

**TAGE MAGE®**



*l'intègre*

LES ÉCOLES DE MANAGEMENT

N. HEDAYATI  
I. HEDAYATI

# TAGE MAGE®

les **100** questions  
**incontournables**

DUNOD

## Conception de couverture : Caroline Joubert

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée. Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2016

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff

[www.dunod.com](http://www.dunod.com)

ISBN 978-2-10-073834-2

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2<sup>o</sup> et 3<sup>o</sup> a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

# Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier mon frère Iman Hedayati Dezfouli qui m'a accompagné dans cette aventure de proposer aux étudiants un livre leur permettant de se préparer le plus efficacement possible les exigeantes épreuves du TAGE MAGE.

Une vigilance constante a été demandée à nos relecteurs, étudiants comme professeurs. Qu'ils soient ici chaleureusement remerciés de s'être acquittés de leur mission avec flexibilité et professionnalisme. Merci en particulier à Guillaume Dupéret, Imen Belhadj, Malek Dekimeche, Anatole Hutin, Clémence Maurel, Édouard Paviot, Aymen Souihli et Romdhane Younsi.

Je tenais à remercier toute cette équipe, de même que les éditions Dunod, pour la confiance dont ils ont témoigné en me confiant la rédaction de cet ouvrage.

Enfin, je n'oublie pas ma femme Souhila, ma sœur Avissa et Pierre-Marc Revel-Mouroz pour leurs précieux conseils, ainsi que mes parents qui ont su rester proches et patients durant toute la rédaction du manuscrit. Je remercie enfin Déborah Ohana pour son soutien indéfectible, ainsi que les familles Teze et de la Forest Divonne d'Ormesson sans qui ma vocation n'aurait sans doute pas vu le jour.

Navid Hedayati Dezfouli



# Table des matières

Introduction	1
--------------	---

## Partie 1 Calcul et conditions minimales (sous-tests 2 et 4)

0. Traiter des questions de conditions minimales	6
1. Opérateurs inconnus	10
2. Identités remarquables	13
3. Puissances	16
4. Factorisations simples	19
5. Racines carrées	20
6. Fractions	22
7. Quel est le plus grand, quel est le plus petit ?	25
8. Résoudre une équation du premier degré	28
9. Résoudre la moitié du quart du tiers du carré...	30
10. Opérations à trous	32
11. Fractions à trous	34
12. Plan de table et rangement par tas	36
13. Calcul de ratios	38
14. Trouver le nombre de couples tel que...	40
15. Si..., alors calculer...	42
16. Partager un héritage...	44
17. Problèmes de fractions	47
18. Décomposition d'une somme en pièces et billets	49
19. Quelle est la meilleure offre ?	52
20. Produits en croix	55
21. Méthode des écarts : à quelle heure ces deux avions vont-ils se croiser ?	57
22. Méthode des écarts : à quelle heure la voiture rattrapera-t-elle la moto ?	60
23. Aller-retour	65
24. Tours de circuit	68
25. Calculer une distance, un temps	72
26. Mise en équation d'un problème à plusieurs inconnues (système)	75
27. Quel est mon âge ?	79
28. Quelle heure est-il ?	82
29. Résoudre une inéquation	84
30. Résoudre une équation du second degré	86
31. Problèmes d'arithmétique	90

<b>32.</b>	Trouver des diviseurs communs et le PGCD	.93
<b>33.</b>	Trouver des multiples communs et le PPCM	.96
<b>34.</b>	Thalès et Pythagore	.98
<b>35.</b>	Calculer le périmètre	.101
<b>36.</b>	Calculer l'aire	.105
<b>37.</b>	Histoire de volumes	.109
<b>38.</b>	Problèmes d'angles	.112
<b>39.</b>	Rapport d'aires	.116
<b>40.</b>	Problèmes à géométrie variable	.118
<b>41.</b>	Agrandissement ou réduction	.120
<b>42.</b>	Volume après agrandissement ou réduction	.123
<b>43.</b>	La moyenne dans tous ses états	.125
<b>44.</b>	Suites arithmétiques	.128
<b>45.</b>	Suites géométriques	.130
<b>46.</b>	Taux d'évolution : calcul d'un prix initial ou final	.132
<b>47.</b>	Taux d'évolution : pourcentage d'augmentation / diminution	.134
<b>48.</b>	20 % de 40 %	.137
<b>49.</b>	Intérêts composés	.139
<b>50.</b>	Trouver un chiffre	.141
<b>51.</b>	Pair ou impair ?	.143
<b>52.</b>	Le rendement : calcul de la vitesse de travail à plusieurs	.145
<b>53.</b>	Productivité et nombre de travailleurs	.148
<b>54.</b>	Proportionnalité multiple	.150
<b>55.</b>	Le débit : calcul du temps de remplissage	.152
<b>56.</b>	Les combinaisons : choisir trois personnes parmi cinq	.154
<b>57.</b>	Les arrangements : tiercés dans l'ordre	.156
<b>58.</b>	Combinaisons de codes secrets	.159
<b>59.</b>	Nombre de poignées de main	.161
<b>60.</b>	Nombre de matchs	.164
<b>61.</b>	Probabilités simples	.166
<b>62.</b>	Probabilité et géométrie	.170
<b>63.</b>	Arbres de probabilité	.173
<b>64.</b>	Statistiques	.176
<b>65.</b>	Réponses dépendant d'inconnues	.179
<b>66.</b>	Qui suis-je ?	.182
<b>67.</b>	Suis-je premier ?	.185
<b>68.</b>	Nombre de bonnes réponses	.187
<b>69.</b>	Bénéfices	.190
<b>70.</b>	J'ai deux fois plus de billes que toi	.193



## Partie 2 Raisonnement (sous-test 3)

71. Logigramme	198
72. Syllogisme	203
73. Meilleure conclusion/Meilleur argument	207
74. menteur	210
75. Lien de parenté	214
76. Diagramme de Venn ?	216
77. Quel jour sommes-nous ?	221
78. Autres questions	223

