

Traitement des signaux et acquisition de données

Cours et exercices corrigés

5^e édition

Francis Cottet

Ingénieur, docteur et professeur, directeur de l'École nationale supérieure
de mécanique et d'aérotechnique (ENSMA) de Poitiers

DUNOD

À Lyams et Méphaa

« Le bonheur ne se trouve pas au sommet de la montagne mais dans la façon de la gravir. »

Confucius

« Pour triompher, le mal n'a besoin que de l'inaction des gens de bien. »

Edmund Burke

<p>Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.</p> <p>Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements</p>	<p>d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.</p> <p>Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).</p>
--	--



Illustration de couverture :
© Titima Ongkantong – shutterstock.com

© Dunod, 2009, 2015, 2020

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com

ISBN 978-2-10-080924-0

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

INTRODUCTION	1
PARTIE 1 • LE TRAITEMENT DES SIGNAUX ANALOGIQUES	9
CHAPITRE 1 • REPRÉSENTATION DES SIGNAUX	11
1.1 Modélisation des signaux	11
1.2 Classification des signaux	12
CHAPITRE 2 • TRANSFORMATION DE FOURIER	19
2.1 Transformation de Fourier des fonctions périodiques. Série de Fourier	19
2.2 Transformée de Fourier des fonctions non périodiques	26
Exercices d'application	34
CHAPITRE 3 • SYSTÈMES DE TRANSMISSION	45
3.1 Définition. Unité de comparaison. Bande passante	45
3.2 Propriétés des systèmes de transmission	47
3.3 Filtres et convolution	49
3.4 Introduction à la notion de corrélation	54
Exercices d'application	60
CHAPITRE 4 • FILTRAGE DES SIGNAUX ANALOGIQUES	63
4.1 Transformée de Laplace	63
4.2 Filtrage ou fenêtrage temporel	66
4.3 Filtrage fréquentiel	70
Exercices d'application	77

CHAPITRE 5 • LA MODULATION	85
5.1 Introduction	85
5.2 Modulation d'amplitude	88
5.3 Modulation exponentielle	98
Exercices d'application	117
CHAPITRE 6 • SIGNAUX ALÉATOIRES. BRUIT	125
6.1 Signaux aléatoires	125
6.2 Sources de bruit	128
6.3 Rapport signal/bruit	130
6.4 Détection d'un signal noyé dans le bruit	131
Exercices d'application	136
PARTIE 2 • LE TRAITEMENT DES SIGNAUX NUMÉRIQUES	141
CHAPITRE 7 • NUMÉRISATION DES SIGNAUX	143
7.1 Échantillonnage	143
7.2 Quantification du signal échantillonné	156
7.3 Restitution du signal	159
Exercices d'application	165
CHAPITRE 8 • ANALYSE SPECTRALE DES SIGNAUX DISCRETS	175
8.1 Les différentes représentations fréquentielles	175
8.2 Transformée de Fourier discrète	176
8.3 Transformée de Fourier rapide	180
8.4 Convolution et corrélation numériques	188
8.5 Effet du fenêtrage temporel	190
Exercice d'application	196
CHAPITRE 9 • NOTIONS DE FILTRAGE NUMÉRIQUE	203
9.1 Introduction	203
9.2 Synthèse des filtres numériques à réponse impulsionnelle infinie	210
9.3 Synthèse des filtres numériques à réponse impulsionnelle finie	216
9.4 Réalisation des filtres numériques	216
9.5 Filtres numériques avancés	221
Exercices d'application	223
PARTIE 3 • LES BASES DE L'ACQUISITION DE DONNÉES	233
CHAPITRE 10 • LES CHAÎNES D'ACQUISITION DE DONNÉES	235
10.1 Généralités	235
10.2 Capteurs et actionneurs	240
10.3 Le câblage	253

10.4	Le conditionnement de signaux	261
10.5	Exemple d'une chaîne industrielle simple	263
CHAPITRE 11 • LES ENTRÉES/SORTIES NUMÉRIQUES		267
11.1	Structure d'une chaîne d'E/S numériques	267
11.2	Composants d'une chaîne d'E/S numériques	269
CHAPITRE 12 • LES ENTRÉES/SORTIES ANALOGIQUES		275
12.1	Introduction	275
12.2	La conversion numérique analogique	276
12.3	La conversion analogique numérique	284
12.4	Caractéristiques techniques des convertisseurs	294
12.5	Échantillonneur/bloqueur	296
CHAPITRE 13 • LA MISE EN ŒUVRE D'UNE CHAÎNE D'ACQUISITION DE DONNÉES		299
13.1	Introduction	299
13.2	Fonctions supplémentaires	300
13.3	Caractéristiques générales des cartes d'entrées/sorties	304
13.4	Méthodologie de mise en œuvre d'une chaîne d'acquisition de données	310
	Exercice d'application	319
CHAPITRE 14 • EXEMPLE D'APPLICATIONS		323
14.1	Pilotage d'une machine à compression rapide pour des essais de combustion	323
14.2	Étude d'écoulements turbulents réactifs par vélocimétrie laser	328
14.3	Étude de la réponse vibratoire des cloches	331
14.4	Étude des interfaces dans les multimatériaux	333
CHAPITRE 15 • LES IMAGES ET LEURS TRAITEMENTS		339
15.1	Introduction	339
15.2	Acquisition d'un signal « image »	341
15.3	Traitement d'un signal « image »	345
15.4	Analyse d'un signal « image »	351
15.5	Conclusion	360
CHAPITRE 16 • LA TRANSMISSION NUMÉRIQUE DES DONNÉES		361
16.1	Introduction	361
16.2	Transformation en données numériques ou codage	363
16.3	Compression des données numériques	365
16.4	Transformation des données numériques pour une protection contre une transmission non fiable	369
16.5	Transformation de données numériques pour une transmission sécurisée ou cryptologie	374

