . .	22
2.3 Symétries . . . . .	24
2.4 Le théorème de Noether . . . . .	28
2.5 Supersymétrie . . . . .	35
2.6 Quasi-cristaux et symétries . . . . .	37
2.7 Cordes et conservation de la charge . . . . .	40
2.8 Brisure spontanée de symétrie . . . . .	43
<b>3 Brisure de symétrie</b>	<b>45</b>
3.1 Introduction . . . . .	45
3.2 Mouvement de la Terre et brisure de symétrie . . . . .	47
3.3 Brisure spontanée de symétrie . . . . .	48
3.4 Aimants et symétries spontanément brisées . . . . .	52

3.5	L'énigme du carré . . . . .	55
3.6	Brisure de symétrie et boson de Higgs . . . . .	58
3.7	La grande unification des forces . . . . .	61
3.8	Supraconductivité . . . . .	64
3.9	Rigidité . . . . .	65
3.10	Chiralité . . . . .	65
<b>4</b>	<b>La puissance des mathématiques simples et abstraites</b>	<b>69</b>
4.1	Lois et contraintes . . . . .	69
4.2	Un aperçu sur les nombres complexes . . . . .	71
4.3	Lentilles gravitationnelles . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Mathématiques contre-intuitives</b>	<b>85</b>
5.1	Preliminaires . . . . .	85
5.2	Les paradoxes de l'infini . . . . .	89
5.3	Séries analytiques . . . . .	92
5.4	Le paradoxe du hall de Monty . . . . .	96
<b>6</b>	<b>Intuition physique</b>	<b>105</b>
6.1	Physique intuitive . . . . .	105
6.2	Galilée . . . . .	106
6.3	Isaac Newton . . . . .	107
6.4	Intuition physique en mathématiques . . . . .	109
6.5	L'« Euréka » d'Archimède . . . . .	114
6.6	Le théorème de Pythagore . . . . .	116
6.7	Théorie de la relativité restreinte . . . . .	117
6.8	Mécanique statistique . . . . .	119
<b>7</b>	<b>Physique contre-intuitive</b>	<b>125</b>
7.1	La portance revisitée . . . . .	125
7.2	Pourquoi le ciel nocturne est-il sombre ? . . . . .	127
7.3	Équations de Maxwell . . . . .	129
7.4	La théorie d'Einstein de la relativité . . . . .	130
7.5	Paradoxes en physique quantique . . . . .	132
7.6	Indiscernabilité en physique quantique . . . . .	136
7.7	Le paradoxe EPR . . . . .	137
7.8	Trous noirs . . . . .	139
7.9	Holographie . . . . .	141

<b>8</b>	<b>Normalité en physique : analyse dimensionnelle</b>	<b>143</b>
8.1	Un moment d'enseignement . . . . .	143
8.2	Ordres de grandeur . . . . .	143
8.3	Analyse dimensionnelle . . . . .	144
8.4	Rayonnement de charges accélérées . . . . .	145
8.5	Invariance d'échelle et invariance conforme . . . . .	146
8.6	Unités fondamentales . . . . .	148
8.7	Trous noirs . . . . .	152
8.8	Symétrie et nombres naturels . . . . .	153
<b>9</b>	<b>Anormalité et grands nombres</b>	<b>155</b>
9.1	Nombres « anormaux » . . . . .	155
9.2	Nombres déraisonnables et système héliocentrique . . . . .	159
9.3	Théorie des nombres . . . . .	160
9.4	Composition de l'Univers . . . . .	161
9.5	La géométrie de l'espace-temps . . . . .	161
9.6	D'autres questions . . . . .	164
9.7	Échelles de longueur . . . . .	165
9.8	Échelles de temps . . . . .	165
<b>10</b>	<b>Science et religion</b>	<b>167</b>
10.1	Questions fondamentales . . . . .	168
10.2	Science contre religion . . . . .	169
10.3	Science et religion . . . . .	170
10.4	L'origine de l'Univers . . . . .	171
10.5	Einstein et la religion . . . . .	172
10.6	Feynman et la religion . . . . .	173
10.7	Hawking et la religion . . . . .	174
10.8	Pascal et la religion . . . . .	176
10.9	Causalité et Dieu . . . . .	177
<b>11</b>	<b>Dualités</b>	<b>181</b>
11.1	Deux exemples mathématiques . . . . .	182
11.2	Dualité en mécanique quantique . . . . .	184
11.3	Théorie de Maxwell . . . . .	185
11.4	La dualité en théorie des cordes . . . . .	188
11.5	La $T$ -dualité . . . . .	189
11.6	Variétés de Calabi-Yau et symétries miroir . . . . .	191
11.7	Autres dualités : géométrie et forces . . . . .	195
11.8	Dualité et trous noirs . . . . .	198