## Partie 3 Logique : séries doubles (sous-test 6)

79. Séries simples avec des critères de concordance élémentaires	228
80. Séries simples avec des critères classiques	231
81. Séries simples avec un critère double	233
82. Séries simples avec des nombres élevés	235
83. Séries simples avec des lettres	237
84. Application des méthodes précédentes sur des séries doubles	239
85. Séries doubles	241
86. Séries doubles niveau expert	243

## Partie 4 Logique : séries visuelles (sous-test 6)

87. Série visuelle simple avec des valeurs numériques (1/2)	246
88. Série visuelle simple avec des nombres (2/2)	248
89. Série visuelle simple figures/chiffres	250
90. Série visuelle simple avec des lettres	252
91. Série visuelle simple avec des symboles	254
92. Série visuelle lettres/figures	256
93. Série visuelle lettres/chiffres	258

## Partie 5 Aptitudes verbales (sous-tests 1 et 5)

94. Expression la plus proche	262
95. Figures de style	264
96. Phrase : Orthographe (1/2)	266
97. Phrase : Orthographe (2/2)	270

**98.** Phrase à trous/Solution optimale (1/2) . . . . .273  
**99.** Soluion optimale (2/2) . . . . .275  
**100.** Compréhension de texte . . . . .277

**Partie 6 Examens blancs**

Test blanc 1 . . . . .282  
 Corrigé 1 . . . . .304  
 Test blanc 2 . . . . .323  
 Corrigé 2 . . . . .342  
 Test blanc 3 . . . . .359  
 Corrigé 3 . . . . .379  
 Test blanc 4 . . . . .396  
 Corrigé 4 . . . . .415  
 Test blanc 5 . . . . .433  
 Corrigé 5 . . . . .453

**Boîte à Outils**

Ce livre a pour objectif de vous préparer efficacement au TAGE MAGE en balayant l'ensemble des notions indispensables à la réussite de ce test.

Vous disposez d'un délai de quelques mois pour vous préparer ? Parfait ! C'est le temps que nous avons prévu pour vous entraîner.

Chaque année lors de nos stages préparatoires, les mêmes questions se font entendre :

- Dois-je reprendre mes cours du collège et du lycée afin de me remettre à niveau ?
- Dois-je m'entraîner le plus possible pour espérer avoir le « déclic » sur les exercices ?
- Dois-je faire l'impasse sur certains sous-tests que je maîtrise moins en faveur des autres afin de m'y assurer un bon score ?
- Dois-je persévérer alors que je ne comprends strictement rien aux questions de logique ?

Au risque d'en décevoir certains, la réponse unique à ces questions n'existe pas. Les étudiants étant issus de formations différentes, certains ont eu la possibilité de s'exercer tout au long de leur cursus post-bac, tandis que d'autres n'ont pas eu l'occasion de revoir l'ensemble du programme de mathématiques depuis l'obtention de leur baccalauréat.

Évidemment, les impasses sont à proscrire car vous passez un concours et non un examen. Vous êtes donc en concurrence avec des personnes préparant l'ensemble des sous-tests avec au moins autant de rigueur et de détermination que vous !

## État des lieux

Nous avons remarqué chez les étudiants des lacunes récurrentes.

Recensons leurs bêtes noires :

- les priorités dans les calculs ;
- les divisions avec virgule ;
- les puissances ;
- les conversions ;
- les degrés ;
- la géométrie, notamment nos amis Thalès et Pythagore.

Une erreur très fréquente est de négliger l'entraînement pour le sous-test paratexte. Si les étudiants sont souvent persuadés de pouvoir, dès le premier exercice, utiliser leur bon sens, ils s'aperçoivent très rapidement qu'un travail régulier sur la concentration est pourtant indispensable pour ce sous-test.

Vous ne pouvez pas commencer les révisions sans le minimum vital. Se lancer sur une piste noire sans entraînement préalable permet-il de devenir un skieur chevronné ?

L'ensemble des notions, élémentaires ou techniques, dont vous aurez besoin sera listé avec les questions les plus classiques. Vous pourrez ainsi les travailler et vous perfectionner à la résolution des questions inspirées du TAGE MAGE.

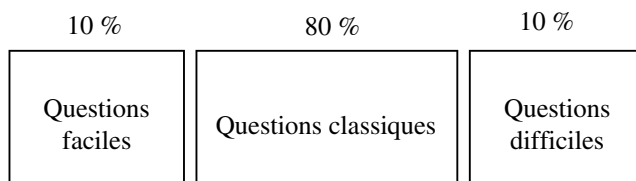
Ce livre est conçu avec un principe d'exercices type permettant de comprendre en profondeur la notion présentée, puis des variantes pour parer à toute éventualité. Nous avons essayé de dresser la liste la plus exhaustive possible des questions classiques, celles qui reviennent de manière récurrente et d'élargir ensuite afin d'envisager les questions les plus inattendues.

Le changement de programme du secondaire met l'accent sur les probabilités et les statistiques. Dans l'éventualité où il faille utiliser ces notions dans les questions du TAGE Mage, nous avons fait le choix de les inclure dans ce livre.

## Gestion du temps lors du concours

En moyenne pour les questions de calculs, vous avez entre 1 minute et 1 minute 20 secondes. Cependant, des questions semblent parfois infaisables en 1 minute et 20 secondes, et vous êtes les premiers à soupirer et à vous révolter contre le manque de temps. Pourtant, ces questions sont accessibles en temps limité.

Le test peut être représenté sous forme du schéma suivant :



Généralement, 80 % des questions sont faisables en trois minutes si les méthodes sont bien maîtrisées, 10 % sont assez simples et nécessitent peu de temps (moins d'une minute voire moins de trente secondes). On en déduit la clé de la gestion du temps : faire rapidement les questions simples et reporter ce crédit de temps sur les 10 % de questions difficiles restants. Vous aurez ainsi 1 à 2 minutes à consacrer à la résolution des énoncés les moins évidents.

Par ailleurs, il peut être tentant de ne pas lire un énoncé dans son intégralité, en pensant que cela pourrait faire gagner du temps. La réalité est toute autre car on finit par le relire bien malgré soi, et du temps précieux a été perdu.