PARTIE 4 • ANNEXES	383
ANNEXE A • DISTRIBUTION DE DIRAC	385
ANNEXE B • DÉVELOPPEMENTS EN SÉRIE DE FOURIER	388
ANNEXE C • TRANSFORMÉES DE FOURIER	391
ANNEXE D • TRANSFORMÉES DE LAPLACE	394
ANNEXE E • FONCTIONS DE TRANSFERT	396
ANNEXE F • TRANSFORMÉE EN z	397
ANNEXE G • PRINCIPAUX MONTAGES DE L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL	399
ANNEXE H • LE LOGICIEL D'INSTRUMENTATION LABVIEW™	403
ANNEXE I • RAPPELS MATHÉMATIQUES POUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL	412
LEXIQUE	415
NOTATIONS ET ABRÉVIATIONS	417
BIBLIOGRAPHIE	419
INDEX	421

Introduction

Avant de présenter le contenu des différents chapitres de cet ouvrage, il convient de donner quelques définitions précises et de situer la place de ce livre dans le vaste domaine que recouvrent le traitement des signaux et l'acquisition de données.

QUELQUES DÉFINITIONS

Un *signal* est la représentation physique de l'information qu'il transporte de sa source à son destinataire. Il sert de vecteur à une information. Il constitue la manifestation physique d'une grandeur mesurable (courant, tension, force, température, pression, etc.). Les signaux, considérés dans ce livre, sont des grandeurs électriques variant en fonction du temps $s(t)$ obtenues à l'aide de capteurs. Mais le traitement du signal s'applique à tous les signaux physiques (onde acoustique, signal optique, signal magnétique, signal radioélectrique, etc.), comme cela est illustré sur la figure 1, page suivante. Le traitement d'images peut être considéré comme une extension du traitement du signal aux signaux bidimensionnels (images).

Le *bruit* est défini comme tout phénomène perturbateur gênant la perception ou l'interprétation d'un signal, par analogie avec les nuisances acoustiques (interférence, bruit de fond, etc.). La différenciation entre le signal et le bruit est artificielle et dépend de l'intérêt de l'utilisateur : les ondes électromagnétiques d'origine galactique sont du bruit pour un ingénieur des télécommunications par satellites et un signal pour les radioastronomes.

La *théorie du signal* a pour objectif fondamental la « description mathématique » des signaux. Cette représentation commode du signal permet de mettre en évidence ses principales caractéristiques (distribution fréquentielle, énergie, etc.) et d'analyser les modifications subies lors de la transmission ou du traitement de ces signaux.

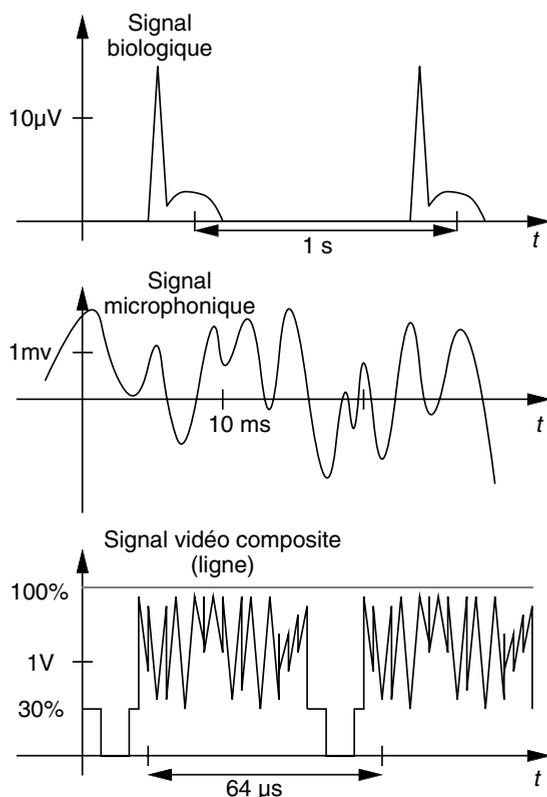


Figure 1. Exemples des différents types de signaux physiques obtenus à l'aide de divers capteurs.

Le *traitement du signal* est la discipline technique qui, s'appuyant sur les ressources de l'électronique, de l'informatique et de la physique appliquée, a pour objet l'élaboration ou l'interprétation des signaux. Son champ d'application se situe donc dans tous les domaines concernés par la perception, la transmission ou l'exploitation des informations véhiculées par ces signaux.

Le *traitement de l'information* fournit un ensemble de concepts permettant d'évaluer les performances des systèmes de transfert d'informations, en particulier lorsque le signal porteur de message est bruité. Cela inclut les méthodes de « codage de l'information » dans le but de la réduction de redondance, de la correction des erreurs, de la confidentialité (cryptage). L'ensemble des concepts et méthodes développés dans le traitement de l'information et du signal forme la théorie de la communication.