11.9	Holographie . . . . .	200
11.10	La loi du demi-cercle de Wigner . . . . .	200
<b>12</b>	<b>En résumé</b>	<b>203</b>
12.1	Symétries et leur brisure . . . . .	204
12.2	Symétrie de jauge . . . . .	206
12.3	Mathématiques intuitives . . . . .	208
12.4	Mathématiques contre-intuitives . . . . .	209
12.5	Physique intuitive et non intuitive . . . . .	211
12.6	Normalité . . . . .	212
12.7	Physique et religion . . . . .	213
12.8	Dualités . . . . .	214
	<b>Index</b>	<b>215</b>

# Avant-propos

Une motivation inscrite dans nos gènes nous pousse à essayer de comprendre « comment les choses marchent ». Nous espérons identifier autour de nous des schémas qui nous aident à anticiper ce qui va se passer. Donner une formulation quantitative à ces schémas a conduit l'humanité à développer progressivement les mathématiques. Il n'est donc pas surprenant que les mathématiques soient le langage naturel pour décrire la façon dont la nature fonctionne. De fait, les mathématiques sont la colonne vertébrale de la physique, dont l'objectif est de décrire comment l'Univers fonctionne à son niveau le plus fondamental. Plus notre connaissance des lois de la nature s'approfondit et plus nous avons besoin de notions avancées de mathématiques, de sorte qu'aujourd'hui la physique a acquis la réputation d'être devenue impénétrable pour les non-initiés en raison de sa complexité mathématique.

Cependant cette perception ignore la simplicité des lois physiques et l'élégance des mathématiques lorsqu'elle saisissent l'essence profonde de la réalité physique. En tant que physicien passionné par les mathématiques, je peux témoigner directement du fait que, sous la formidable complexité apparente de la machinerie mathématique, se dissimulent des pépites de vérités simples et profondes. Ces vérités sont ce que nombre de scientifiques s'efforcent de cristalliser lorsque le brouillard s'est levé et que les lois de la nature ont émergé. Ces pépites sont une sorte de « résumé exécutif » que chérissent les scientifiques et qui leur servent de leçons à emporter extraites des découvertes des lois de la nature. Heureusement, ces idées centrales peuvent souvent être illustrées par des énigmes mathématiques simples. Ces énigmes sont si simples qu'elles ne

nécessitent pas de connaissances préalables en physique ou en mathématiques pour que l'on puisse les aborder et en apprécier la signification. Les énigmes mathématiques de ce type sont non seulement amusantes à résoudre, mais elles sont profondément satisfaisantes parce qu'elles saisissent une signification plus fondamentale de la réalité physique, et ce ne sont pas uniquement des énigmes. Mon objectif dans ce livre est d'embarquer le lecteur dans un voyage qui lui fera décrypter de nombreuses facettes des lois de l'Univers à travers ces énigmes.

Le thème central de ce livre est l'idée que, sous la réalité physique, il n'existe pas d'idée singulière qui chapeaute l'ensemble, mais plutôt une collection de concepts parfois contradictoires qui, une fois rassemblés, fixent le cadre de la réalité physique. Apprécier la façon dont ces pensées contradictoires s'imbriquent mutuellement et œuvrent en harmonie vers un objectif commun est le thème central de ce livre. J'espère faire la démonstration de la façon dont ces concepts fonctionnent en m'appuyant sur une collection des principes les plus importants de la nature par l'intermédiaire du prisme des énigmes.

Après un bref résumé de l'histoire des sciences et des interactions entre physique et mathématiques au cours des siècles, j'aborde successivement les sujets essentiels. Chaque section commence par évoquer un sujet vu sous un angle particulier et examine ensuite l'importance de le voir sous l'angle opposé. Et cela se répète en passant de la physique aux mathématiques et réciproquement. Tout cela est présenté en distillant des énigmes amusantes.