## Présentation du TAGE MAGE (format 2016)

Le test TAGE MAGE est un test de sélection aux études supérieures de management spécialement conçu pour des étudiants de niveau Bac à Bac + 3. Il dure 1 h 55 sans compter les pauses entre les différents sous-tests et les explications données en préambule du test. Il s'agit d'un QCM divisé en six sous-tests.

Épreuves	Nombre de questions	Durée	Score
<b>Sous-test 1 Compréhension de textes</b>	15	20 mn	60
<b>Sous-test 2 Calcul</b>	15	20 mn	60
<b>Sous-test 3 Raisonnement (données verbales et numériques)</b>	15	20 mn	60
<b>Sous-test 4 Conditions minimales</b>	15	20 mn	60
<b>Sous-test 5 Expression</b>	15	20 mn	60
<b>Sous-test 6 Logique (données spatiales et numériques)</b>	15	20 mn	60

Il évalue les candidats selon trois critères :

- La capacité à démontrer ces **aptitudes verbales** (sous-tests 1 et 5)
- La capacité à résoudre des **problèmes mathématiques** (sous-tests 2 et 4)
- La capacité de **raisonnement logique** (sous-tests 3 et 6)

### ***Comment calculer son score ?***

Le score du TAGE MAGE est établi entre -150 et + 600 points.

La FNEGE ne communique pas sur ses barèmes. Cependant, pour vous aider à vous évaluer l'auteur propose le barème suivant pour chacune des 90 questions :

- +4 points pour une bonne réponse
- -1 point pour la mauvaise réponse
- 0 point pour l'absence de réponse.

Il est évident que les réponses hasardeuses tendront à diminuer fortement la note finale.

### ***Combien de fois peut-on passer le TAGE MAGE durant l'année ?***

Le TAGE MAGE ne peut être passé qu'une seule fois par semestre (du 1<sup>er</sup> janvier au 30 juin, puis du 1<sup>er</sup> juillet au 31 décembre).

Astuce pour le passer deux fois consécutivement : vous passez le TAGE MAGE une première fois avant le 31 décembre de l'année en cours pour avoir un aperçu du concours (comme une forme d'entraînement), puis vous vous inscrivez dans le courant de l'année suivante pour le passer une deuxième fois.

### ***Où s'inscrire pour passer le TAGE MAGE ?***

Vous devez vous inscrire sur le site [http://www.tagemage.fr/rubrique inscription](http://www.tagemage.fr/rubrique%20inscription).

### *Peut-on choisir sa date ?*

Différentes sessions sont proposées durant l'année. À vous de vous y prendre à l'avance pour avoir la date de votre choix.

## **Score du TAGE MAGE**

### *Quelques statistiques sur le TAGE MAGE*

Même s'il est difficile d'avoir des chiffres sur ce test, la moyenne du test se situe chaque année autour de 300. Cependant, chaque établissement définit ses propres exigences, le score en lui-même ne peut donc pas être interprété dans l'absolu.

## **Jour J**

### *Qu'a-t-on besoin de poser sur sa table d'examen lors du test ?*

Vous devez vous munir d'un crayon à papier et d'une gomme. Il est formellement interdit d'utiliser une calculatrice.

### *Fournissent-ils des brouillons ?*

Aucun brouillon n'est distribué lors des épreuves. Cependant, vous pouvez utiliser les espaces sur le livret de questions que l'on vous distribuera pour poser vos calculs.

### *En finissant en avance un sous-test, ai-je le droit de revenir au sous-test précédent ?*

Même en finissant 10 minutes avant la fin d'un sous-test, vous ne pouvez ni reprendre les sous-tests précédents, ni entamer les sous-tests suivants.

Les sous-parties sont visuellement discernables pour permettre aux surveillants de repérer rapidement les candidats qui travailleraient sur la mauvaise partie.

## **Derniers conseils et astuces lors de l'épreuve**

Même si plusieurs méthodes sont parfois possibles, il est important de ne pas perdre de temps et d'opter dès les dix premières secondes pour l'une d'entre elles.

Différentes techniques qu'il faut avoir le réflexe d'appliquer :

- *Backsolving* : il est conseillé, quand l'énoncé le permet, de tester la solution que l'on a trouvée.
- Si les écarts entre les solutions proposées sont importants, il est conseillé d'approximer certaines données (ex :  $\pi \approx 3$  ;  $4,93 \rightarrow 5$ ).
- Pour les différentes inconnues du problème, il est recommandé de les remplacer par des variables ( $x, y, N, \dots$ ) pour plus de clarté.
- Il est important de convertir judicieusement. Par exemple, si les réponses sont en secondes, il est indispensable de convertir les vitesses en m/s.

Partie



1

# Calcul et condition minimale

# 0 Traiter des questions de conditions minimales

Ce sous-test traite des mêmes thèmes que le sous test 2 Calcul. Aussi les questions types sont dans l'ensemble identiques au sous test 2. C'est l'approche de ces questions qui est tout autre. En effet, il ne s'agit pas de résoudre un problème mais de savoir si l'on peut ou pourrait le résoudre. Il faut se demander « puis-je répondre à la question avec les informations dont je dispose ? »

L'élément clef est qu'il ne faut pas trouver la réponse mais simplement savoir si on peut la trouver et répondre en conséquence.

*Répondre à la question : c'est pouvoir trancher !*

La difficulté de ce sous test n'est pas insurmontable, mais sa structure inhabituelle peut dérouter les candidats. Il faut être méthodique et une fois la trame de résolution bien assimilée, répondre aux questions s'avère souvent plus rapide que pour les questions de calculs « purs ».

Il est indispensable de maîtriser la signification des 5 lettres qui correspondent aux 5 propositions. On répond :

- **A** si l'information (1) permet à elle seule de répondre à la question, et si l'information (2) à elle seule ne permet pas de répondre à la question.
- **B** si l'information (2) permet à elle seule de répondre à la question, et si l'information (1) à elle seule ne permet pas de répondre à la question
- **C** si les deux informations (1) et (2) ensemble permettent de répondre à la question, et aucune séparément ne le peut.
- **D** si chaque information permet séparément de répondre à la question.
- **E** si les deux informations ensemble ne permettent pas de répondre à la question.