LA CHAÎNE DE COMMUNICATION

Le schéma d'une chaîne de communication, représenté sur la figure 2, page ci-contre, met donc en relation un système physique en évolution qui délivre un message et un système physique qui doit recevoir et exploiter cette information.

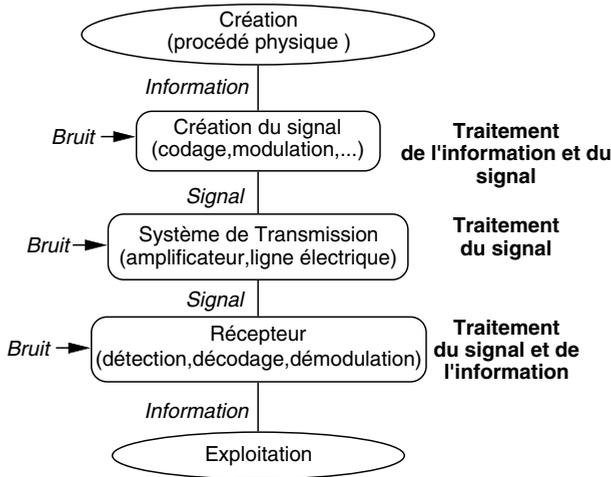


Figure 2. Schéma d'une chaîne de communication.

L'information fournie va être transformée en signal, qui sera acheminé ensuite par le canal de transmission. Celui-ci est ensuite détecté par le récepteur qui doit fournir l'information contenue dans le signal. Au niveau de l'élaboration du signal, du système de transmission et du récepteur, interviennent des éléments perturbateurs qui vont détériorer le signal en lui ajoutant du bruit. Le traitement de l'information et le traitement du signal auront donc pour tâche de réaliser la meilleure chaîne de communication possible : c'est-à-dire la transmission de l'information initiale la plus complète. Cette chaîne de communication se retrouve dans toutes les applications qui traitent du contrôle de procédés physiques par un ou plusieurs systèmes informatiques.

La figure 3, page suivante, illustre une chaîne de communication complète avec ou sans perturbation au niveau du canal de transmission : un robot à commande vocal.

Au niveau des différents systèmes (émission, transmission et réception), les fonctions, définies par le traitement de l'information et le traitement du signal, seront réalisées à partir des techniques électroniques, informatiques ou physiques. Seuls certains aspects du traitement du signal et de ces techniques sont abordés dans cet ouvrage.

PRINCIPALES FONCTIONS DU TRAITEMENT DU SIGNAL

Les fonctions du traitement du signal peuvent se diviser en deux catégories : l'élaboration des signaux (incorporation des informations) et l'interprétation des signaux (extraction des informations). Les principales fonctions intégrées dans ces deux parties sont les suivantes :

► *Élaboration des signaux*

- synthèse : création de signaux de forme appropriée en procédant par exemple à une combinaison de signaux élémentaires ;

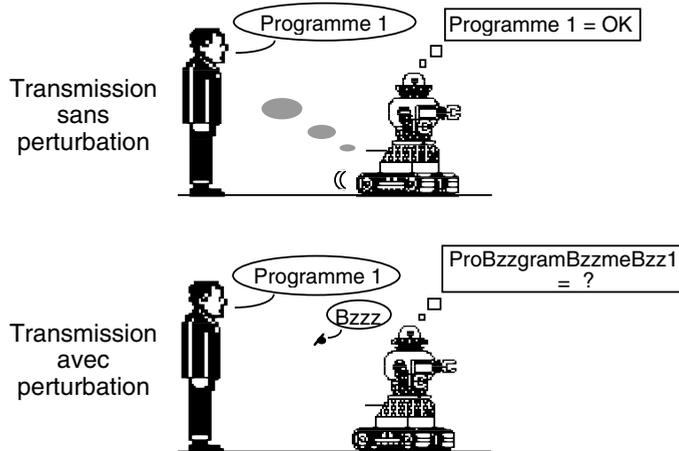


Figure 3. Exemple d'une chaîne de communication. L'information « Programme 1 », fournie par l'utilisateur, est à transmettre au robot. Ce message est transformé en signal sous la forme de vibrations acoustiques se propageant dans l'air qui sera, dans ce cas, le canal de transmission. Le signal arrive au destinataire (robot) avec ou sans modifications (bruit au niveau de la transmission). Le signal doit être détecté et analysé et ensuite l'information qu'il contient interprétée. Cet ensemble forme ce que l'on appelle la « chaîne de communication ».

- modulation, changement de fréquence : moyen permettant d'adapter un signal aux caractéristiques fréquentielles d'une voie de transmission ;
- codage : traduction en code binaire (quantification), etc.

► *Interprétation des signaux*

- filtrage : élimination de certaines composantes fréquentielles indésirables ;
- détection : extraction du signal d'un bruit de fond (corrélation) ;
- identification : classement d'un signal dans des catégories préalablement définies ;
- analyse : isolement des composantes essentielles ou utiles d'un signal de forme complexe (transformée de Fourier) ;
- mesure : estimation d'une grandeur caractéristique d'un signal avec un certain degré de confiance (valeur moyenne, etc.).