Le premier sujet que j'aborderai est la symétrie. D'un côté j'expliquerai ce que signifie préserver une symétrie en mathématiques et en physique, et de l'autre je discuterai l'importance de briser ces symétries. L'énigme suivante : déterminer le plus court chemin permettant de relier quatre villes situées aux coins d'un carré donne un exemple parfait de ce phénomène. Tandis que les symétries expliquent l'origine des lois de conservation comme celle de l'énergie, nous verrons pourquoi la brisure de symétrie est essentielle à notre existence même. Nous expliquerons pourquoi cette brisure est liée à la découverte récente du boson de Higgs et également pourquoi nos propres yeux et leur position sur nos visages sont la manifestation d'une brisure de symétrie. Les idées intuitives aussi bien que les idées non intuitives sont importantes en physique comme en mathématiques. Les idées intuitives, comme la continuité qui est manifeste dans des aspects variés des lois physiques, et les abstractions non intuitives, comme celle qui consiste à considérer le temps comme une quatrième dimension, sont indispensables à une compréhension en profondeur de la réalité. Nous montrerons que l'idée de continuité, aussi simple soit-elle, conduit à des conclusions fondamentales. Afin d'illustrer cette idée, nous donnons l'exemple de l'énigme suivante : pourquoi existe-t-il toujours sur l'Équateur deux points diamétralement opposés à la même température ? Nous

montrons également que la continuité des lois de la physique explique pourquoi la théorie de la relativité générale d'Albert Einstein prédit qu'il y a toujours un nombre impair d'images gravitationnelles d'une étoile.

Nous passons ensuite à la notion de paramètre naturel : comment faire une estimation sur un coin de serviette de la façon dont la nature fonctionne en utilisant une information minimale ? Nous donnons comme exemple une estimation simple de la contraction nécessaire pour que le Soleil se transforme en trou noir. Nous passons ensuite à l'idée contraire et discutons comment des nombres, qui sont anormalement grands ou anormalement petits de manière inattendue, ou non naturelle, font irruption dans des lois de la physique d'une façon difficile à anticiper. En particulier, pourquoi la répulsion électrostatique entre deux protons est-elle plus grande que leur attraction gravitationnelle par un facteur un suivi de 36 zéros ? Nous illustrons l'apparition en physique de nombres qui sont grands de manière inattendue par le problème ancien du troupeau d'Archimède, dont la solution implique un nombre comportant près d'un million de chiffres ! Je m'aventure aussi dans la discussion de problèmes liés aux relations entre science et religion mais, contrairement aux discussions usuelles, même ce sujet est formulé en termes d'énigmes amusantes. Un exemple d'énigme est celui qui implique un rectangle composé de rectangles plus petits. Chaque côté de ces rectangles est mesuré par un nombre entier, ce qui implique la même propriété pour le plus grand rectangle.

Finalement je discute certains des développements les plus excitants de la physique fondamentale moderne dans le contexte de la théorie des cordes. La théorie des cordes a émergé récemment comme une théorie quantique englobant toutes les forces fondamentales. Je me focaliserai sur l'idée de dualité dans la théorie des cordes, idée qui a fasciné les théoriciens des cordes depuis une vingtaine d'années et a joué un rôle clé dans son développement. Je discuterai par exemple la façon dont la dualité permet de mieux comprendre les trous noirs et la nature de l'espace et du temps. Une énigme illustrant la dualité est celle des deux fourmis sur une tige rigide, lorsque chacune de ces fourmis a pour objectif d'éviter le plus longtemps possible de tomber depuis les bords de la tige. Il s'avère que l'idée de dualité est emblématique de l'approche utilisée dans ce livre : c'est l'idée selon laquelle deux principes contradictoires peuvent se fondre harmonieusement dans une façon cohérente et efficace de prédire comment la nature fonctionne. Rien ne peut dépasser l'atout de posséder deux principes contradictoires qui fonctionnent en harmonie, ce qui explique pourquoi la dualité est devenue un outil si puissant dans notre décryptage des secrets les plus dissimulés de l'Univers.

J'espère que vous allez trouver la lecture du livre et la résolution des énigmes à la fois intéressantes et instructives. Je serais heureux si vous pouvez y trouver

une façon nouvelle d'envisager les lois fondamentales de notre Univers et de comprendre comment les lois mathématiques s'y insèrent, tout en appréciant le pouvoir des énigmes à nous défier et à nous informer, et parfois même nous surprendre ! Et même si vous n'avez pas été comme moi un passionné d'énigmes mathématiques dès votre enfance, il n'est pas trop tard pour vous y mettre !