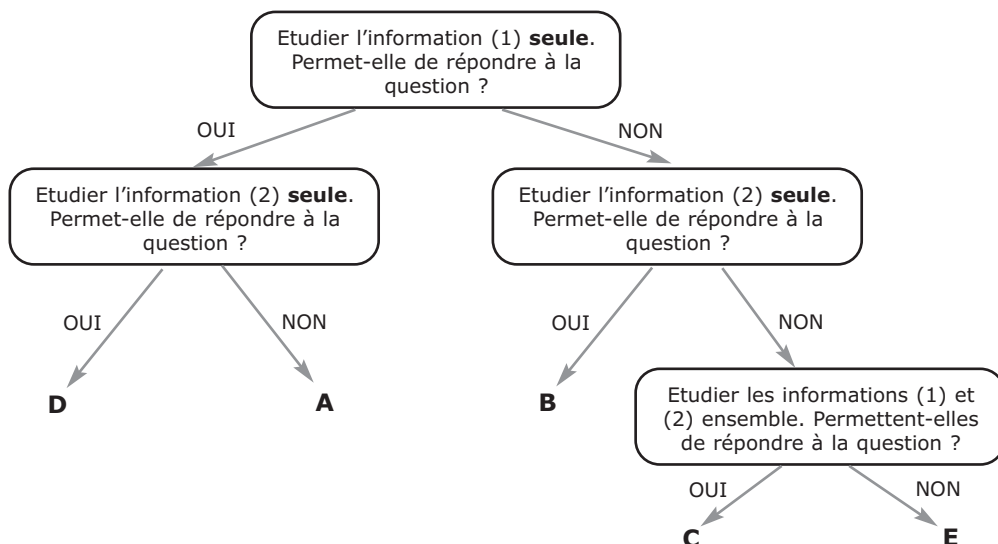
Voici un moyen mnémotechnique pour différencier les réponses C et D :

- **C** comme **Conjointement**, si on peut répondre avec (1) et (2) ensemble.
- **D** comme **Disjointement**, si on peut répondre avec (1) et (2) séparément.

Nous vous recommandons d'appliquer la trame suivante à chaque question pour pouvoir répondre méthodiquement. En effet le risque est de « passer à côté » d'une possibilité de réponse. Aussi soyez rigoureux dans la démarche de résolution des questions de conditions minimales.

Trame à suivre :





Nous allons à présent traiter plusieurs exemples dont les objectifs sont :

- de mettre en exergue la trame à suivre, son utilisation et son importance ;
- de mettre en avant les subtilités ou difficultés propres à ce sous test de conditions minimales ;
- d'insister sur l'importance de ne pas vouloir résoudre à tout prix les questions mais de s'arrêter dès qu'on se rend compte que l'on peut répondre... ou pas.

### Exemple 1

Sachant que  $x$  et  $y$  sont deux entiers strictement positifs tels que  $x > y$ . Quelle est la valeur de  $x$  ?

(1)  $x^2 + y^2 = 169$

(2)  $x + 2y = 14$

Réponse :

Avant d'étudier les informations, prenons en compte les données de l'énoncé qui sont importantes ici. En effet,  $x$  et  $y$  sont des *entiers strictement positifs*. Cela devrait restreindre les possibilités.

Étudions l'information (1) seule. Spontanément, on pourrait penser qu'il n'est pas possible de trouver la valeur de  $x$  avec une telle équation. Mais étant donné que les 2 variables sont des entiers strictement positifs, il n'y a en réalité qu'une seule possibilité. Il faut reconnaître le triplet de Pythagore : 5-12-13. En effet  $25 + 144 = 169$ , donc  $5^2 + 12^2 = 169$ . Or  $x > y$ , on en déduit que  $x = 12$ . On a pu déterminer la valeur de  $x$ .

Étudions à présent (2) seule. On se demande s'il y a qu'une seule valeur possible de  $x$  ou pas. On devrait se rendre compte qu'il y a plusieurs possibilités : le but est d'en trouver deux pour affirmer qu'on ne peut pas conclure :

Si  $x = 8$  et  $y = 3$ , alors on a  $x + 2y = 14$  et on a bien  $x > y$ .

Si  $x = 10$  et  $y = 2$ , alors on a  $x + 2y = 14$  et on a bien  $x > y$ .

On ne peut pas trancher sur la valeur de  $x$  avec la seule information (2), il y a plusieurs possibilités. Donc l'information (2) seule ne suffit pas.

Finalement réponse A.

### Exemple 2

Le nombre entier  $n$  est-il pair ?

(1)  $4n$  est un nombre pair.

(2)  $(n + 2)^2$  est un nombre impair.

Réponse :

Examinons la proposition (1) seule : elle ne permet pas de répondre. En effet, peu importe le nombre entier  $n$ ,  $2n$  est pair, donc a fortiori  $4n$  aussi. C'est la définition même d'un nombre pair. On peut avoir  $n = 4$  et  $4n = 16$  comme  $n = 5$  et  $4n = 20$  également pair.

Examinons la proposition (2) seule. Il faut connaître un résultat : un nombre et son carré ont la même parité. Autrement dit  $X^2$  impair signifie  $X$  impair (et inversement). On en déduit ici que le nombre  $n + 2$  est impair. Et donc, en enlevant 2, le nombre  $n$  est lui-même impair. On peut donc répondre à la question : c'est non !

Finalement réponse B.

### ATTENTION

Répondre à la question ne signifie pas répondre oui à la question. Ici on a pu trancher, non  $n$  n'est pas pair.

### Exemple 3

Sachant que les filles ont eu 11 de moyenne, quelle a été la moyenne des garçons dans cette classe au dernier contrôle de Maths ?

(1) La moyenne de la classe a été de 12.

(2) Il y a trois fois plus de filles que de garçons.

Réponse :

L'information (1) seule ne suffit pas. On ne connaît pas la répartition garçons/filles.

L'information (2) seule est également insuffisante, on ne connaît pas la moyenne de la classe.

Attention : à ce stade il faut « oublier » l'information (1) et se concentrer uniquement sur (2) seule.