LES SYSTÈMES NUMÉRIQUES

Les qualités actuelles du traitement numérique de l'information conduisent à son développement pour résoudre les problèmes de contrôle/commande de procédés industriels. Le système de traitement numérique, schématisé sur la figure 4, page ci-contre, va réaliser la saisie de l'information, traiter ces informations suivant un programme de contrôle (régulation, filtrage numérique, etc.) et d'après des valeurs de consignes entrées par l'utilisateur, envoyer des signaux de commande au processus industriel pour atteindre le comportement cherché. Le numérique présente, en effet,

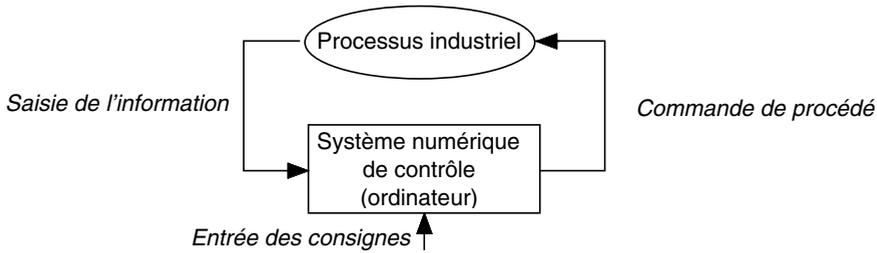


Figure 4. Contrôle/commande d'un processus industriel par un système de traitement numérique.

un grand nombre d'avantages par rapport à un contrôle de processus par un système analogique :

- reproductibilité des systèmes (circuits logiques) ;
- stabilité : pas de dérive en temps ou en température ;
- adaptabilité et souplesse d'emploi (modification du programme) ;
- fiabilité : circuits à très grande intégration ;
- rapidité : jusqu'à 10 MHz environ en temps réel.

Les grandeurs physiques (mouvement mécanique, variation de température, etc.) liées aux procédés physiques contrôlés mis en jeu doivent être transformées en signaux analogiques électriques (courant ou tension) : cela est le rôle des *capteurs* ou transducteurs (quartz, thermocouple...) dans le cas de la mesure. Inversement, la commande au niveau du processus est faite à l'aide d'*actionneurs* ou récepteurs (moteur, vanne...) qui transforment le signal analogique électrique reçu en grandeurs physiques (énergie mécanique, chaleur, etc.).

Dans le cas des traitements par des systèmes numériques, ces signaux analogiques transmis ou reçus seront transformés en signaux numériques. Ce rôle est rempli par des interfaces électroniques spécialisées qui sont composées de différents éléments : les convertisseurs analogiques-numériques et numériques-analogiques, les échantillonneurs-bloqueurs, les multiplexeurs, les amplificateurs à gain programmable, etc. Ainsi le schéma complet de la chaîne de pilotage d'un processus physique

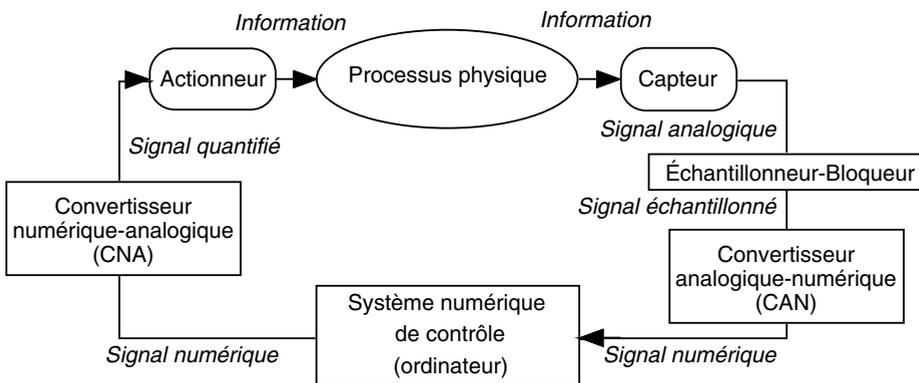


Figure 5. Pilotage d'un processus industriel par un système de traitement numérique.

par un système numérique peut être représenté par le schéma de la figure 5, page précédente. Les fonctions du traitement numérique sont très nombreuses : filtrage, analyse spectrale, modulation, détection, estimation, transcodage, génération de signaux, reconnaissance, correction...

ORGANISATION GÉNÉRALE DU LIVRE

Le contenu et l'organisation de ce livre ont été développés à partir de l'idée directrice suivante : « lors de la mise en œuvre d'une application de mesures ou de contrôle d'un procédé physique par un système informatique, le concepteur se trouve confronté à des problèmes liés aux nombreux domaines de ce qu'il est convenu d'appeler l'Informatique Industrielle. En premier lieu, nous trouvons la conception de l'application, c'est-à-dire le traitement du signal et l'automatisation ; puis la deuxième étape la réalisation matérielle (micro-ordinateur avec cartes d'interfaces) et logicielle. Si les domaines de l'automatique et de la programmation sont bien cernés pour ce type d'application, il est souvent difficile de trouver les éléments permettant la mise en œuvre du traitement des signaux et de l'acquisition de données ».

La figure 6 permet de situer les points traités dans ce livre par rapport à l'ensemble du domaine. Il est évident que cet ouvrage n'est pas un traité complet de traitement du signal, sujet très vaste et en constante évolution. Par contre il offre un outil de base à tous les techniciens et ingénieurs qui travaillent dans le domaine du test et mesures ou du contrôle de procédés.