J'ai eu la chance d'embarquer quelques étudiants de première année du Harvard College dans ce voyage à la découverte des mystères de l'Univers, décryptés grâce à des énigmes mathématiques, en m'appuyant sur un séminaire que j'avais organisé à cette fin. Le présent ouvrage est le résultat de ce cours et il s'est enrichi grâce aux retours et aux suggestions des étudiants qui le suivaient. Au départ, le livre a été développé à partir de notes prises par trois étudiants, Tony Feng, Kewei Li et Weiming Zhao, notes qui ont été revues en profondeur par Steve Nadis. Quelques figures ont été ajoutées par Xiaotian Yin. J'ai également bénéficié des encouragements de plusieurs collègues, en particulier Yaotian Fu et Brian Greene, au cours de la finalisation du livre. Je leur en suis profondément reconnaissant. Je suis certain qu'il y a plusieurs manières d'améliorer ce livre. Je serais heureux de recevoir des suggestions en ce sens sur ma page web, [www.cumrunvafa.org](http://www.cumrunvafa.org).

Enfin, et ce n'est pas le moins important, c'est mon épouse Afarin qui m'a suggéré de développer mon cours et d'en faire un livre, qui n'existerait tout simplement pas sans son enthousiasme pour le projet. Je lui en suis profondément reconnaissant.

**Remerciements du traducteur.** Je remercie Jean Iliopoulos pour sa relecture du chapitre 11.

# 1

## Introduction à la physique moderne

### 1.1 Généralités

Nombre des aspects fondamentaux de la physique possèdent une base mathématique sous-jacente qui est simple mais peut être dissimulée par la complexité du formalisme, exprimé d'une part dans un langage qui n'est pas familier et d'autre part dans des équations intimidantes. C'est aussi vrai de beaucoup d'idées mathématiques abstraites : elles impliquent souvent des concepts simples qui peuvent néanmoins être obscurcis par le cadre dans lequel ils sont présentés. Les idées profondes en physique et en mathématiques partagent souvent un tronc commun, ce qui après tout n'est pas si étonnant étant donné la proximité des deux disciplines. Ce qui est plus surprenant, c'est que certaines de ces idées peuvent émerger de la solution d'énigmes.

Ce livre traite d'énigmes et de leurs relations avec la physique et les mathématiques. Alors que les énigmes peuvent être fascinantes et divertissantes par elles-mêmes, nous allons voir comment elles peuvent servir de pont entre les deux disciplines et révéler les liens communs qu'elles partagent. Il n'est en rien nécessaire de posséder une connaissance approfondie des mathématiques et de la physique pour résoudre les énigmes proposées dans ce livre et je ne suppose absolument pas que le lecteur soit un expert de l'un ou l'autre domaine. Mais une bonne motivation, ainsi qu'un minimum de familiarité avec ces sujets, aidera certainement le lecteur à apprécier ce livre, dont le public visé est celui des étudiants de licence ou même des lycéens de terminale, ainsi que toute personne intéressée par les développements de la science moderne.

Bien que la physique et les mathématiques soient étroitement imbriquées, les deux disciplines possèdent des cultures et des philosophies très différentes.

Les mathématiques posent comme point de départ des axiomes fondamentaux et en tirent des déductions logiques énoncées par exemple sous forme de théorèmes. Les lois physiques, au contraire, plutôt que d'être déduites d'une manière logique et hiérarchisée, ont été développées afin d'expliquer la façon dont fonctionnent divers aspects de la nature et comment les lois de la nature s'articulent entre elles. La physique met l'accent sur les *relations* entre ces lois, plutôt que sur leur dépendance logique. Il n'en reste pas moins que la cohérence logique entre les différentes idées est un ingrédient indispensable des lois physiques. En mathématiques, il est essentiel d'être parfaitement clair sur ce que sont vos axiomes de départ et vos hypothèses. Au contraire, en physique, ainsi que nous le verrons ultérieurement, les axiomes ou principes fondamentaux peuvent être modifiés en fonction de nouvelles données expérimentales ou de nouvelles idées théoriques.

L'histoire montre que des progrès importants en physique peuvent survenir lorsque ce qui était auparavant considéré comme la conséquence d'une loi physique antérieure se révèle en fait comme étant un principe directeur de plein droit. Par conséquent, un bon physicien devrait toujours être ouvert à de possibles révisions ou « réaménagements » des fondements, car le nouveau principe s'avère souvent être plus fondamental et avoir un domaine de validité et d'application plus vaste que le principe original dont on pensait qu'il était issu. Le principe de conservation de l'impulsion en donne une bonne illustration. Ce principe était à l'origine considéré comme une conséquence des lois de Newton de la mécanique, mais on a compris, plus de deux siècles après que ces lois eurent été énoncées dans les *Principia Mathematica*, que les lois de conservation étaient plus fondamentales que les lois de la mécanique, parce qu'elles ont pour origine des symétries de la nature.