Étudions à présent les informations (1) et (2) ensemble. Inutile ici de connaître le nombre d'élèves, on connaît le rapport garçons/filles. En effet s'il y a 3 fois plus de filles que de garçons c'est qu'on partage la classe en 4 groupes : 3 groupes de filles et 1 de garçons. Or la moyenne des filles est de 12, donc trouver la moyenne des garçons  $x$  revient à résoudre :

$$\text{re : } \frac{x + 3 \times 12}{4} = 11$$

Cette équation admet une solution, on sait que l'on peut répondre à la question. Inutile de la résoudre. Pour l'entraînement il peut être utile d'aller au bout pour gagner en dextérité et technique de calcul (pour le sous test 2). On trouve ici  $x = 8$ .

Finalement réponse C.

## Exemple 4

Combien vaut, en  $\text{m}^3$ , le volume de ce cube ?

(1) Si on multiplie la longueur de chaque côté par 3, le nouveau volume serait de  $135 \text{ dm}^3$

(2) La distance reliant les deux points les plus éloignés vaut  $4,15 \text{ cm}$ .

**Réponse :**

*Rappel :* si un cube a pour côté  $a$ , alors son volume vaut  $a^3$ .

*Réflexe important :* les différentes unités ne sont là que pour vous déstabiliser. En effet, étant donné que l'on ne cherche pas la réponse exacte, inutile de se lancer dans des conversions qui pourrait faire perdre de précieuses minutes.

Information (1) seule. On utilise le résultat suivant : si on multiplie toutes les longueurs d'une figure par  $k$  alors le volume est multiplié par  $k^3$ . Ici le volume est donc multiplié par  $3^3 = 27$ . Ainsi le volume initial du cube vaut :  $135 \div 27 = 5 \text{ dm}^3$ . On pourrait le convertir en  $\text{m}^3 (= 0,005 \text{ m}^3)$ .

Information (2) seule. Les deux points les plus éloignés forment la « grande diagonale » du cube. Or on sait que si un cube est de côté  $a$ , alors la grande diagonale mesure  $a\sqrt{3}$ . Si cette diagonale vaut  $4,15 \text{ m}$ , on peut retrouver la mesure du côté et ensuite déterminer le volume de ce cube. Encore une fois, inutile d'aller au bout du calcul, long et fastidieux, on peut répondre à la question.

**Finalement réponse D.**

## Exemple 5

Une urne contient des boules blanches, noires et rouges. Quelle est la probabilité de tirer une boule noire ?

(1) Il y a autant de boules noires que de boules rouges.

(2) Il y 10 boules blanches.

**Réponse :**

L'information (1) seule ne permet pas de répondre à la question. On ne connaît pas le rapport avec les boules blanches.

L'information (2) seule est également insuffisante. On n'a aucune information sur les boules noires et rouges.

En combinant les informations (1) et (2), on ne peut toujours pas répondre à la question : on ne connaît pas le nombre de boules rouges ou noires.

S'il y a 5 boules rouges, donc 5 noires, et 10 blanches. La probabilité voulue vaut :

$$\frac{5}{20} = 0,25$$

S'il y a 10 boules rouges, donc 10 noires, et 10 blanches. La probabilité voulue vaut :

$$\frac{10}{30} = 0,33$$

On trouve deux réponses différentes ce qui signifie « pas de réponse ». Même en combinant les 2 informations, on ne peut pas conclure.

**Finalement réponse E.**

# 1 Opérateurs inconnus

Les 4 opérations de base (+, -, ×, :) doivent être parfaitement maîtrisées. On peut, à partir de celles-ci, définir d'autres opérations qui seront notées avec d'autres symboles ( $\Delta$ ,  $\nabla$  ou  $\blacksquare$  par exemple).

## Exemple

L'opération  $\Delta$  définie par  $a\Delta b = a^2 + b^3$

Cette nouvelle opération consiste à élever le premier terme au carré, le deuxième terme au cube, puis à additionner les deux résultats.

Par exemple, si  $a = 2$  et  $b = 3$ , on obtient aisément :

$$2\Delta 3 = 2^2 + 3^3 = 4 + 27 = 31$$

## Exercices

### Exercice 1

On définit l'opération comme suit :  $a\nabla b = \frac{a^b}{b^a}$

Combien vaut  $4\nabla 3$  ?

- A) 64/81     B) 81/64     C) 81/27     D) 64/27     E) 64/84

### Exercice 2

On définit l'opération comme suit :  $a\blacksquare b = b(a - 1) - 2ab$ .

Combien vaut  $1\blacksquare(-2)$  ?

- A) 0     B) 1     C) 3     D) 4     E) 5

### Exercice 3

On définit l'opération  $\theta$  comme suit :  $a\theta b = \frac{ab}{a+b}$ . Combien vaut  $(4\theta 1)\theta(2\theta 3)$  ?

- A) 2/25     B) 17/30     C) 12/25     D) 3/25     E) 1/25

### Exercice 4

On définit l'opération  $\otimes$  comme suit :  $a\otimes b = (a^2 + b^2)a^4$  et on considère les propositions suivantes :

$$(1) \quad -a \otimes -b = a \otimes b$$

$$(2) \quad a \otimes 0 = a^6$$

$$(3) \quad \sqrt{a^2 \otimes b^2} = a \otimes b$$

A) (1) et (3) sont vraies

C) (2) et (3) sont vraies

E) seule (3) est vraie

B) seule (2) est vraie

D) (1) et (2) sont vraies

### Exercice 5

Si l'opération  $\Phi$  est définie par :  $\Phi(a) = a^3 - 17$ , calculer  $\Phi(\Phi(3))$  ?

A) 568

B) 790

C) 834

D) 983

E) 1 192

### Exercice 6

Le symbole  $\#$  représente l'une des quatre opérations suivantes : addition, soustraction, multiplication, division. Quelle est la valeur de  $\sqrt{3} \# \sqrt{2}$  ?

$$(1) \quad 1 \# 1 = 1$$

$$(2) \quad 2 \# 1 = 1$$

A)

B)

C)

D)

E)

## Corrigés

### Corrigé 1 : Réponse A.

En calculant le numérateur, on obtient  $a^b = 4^3 = 64$ .

Puis en calculant le dénominateur, on obtient  $b^a = 3^4 = 81$ .

Le résultat est donc  $64/81$ .