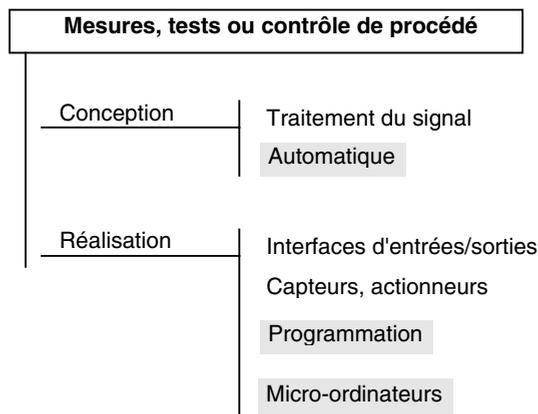


Figure 6. Visualisation de l'intégration des sujets traités dans cet ouvrage pour la réalisation d'applications de mesures ou de conduite de procédés. Les mots grisés correspondent aux sujets non traités dans cet ouvrage.

Ce livre est composé de trois grandes parties : le traitement des signaux analogiques (partie A), le traitement des signaux numériques (partie B) et l'acquisition de données (partie C). Les six premiers chapitres sont consacrés aux bases du traitement des signaux analogiques. Les suivants traitent des signaux numériques. Enfin les quatre

derniers chapitres sont entièrement dédiés aux composants des interfaces industrielles et aux chaînes d'acquisition et de restitution de données.

Le chapitre 1 présente les notions de théorie des signaux nécessaires à la compréhension de l'ouvrage. Il permet de plus de fixer les notations utilisées par la suite.

Le chapitre 2 est consacré à la transformation de Fourier des signaux analogiques périodiques et non périodiques qui constitue la base du traitement des signaux. Cette analyse spectrale des signaux analogiques permet de bien décrire la représentation duale de tous signaux : temps et fréquence.

Le chapitre 3 présente la théorie générale des systèmes de transmission avec une introduction à la notion de corrélation.

Le chapitre 4 traite du filtrage analogique en utilisant la formulation théorique développée dans le chapitre précédent. Cette présentation permet ainsi une extension à tous les types de filtres et de sollicitations de ces filtres.

Le chapitre 5 étudie un des aspects importants du traitement des signaux analogiques : la modulation. Les méthodes les plus utilisées et les divers moyens de mise en œuvre y sont présentés.

Le chapitre 6 est consacré aux signaux aléatoires. En particulier il s'intéresse à la notion de bruit, ainsi qu'aux techniques de détection et d'extraction d'un signal noyé dans le bruit.

La transformation des signaux analogiques en signaux numériques est étudiée en détail au chapitre 7. Ce chapitre, qui présente en particulier le théorème d'échantillonnage, est sans doute le plus important de cet ouvrage.

Le chapitre 8 est consacré à l'analyse spectrale des signaux numériques.

Le chapitre 9 présente les concepts de base du domaine très riche que constitue le filtrage numérique avec des applications simples de diverses méthodes.

Finalement, le chapitre 10 introduit les chaînes industrielles de traitement des signaux avec en particulier une description succincte des capteurs et actionneurs, les chapitres 11 et 12 traitent des composants d'entrées/sorties numériques et analogiques. La lecture du chapitre 13 doit permettre une mise en œuvre plus complète et plus rationnelle des multiples composants et des cartes d'interfaces actuellement disponibles.

Neuf annexes complètent cet ouvrage. Les six premières sont des formulaires ou résumés sur les différentes transformées ou fonctions utilisées. L'annexe G développe les principaux montages de l'amplificateur opérationnel employés dans les différents points traités. L'annexe H présente succinctement le logiciel d'instrumentation LabVIEW™ utilisé pour illustrer les traitements des signaux présentés dans les différents chapitres. Enfin la dernière annexe donne quelques rappels mathématiques utiles en traitement du signal.

Ce livre s'adresse à tous les techniciens ou ingénieurs qui désirent développer une application de mesures ou de contrôle/commande de procédé avec un traitement des signaux. Cet ouvrage est aussi destiné aux étudiants désirant acquérir une formation de base dans les techniques du traitement du signal et de leur mise en œuvre. Les nombreux exemples traités permettent de comprendre aisément les différentes notions introduites.

Ce livre n'a pas pour but d'être un ouvrage exhaustif. En effet il existe de nombreux ouvrages qui décrivent de façon complète toutes les méthodes et techniques utilisées dans ces domaines de l'informatique industrielle et particulièrement dans le domaine du traitement du signal (bibliographie). L'aspect théorique du signal a volontairement été limité au strict nécessaire pour la compréhension des modèles utilisés. Mais cet ouvrage permettra à son lecteur de s'initier rapidement aux bases du traitement des signaux et de l'acquisition de données.