C'est pour cette raison que les physiciens s'efforcent d'adopter une attitude flexible en ce qui concerne les principes les plus fondamentaux, qui ont vocation à évoluer. Plutôt que d'accorder une trop grande valeur à un ordre hiérarchique des idées de base, les physiciens sont disposés à réorganiser leurs structures à tout instant, ce qui est contraire à la façon dont les mathématiciens envisagent leur discipline. Un théorème mathématique, une fois démontré, est considéré comme valable pour l'éternité, à l'inverse des principes fondamentaux de la physique qui peuvent être révisés en fonction de nouvelles données expérimentales.

Il y a d'autres différences de principe. Si l'on veut expliquer des phénomènes complexes en physique, il est souvent nécessaire de recourir à des approximations, ce que détestent les mathématiciens. Par exemple la question de savoir si l'espace est « continu », ne contient aucun « vide » de quelle que sorte que ce soit, ou est au contraire fabriqué d'un ensemble discret de points qui sont très proches l'un de l'autre, peut parfaitement être indifférente à des physiciens

## M

matière sombre 161  
mécanique quantique 7, 8, 13, 14,  
16-18, 60, 91, 99, 133, 134, 137-139,  
141, 148, 149, 157, 172, 173, 184,  
185, 212  
mécanique statistique 119, 132, 133,  
138, 148  
mer de Dirac 15, 16, 91  
modèle d'Ising 53, 55, 57, 59, 64  
modèle héliocentrique 159

## N

naturalité = normalité 143  
neutrino 25, 31, 156, 157, 161, 165  
nombres complexes 71, 72, 99  
nombres premiers 78, 85  
nombres rationnels 89, 90  
non localité 137  
normalité 143, 154, 155, 212

## O

observateur 9, 10, 50, 51, 82,  
118, 119, 139  
onde électromagnétique 9, 135  
onde gravitationnelle 18, 139, 214

## P

paradoxe des jumeaux 131  
paradoxe d'Olbers 137, 138  
paradoxe EPR 137, 138  
parité 25, 26, 65, 156, 157, 164, 179  
polarisation de la lumière 135, 136  
portance 125, 126

postulat d'Euclide 11  
principe anthropique 163, 164, 213  
principe d'Archimède 114  
principe de Bernoulli 127  
principe de correspondance  
principe d'équivalence 182, 206  
principe d'indétermination 150, 151

## Q

quasi-cristaux 38, 39

## R

rayon de Schwarzschild 152  
rayonnement d'une charge accélérée  
132  
rayonnement électromagnétique 132  
rayonnement de Hawking 140  
rayonnement du corps noir 132  
relativité générale 12, 13, 18, 79, 80, 82,  
139, 140, 152, 162, 171, 208, 214  
relativité restreinte 10, 13, 14, 27, 117,  
118, 211, 212  
renversement du temps 26, 27  
ruban de Moebius 99, 100

## S

série analytique 92  
singularité d'un trou noir  
supercordes 94  
supersymétrie 35-37, 94, 157, 158, 163,  
166  
supraconductivité 64, 65  
symétrie de translation 27-29, 65,  
106, 206  
symétrie miroir 191, 192, 211

## T

température 52-55, 59-61,  
64, 74-76, 132, 148, 208  
théorème de Fermat 160  
théorème de Noether 28  
théorème de Pythagore 39, 116, 117,  
119  
théorème de Torricelli 109  
théorème du point fixe 208, 209  
théorème fondamental de l'algèbre  
72, 73, 76  
théorie des champs conforme (CFT)  
16-18, 27, 182, 187, 188  
théorie des champs quantiques  
16-18, 27, 182, 187, 188  
théorie des cordes 19, 20, 40, 66,  
94, 166, 181, 188-193, 195, 196,  
198-201, 211

théorie des nombres 159, 160,  
187  
topologie 6, 19, 70, 74, 83, 191  
tore 79, 99, 100, 188, 189, 199  
transformation de Fourier 184,  
185, 187  
trou noir 97, 139-141, 152, 198,  
199

## U

unités de Planck 149, 152, 156, 162, 163,  
165, 166, 190, 193, 212

## V

variété de Calabi-Yau 198, 199