### Corrigé 2 : Réponse D.

En remplaçant  $a$  par 1 et  $b$  par  $-2$ , on obtient :

$$1 \blacksquare - 2 = -2 \times (1 - 1) - 2 \times 1 \times (-2) = 0 + 4 = 4$$

### Corrigé 3 : Réponse C.

Il faut, comme avec les opérations de base, respecter les priorités. On commence donc par évaluer  $(4\theta 1)$  puis  $(2\theta 3)$  :

$$(4\theta 1) = \frac{4 \times 1}{4 + 1} = \frac{4}{5}$$

$$(2\theta 3) = \frac{2 \times 3}{2 + 3} = \frac{6}{5}$$

$$(4\theta 1)\theta(2\theta 3) = \frac{4}{5} \theta \frac{6}{5}$$

Une fois ces deux termes calculés, on peut ensuite mener le calcul demandé :

$$(4\theta 1)\theta(2\theta 3) = \frac{\frac{4}{5} \times \frac{6}{5}}{\frac{4}{5} + \frac{6}{5}} = \frac{\frac{24}{25}}{\frac{10}{5}} = \frac{24}{25} \times \frac{5}{10} = \frac{24}{25} \times \frac{1}{2} = \frac{12}{25}$$

### Corrigé 4 : Réponse D.

---

Il faut vérifier chaque proposition :

$$(1) \quad -a \otimes -b = ((-a^2) + b^2)(-a)^4 = (a^2 + b^2)a^4 = a \otimes b.$$

Donc la proposition (1) est vraie.

$$(2) \quad a \otimes 0 = (a^2 + 0^2)a^4 = a^2a^4 = a^6.$$

Donc la proposition (2) est vraie.

$$(3) \quad \sqrt{a^2 \otimes b^2} = \sqrt{(a^4 + b^4)a^8} = \sqrt{(a^4 + b^4)}a^4 \neq a \otimes b.$$

Donc la proposition (3) est fausse.

En choisissant simplement  $a = 1$  et  $b = 2$ , nous pouvons aussi prouver que cette proposition est fausse :

$$\sqrt{a^2 \otimes b^2} = \sqrt{1^2 \otimes 2^2} = \sqrt{1 \otimes 4} = \sqrt{17}$$

$$a \otimes b = 1 \otimes 2 = 5$$

Seules les propositions 1 et 2 sont vraies.

### Corrigé 5 : Réponse D.

---

Dans un premier temps, nous calculons  $\Phi(3)$  :

$$\Phi(3) = 3^3 - 17 = 27 - 17 = 10.$$

$$\text{Donc } \Phi(\Phi(3)) = \Phi(10) = 10^3 - 17 = 1\,000 - 17 = 983.$$

### Corrigé 6 : Réponse B.

---

Cette question se résume en fait à déterminer l'opération qui se cache derrière le symbole  $\#$  mais à aucun moment il ne s'agit de déterminer la valeur de  $\sqrt{3} \# \sqrt{2}$ . Encore une fois, se demander, peut-on répondre à la question ?

(1) seule ne suffit pas.  $\#$  peut être la division ou la multiplication :  $1 \times 1 = 1$  et  $1 \div 1 = 1$ .

(2) suffit. Si  $2 \# 1 = 1$ , alors  $\#$  ne peut être que la soustraction. On en déduit que l'on peut calculer  $\sqrt{3} \# \sqrt{2}$ .

# Identités remarquables 2

Les questions sur les identités remarquables font appel à des notions qui ne doivent en aucun cas vous être étrangères. Ce sont des points gagnés facilement, à condition de connaître son cours et de faire attention aux erreurs d'étourderie (sur les signes, par exemple).

Les identités remarquables à retenir sont les suivantes :

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x + y) \times (x - y) = x^2 - y^2$$

Sont aussi utiles les deux formules suivantes qui découlent des équations précédentes :

$$(F1) \quad x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$(F2) \quad x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

## Exercices

### Exercice 1

Deux entiers naturels positifs  $m$  et  $p$  sont tels que :

$$m \times p = 1$$

$$m + p = 13$$

Quelle est la valeur de  $m^2 + p^2$  ?

- A) 170       B) 171       C) 157       D) 175       E) 167

### Exercice 2

Deux entiers naturels positifs  $m$  et  $p$  sont tels que :

$$m \times p = 7$$

$$m - p = 17$$

Quelle est la valeur de  $m^2 + p^2$  ?

- A) 275       B) 301       C) 302       D) 303       E) 357

### Exercice 3

Deux entiers naturels positifs  $m$  et  $p$  sont tels que :

$$x \times y = 3$$

$$x + y = 15$$

Quelle est la valeur de  $5x^2 - 14xy + 5y^2$  ?

- A) 1 035     B) 1 071     C) 1 043     D) 1 053     E) 1 213

### Exercice 4

Calculer  $353^2 - 117^2$ .

- A) 110 920     B) 107 140     C) 104 210     D) 11 150     E) 103 201

### Exercice 5

Calculer la différence entre  $250^2$  et  $252 \times 248$ .

- A) 1     B) 4     C) 2     D) 5     E) 357

### Exercice 6

Quelle est la valeur de  $x$  ?

(1)  $x^2 = 10x - 25$

(2)  $2x - y = 0$

- A)     B)     C)     D)     E)

### Exercice 7

Que vaut le produit  $ab$  ?

(1)  $a^2 + b^2 = 11,25$

(2)  $(a + b)^2 = 20,25$

- A)     B)     C)     D)     E)

## Corrigés

### Corrigé 1 : Réponse E.

En utilisant la formule F1, nous pouvons écrire que :

$$m^2 + p^2 = (m + p)^2 - 2mp$$

En remplaçant le produit (1) et la somme (2) dans l'expression, nous trouvons que :

$$m^2 + p^2 = (13)^2 - 2 \times 1 = 169 - 2 = 167$$

### Corrigé 2 : Réponse D.

En utilisant la formule F2, nous pouvons écrire que :

$$m^2 + p^2 = (m - p)^2 + 2mp$$



En remplaçant le produit (1) et la somme (2) dans l'expression, nous trouvons que :

$$m^2 + p^2 = (17)^2 + 2 \times 7 = 289 + 14 = 303$$

### Corrigé 3 : Réponse D.

En ordonnant et factorisant certains termes, nous obtenons :

$$\begin{aligned}5x^2 + 5y^2 - 14xy &= 5(x^2 + y^2) - 14xy \\ &= 5[(x + y)^2 - 2xy] - 14xy \\ &= 5[(15)^2 - 2 \times 3] - 14 \times 3 \\ &= 5[225 - 6] - 42 \\ &= 5[219] - 42 = 1095 - 42 = 1053\end{aligned}$$

### Corrigé 4 : Réponse A.

Nous savons que  $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ .

En utilisant cette identité remarquable, nous obtenons :

$$\begin{aligned}353^2 - 117^2 &= (353 + 117)(353 - 117) \\ &= 470 \times 236 = 110\,920\end{aligned}$$

**Remarque :** Nous remarquons que la multiplication n'était pas nécessaire. En multipliant seulement le 6 de 236 et le 7 de 470, on voit que le résultat se finit par 20. La seule réponse possible parmi celles proposées était donc 110 920.

### Corrigé 5 : Réponse B.

L'expression peut s'écrire :

$$250^2 - (250 + 2)(250 - 2)$$

En posant  $x = 250$ , l'expression s'écrit :

$$x^2 - (x + 2)(x - 2) = x^2 - (x^2 - 4) = 4$$

### Corrigé 6 : Réponse A.

(1) seule permet de répondre à la question. Il fallait remarquer une identité remarquable :  $x^2 = 10x - 25$  s'écrit également  $x^2 - 10x + 25 = 0$  soit  $(x - 5)^2 = 0$ . Ce qui signifie que  $x - 5 = 0$  donc finalement  $x = 5$ .

(2) ne suffit pas. On a une seule équation à 2 inconnues, on ne peut pas la résoudre. Le seul cas où l'on peut éventuellement résoudre une telle équation c'est lorsque  $x$  et  $y$  sont des nombres entiers (positifs).

### Corrigé 7 : Réponse C.

(1) seule ne suffit pas, impossible de connaître les valeurs de  $a$  et de  $b$ .

(2) seule non plus, on a éventuellement la valeur de  $a + b$  en prenant la racine carrée.

(1) et (2) permettent de répondre, il faut y voir les éléments d'une identité remarquable :  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ . Or d'après (1) on connaît  $a^2 + b^2$  et d'après (2) on connaît  $(a + b)^2$ . On peut donc en déduire  $ab$ . Il suffit de résoudre  $20,25 = 11,25 + 2ab$  soit  $2ab = 9$  ou encore  $ab = 4,5$ .

# 3 Puissances

Comme les identités remarquables, ce sont des questions qui doivent être traitées rapidement. Les propriétés sur les puissances sont à apprendre **par cœur**, car le moindre faux pas est fatal.

## Formulaire

Notons  $a$  et  $b$  deux réels positifs non nuls, ils vérifient les propriétés suivantes :

$a^0 = 1$	$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$
$a^1 = a$	$(a^n)^m = a^{n \times m}$	
$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	

## Exercices

### Exercice 1

Calculer  $\frac{(5^4 - 5^3)^3}{4^3}$ .

- A)  $4^3$        B)  $5^3$        C)  $5^{10}$        D)  $125^3$        E)  $25^2$

### Exercice 2

Calculer  $2^{28} + 2^{28} + 2^{28} + 2^{28}$ .

- A)  $4^{28}$        B)  $2^{30}$        C)  $8^{23}$        D)  $2^{112}$        E)  $16^{28}$

### Exercice 3

Combien obtient-on en divisant  $4^{75}$  par  $1024^8$  ?

- A)  $4^{28}$        B)  $2^{35}$        C)  $4^{35}$        D)  $2^{112}$        E)  $2^{28}$

### Exercice 4

Combien obtient-on en divisant  $2^{55}$  par  $8^{17}$  ?

- A)  $8^{\frac{27}{3}}$        B)  $8^{\frac{7}{3}}$        C)  $8^4$        D)  $8^{\frac{4}{3}}$        E)  $8^5$

### Exercice 5

Calculer  $\frac{(x^4x^3)^3}{x^5}$   
 $\frac{x^4x^{23}}{x^{14}} \times \frac{(x^4x^3)^3}{x^5}$   
 $\left(\frac{x^{-13}x^{-15}}{x^5}\right)$

- A)  $x^{10}$        B)  $x^5$        C)  $x^{24}$        D)  $x^{18}$        E)  $x^{15}$

### Exercice 6

$a$  et  $b$  sont deux nombres tous deux différents de zéro. A-t-on  $a = b$  ?

(1)  $2ba^3 - 2b^4 = 0$

(2)  $a^8 = b^8$

- A)       B)       C)       D)       E)

### Exercice 7

Soit  $A$  un entier relatif, quelle est sa valeur ?

(1)  $A^2 = 81$

(2)  $220 < A^3 < 370$

- A)       B)       C)       D)       E)

## Corrigés

### Corrigé 1 : Réponse D.

En factorisant par  $5^3$  au numérateur, l'expression s'écrit :

$$\frac{(5^4 - 5^3)^3}{4^3} = \frac{[5^3(5 - 1)]^3}{4^3} = \frac{[5^3 \times 4]^3}{4^3} = \frac{(5^3)^3 \times 4^3}{4^3} = (5^3)^3 = 125^3$$

### Corrigé 2 : Réponse B.

En factorisant par  $2^{28}$ , l'expression s'écrit :

$$2^{28} \times (1 + 1 + 1 + 1) = 2^{28} \times 4 = 2^{28} \times 2^2 = 2^{30}$$

### Corrigé 3 : Réponse C.

Le résultat  $2^{10} = 1\,024$  est à connaître.

En utilisant les propriétés des puissances, la division s'écrit :

$$\frac{4^{75}}{1\,024^8} = \frac{4^{75}}{(2^{10})^8} = \frac{4^{75}}{2^{80}} = \frac{4^{75}}{2^{2 \times 40}} = \frac{4^{75}}{(2^2)^{40}} = \frac{4^{75}}{4^{40}} = 4^{(75-40)} = 4^{35}$$

### Corrigé 4 : Réponse D.

La subtilité de cet exercice est de remarquer que le résultat ne peut s'écrire que sous la forme  $8^a$ .