PARTIE 1

LE TRAITEMENT DES SIGNAUX ANALOGIQUES

Chapitre 1

Représentation des signaux

1.1 MODÉLISATION DES SIGNAUX

Un signal expérimental est une grandeur physique et doit donc être physiquement réalisable. Les mesures macroscopiques analogiques, réalisées à partir d'appareils de mesures comme un oscilloscope, fournissent des courbes « tension en fonction du temps » du type de celle représentée sur la figure 1.1. Ces signaux physiques sont représentés par des fonctions $s(t)$ à valeurs réelles d'une variable réelle t . Par conséquent, le signal possède les caractéristiques suivantes :

- énergie bornée ;
- amplitude bornée ;

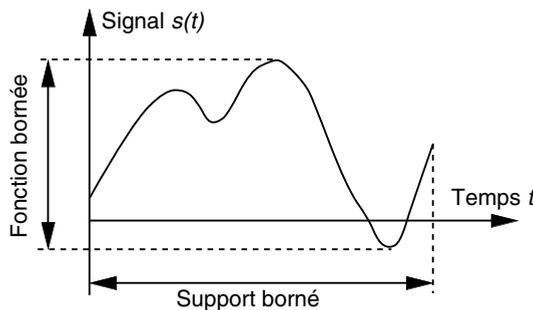


Figure 1.1. Enregistrement d'un signal physique.

- continu temporellement ;
- causal ($s(t) = 0$ pour $t < 0$) ;
- spectre du signal borné (tend vers 0 lorsque la fréquence tend vers l'infini).

Mais sur le plan théorique, pour la commodité du calcul et l'étude de certains phénomènes, les signaux sont représentés par des fonctions :

- à énergie théorique infinie ;
- avec des discontinuités (signal carré) ;
- définies sur l'ensemble des réels (signaux non causaux) ;
- à spectre du signal infini ;
- à valeurs complexes :

$$s(t) = A e^{j\omega t} = A(\cos(\omega t) + j \sin(\omega t))$$

Remarque : il est important de noter que l'introduction de tels modèles mathématiques de signaux réels conduit nécessairement à une simplification et nécessite donc une interprétation des résultats pour retrouver la réalité.

1.2 CLASSIFICATION DES SIGNAUX

Pour faciliter l'étude des signaux, différents modes de classification ou de modélisation peuvent être envisagés :

- représentation temporelle des signaux ;
- caractéristique énergétique ;
- représentation spectrale ;
- caractéristique morphologique (continu ou discret).

1.2.1 Représentation temporelle des signaux

La première classification, basée sur l'évolution du signal en fonction du temps, fait apparaître deux types fondamentaux (figure 1.2, page ci-contre) :

- les *signaux certains* (ou déterministes) dont l'évolution en fonction du temps peut être parfaitement décrite par un modèle mathématique. Ces signaux proviennent de phénomènes pour lesquels on connaît les lois physiques correspondantes et les conditions initiales, permettant ainsi de prévoir le résultat ;
- les *signaux aléatoires* (ou probabilistes) dont le comportement temporel est imprévisible et pour la description desquels il faut se contenter d'observations statistiques.

Parmi les signaux déterministes, on distingue les signaux périodiques satisfaisant à la relation suivante :

$$s(t) = s(t + T) \quad \text{avec } T \text{ la période} \quad (1.1)$$

Les signaux sinusoïdaux sont un cas particulier de ces signaux :

$$s(t) = A \sin[(2\pi/T)t + \varphi] \quad (1.2)$$

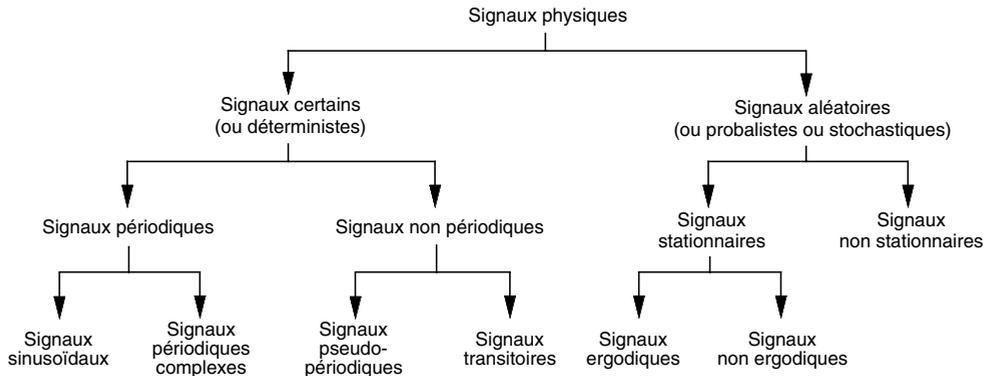


Figure 1.2. Classification des signaux observés dans le domaine temporel.

Les signaux non périodiques se composent d'une part des signaux pseudo-périodiques formés d'une somme de sinusoides de périodes différentes et d'autre part des signaux transitoires dont l'existence est limitée dans le temps. Ces signaux « certains » peuvent en principe être reproduits rigoureusement identiques à eux-mêmes.

En ce qui concerne les signaux aléatoires, ils sont dits *stationnaires* lorsque leur valeur moyenne est indépendante du temps, c'est-à-dire que les résultats de leur analyse statistique restent les mêmes quel que soit le moment où l'on commence l'observation d'une partie déterminée du signal.

De plus ces signaux aléatoires stationnaires sont *ergodiques* s'il est identique de faire une moyenne statistique à un instant donné sur différents essais ou de faire une moyenne temporelle suffisamment longue sur un seul de ces essais.

Dans cet ouvrage nous nous intéressons exclusivement au type des signaux certains, excepté dans le chapitre 6 où nous abordons les méthodes de traitements spécifiques des signaux aléatoires et en particulier du signal dit de bruit, qui fait partie de cette deuxième catégorie.

1.2.2 Classification énergétique

La puissance électrique instantanée fournie à une résistance R (ou conductance G) est définie comme le produit des valeurs instantanées de la tension $u(t)$ à ses bornes et du courant $i(t)$ qui la traverse :

$$p(t) = u(t)i(t) = Ri^2(t) = Gu^2(t) \quad (1.3)$$

L'énergie dissipée sur un intervalle $[t_1, t_2]$, avec $t_1 < t_2$, est l'intégrale de cette puissance instantanée et se mesure en joules (J) :

$$W(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = R \int_{t_1}^{t_2} i^2(t) dt = G \int_{t_1}^{t_2} u^2(t) dt \quad (1.4)$$

Par conséquent la puissance moyenne $P(t_1, t_2)$, mesurée en watts (W), s'exprime sous la forme suivante :

$$P(t_1, t_2) = \frac{W(t_1, t_2)}{(t_2 - t_1)} \quad (1.5)$$

Par extension on appelle énergie W_s et puissance moyenne P_s d'un signal $s(t)$, calculées sur un intervalle $[t_1, t_2]$, les valeurs quadratique et quadratique moyenne suivantes :

$$W_s(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt \quad (1.6)$$

et

$$P_s(t_1, t_2) = \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt \quad (1.7)$$

Il est à remarquer que la valeur efficace du signal $s(t)$, calculée sur l'intervalle $[t_1, t_2]$, se définit à partir de l'expression 1.7 :

$$s_{\text{eff}}(t_1, t_2) = \sqrt{P_s(t_1, t_2)} \quad (1.8)$$

En considérant un intervalle s'étendant à tout l'axe réel, les relations 1.6 et 1.7 donnent l'énergie totale et la puissance moyenne totale :

$$W_s = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt \quad (1.9)$$

et

$$P_s = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} s^2(t) dt \quad (1.10)$$

Pour un signal périodique (période T_0), la puissance moyenne totale est calculée sur une période :

$$P_s = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} s^2(t) dt$$

Si le signal est représenté par une fonction complexe de la variable réelle t , les définitions sont équivalentes en remplaçant $s^2(t)$ par $|s(t)|^2$ ou $s(t) \cdot \bar{s}(t)$, où $\bar{s}(t)$ est la quantité complexe conjuguée de $s(t)$.

La plupart des signaux peuvent être classés à partir de ces deux grandeurs, énergie totale et puissance moyenne totale, suivant les deux ensembles :

– signaux à énergie finie qui satisfont à la condition suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt < \infty \quad (1.11)$$

- signaux à puissance moyenne finie qui satisfont à :

$$0 < \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} s^2(t) dt < \infty \quad (1.12)$$

Les premiers signaux correspondent à tous les signaux de type transitoire et les seconds comprennent par exemple tous les signaux périodiques ou quasi périodiques. Deux remarques peuvent être faites à partir des deux expressions 1.11 et 1.12 :

- un signal à puissance moyenne finie non nulle a une énergie totale infinie ;
- un signal à énergie totale finie a une puissance moyenne nulle (cas des signaux physiques).

1.2.3 Classification spectrale

Un signal peut être classé suivant la distribution de son énergie ou de sa puissance en fonction de la fréquence (spectre du signal). Le domaine des fréquences occupé par son spectre ΔF est aussi appelé la largeur de bande du signal (figure 1.3) :

$$\Delta F = F_{\max} - F_{\min}$$

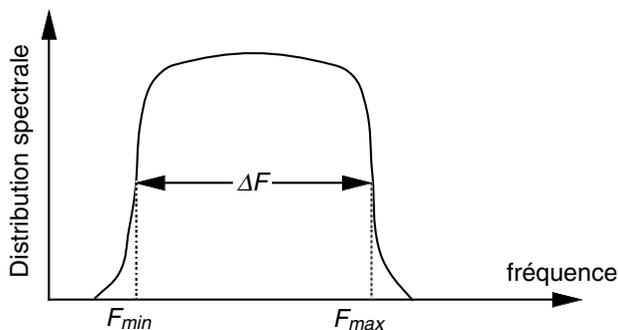


Figure 1.3. Distribution spectrale d'un signal avec la largeur de bande ΔF .

Cette caractéristique, exprimée en hertz (Hz), est absolue. Aussi il est nécessaire de la comparer au domaine de fréquences dans lequel se situe le signal. En considérant la fréquence moyenne $F_{\text{moy}} = (F_{\max} - F_{\min})/2$, on peut distinguer deux types de signaux :

- les signaux à bande étroite avec $\Delta F/F_{\text{moy}}$ petit (soit $F_{\max} \approx F_{\min}$) ;
- les signaux à large bande avec $\Delta F/F_{\text{moy}}$ grand (soit $F_{\max} \gg F_{\min}$).