Cependant,  $2^{55}$  ne peut pas s'écrire facilement en puissance de 8 : il faut passer par un exposant sous forme fractionnaire.

(Rappel :  $2^3 = 8$ )

$$\frac{2^{55}}{8^{17}} = \frac{2^{3 \times \frac{55}{3}}}{8^{17}} = \frac{8^{\frac{55}{3}}}{8^{17}} = 8^{\frac{55}{3} - 17} = 8^{\frac{55}{3} - \frac{51}{3}} = 8^{\frac{4}{3}}$$

### Corrigé 5 : Réponse E.

En posant  $A = \frac{(x^4 x^3)^3}{x^5}$  et  $B = \frac{x^4 x^{23}}{x^{14}}$ , la fraction s'écrit :

$$\frac{A}{B \times A} = \frac{A}{B \times A} = \frac{1}{B}$$

Après cette simplification, nous simplifions le plus possible les puissances de base  $x$  :

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{\frac{x^{4+23}}{\left(\frac{x^{14}}{x^{-13-15}}\right)}} = \frac{1}{\frac{x^{27}}{\left(\frac{x^{14}}{x^{-28}}\right)}} = \frac{1}{\frac{x^{27}}{x^{14+28}}} = \frac{1}{\frac{x^{27}}{x^{42}}} = \frac{1}{x^{27-42}} = \frac{1}{x^{-15}} = x^{15}$$

### Corrigé 6 : Réponse A.

(1) seule permet de répondre, factorisons l'expression donnée par  $2b$  :

$2ba^3 - 2b^4 = 0$  soit  $2b(a^3 - b^3) = 0$ . Or d'après l'énoncé  $b \neq 0$ , donc nécessairement  $a^3 - b^3 = 0$  soit  $a^3 = b^3$ . Les nombres étant élevés à une puissance impaire, on peut en conclure que  $a = b$ .

(2) seule ne suffit pas. Les nombres étant à une puissance paire, ils peuvent être égaux ou opposés.

Si  $a = 1$  et  $b = 1$ , on a bien  $1^8 = 1^8$ . Si  $a = -1$  et  $b = 1$ , on a aussi  $(-1)^8 = 1^8$ .

### Corrigé 7 : Réponse B.

(1) seule ne suffit pas. On précise que  $A$  est un entier relatif, autrement dit positif ou négatif. Donc si  $A^2 = 81$  alors  $A = 9$  ou  $A = -9$ , on ne peut connaître sa valeur.

(2) seule suffit. Si  $A^3$  est positif alors  $A$  aussi est positif (exposant impair). Une seule valeur entière au cube vérifie cette inégalité, c'est  $7^3 = 343$ . En effet  $6^3 = 216$  et  $9^3 = 729$ .

# Factorisations simples 4

Les calculs longs peuvent être évités quand des factorisations sont possibles. On ne vous demandera jamais directement de factoriser, mais les maîtriser permet parfois de gagner un temps précieux sur certains calculs.

## Exercices

### Exercice 1

Calculer  $999^2 + 999$ .

A) 999 000

C) 1 000 000

E) 1 000 001

B) 999 999

D) 990 999

### Exercice 2

Si  $x$  et  $y$  sont des entiers naturels, quelle expression vaut  $(3x)^{3y} - (3x)^y$  ?

A)  $(3x)^{2y}$

C)  $(3x)^y[(3x)^{2y} - 1]$

E)  $(3x)(3y - y)$

B)  $3^y(x^{3y} - x^y)$

D)  $(3x)^{2y}[3x^y - 1]$

### Exercice 3

Calculer  $\frac{3^{31} - 3^{33}}{3^{30}}$ .

A) -32

B) -24

C) -128

D) -1

E) -10

## Corrigés

### Corrigé 1 : Réponse A.

En remarquant que l'entier 999 est un facteur commun, nous factorisons par 999 et l'expression s'écrit :  $999^2 + 999 = 999(999 + 1) = 999 \times 1\,000 = 999\,000$

### Corrigé 2 : Réponse C.

En décomposant chaque terme, on obtient :

$$(3x)^{3y} - (3x)^y = (3x)^y(3x)^{2y} - (3x)^y = (3x)^y[(3x)^{2y} - 1]$$

### Corrigé 3 : Réponse B.

$$\frac{3^{31} - 3^{33}}{3^{30}} = \frac{3^{31}(1 - 3^2)}{3^{30}} = 3(1 - 3^2) = 3(1 - 9) = -24$$

Calcul et conciliations minimales

Raisonnement

Logique : séries doubles

Logique : séries visuelles

Aptitudes verbales

Examens blancs

## 5

## Racines carrées

Comme pour les identités remarquables, ce sont des questions qui ne devraient pas faire l'objet de difficultés particulières et doivent être traitées rapidement. Il est conseillé d'apprendre les propriétés ci-dessous par cœur.

**Formulaire pour  $n > 0$  et  $m > 0$**

$\sqrt{n} \times \sqrt{m} = \sqrt{n \times m}$	$\sqrt[m]{n} = n^{\frac{1}{m}}$
$(\sqrt{n})^a = \sqrt{n^a}$	$\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m}} = \sqrt{\frac{n}{m}}$

*Remarque :*  $\sqrt{n} = n^{1/2}$

## Exercices

## Exercice 1

Calculer  $\frac{\sqrt{5^4} \times \sqrt{25} \times \sqrt{\frac{1}{625}}}{\sqrt{9} \times \sqrt{\frac{4}{169}}}$ .

- A) 25       B) 5       C) 13       D) 65/6       E) 7

## Exercice 2

Soient  $A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$  et  $B = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ . Soit  $x = A + B$ , calculer  $x^2$ .

- A)  $\sqrt{5}$        B)  $\sqrt{17}$        C)  $\sqrt{13}$        D) 16       E) 25

## Exercice 3

Quelle est la racine carrée de 120 409 ?

- A) 345       B) 346       C) 347       D) 348       E) 349