Pour les signaux à bande étroite, il est possible de les classer par le domaine de variation de la fréquence moyenne F_{moy} :

- $F_{\text{moy}} < 250$ kHz signaux basses fréquences (BF)
- 250 kHz $< F_{\text{moy}} < 30$ MHz signaux hautes fréquences (HF)

- $30 \text{ MHz} < F_{\text{moy}} < 300 \text{ MHz}$ signaux très hautes fréquences (VHF)
- $300 \text{ MHz} < F_{\text{moy}} < 3 \text{ GHz}$ signaux ultra hautes fréquences (UHF)
- $F_{\text{moy}} > 3 \text{ GHz}$ signaux super hautes fréquences (SHF)

Lorsque la fréquence du signal devient très grande, pratiquement supérieure à quelques térahertz ($\text{THz} = 10^{12} \text{ Hz}$), la longueur d'onde est le paramètre de référence λ ($= c/F$ avec c vitesse de la lumière $300\,000 \text{ km/s}$) :

- $700 \text{ nm} < \lambda < 0,1 \text{ mm}$ signal lumineux infrarouge
- $400 \text{ nm} < \lambda < 700 \text{ nm}$ signal lumineux visible
- $10 \text{ nm} < \lambda < 400 \text{ nm}$ signal lumineux ultraviolet

1.2.4 Les signaux numériques

Le temps est un paramètre important de classification. Comme nous venons de le voir, le traitement numérique des signaux conduit à faire la distinction entre les signaux dits à temps continus (signaux continus) et les signaux dits à temps discrets (signaux discrets ou échantillonnés). Un autre paramètre des signaux traités est à prendre en compte, c'est l'amplitude qui peut aussi être continue ou discrète (quantifiée).

Ainsi quatre formes de signaux, qui se retrouvent dans un système numérique de contrôle d'un processus physique, peuvent être distinguées (figure 1.4, page ci-contre) :

- signal à amplitude et temps continus (signal analogique) : $s(t)$;
- signal à amplitude discrète et temps continu (signal quantifié) : $s_q(t)$. Ce signal correspond à celui qui est fourni à la sortie d'un circuit convertisseur numérique-analogique pour la commande d'un actionneur (chapitre 12) ;
- signal à amplitude continue et temps discret (signal échantillonné) : $s(nT_e)$. Ce signal est obtenu à l'aide d'un circuit échantillonneur-bloqueur et est utilisé par un circuit convertisseur analogique numérique pour obtenir un signal logique utilisable par un ordinateur (chapitre 12) ;
- signal à amplitude discrète et temps discret (signal logique) : $s_q(nT_e)$. Ce dernier cas correspond en réalité à une suite de nombres codés en binaire. Ces nombres, utilisés au sein d'un ordinateur, se transmettent sous la forme de plusieurs signaux de type numérique 0 V (0 logique) ou 5 V (1 logique) se propageant en parallèle : 8 signaux pour un nombre codé sur 8 bits.

Définition. On appelle *numérisation* d'un signal l'opération qui consiste à faire passer un signal de la représentation dans le domaine des temps et des amplitudes continus au domaine des temps et des amplitudes discrets. Cette opération de numérisation d'un signal peut être décomposée en deux étapes principales :

- échantillonnage ;
- quantification.

La restitution (ou l'interpolation) constitue une autre phase qui intervient lors du passage du signal numérique au signal analogique : commande d'un actionneur.

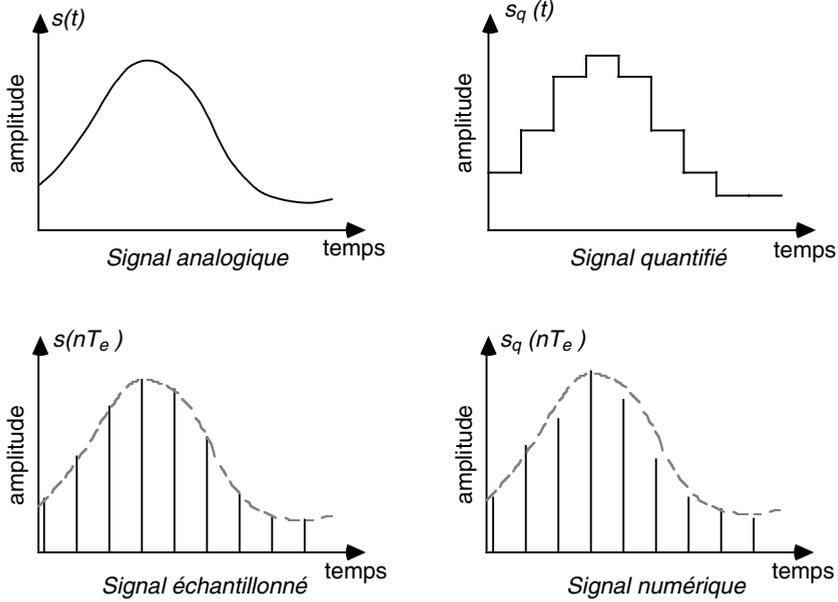


Figure 1.4. Classification morphologique des signaux.

Ces trois étapes sont indissociables. En effet, le signal, étant le support physique d'une information, doit conserver au cours de ces modifications tout le contenu informatif initial. Cette condition, ajoutée à la notion de coût limite d'un système, va être à la base de la numérisation des signaux et de l'étude du traitement numérique.

Chapitre 2

Transformation de Fourier

2.1 TRANSFORMATION DE FOURIER DES FONCTIONS PÉRIODIQUES. SÉRIE DE FOURIER

2.1.1 Définition. Théorème de Fourier

Si $s(t)$ est une fonction de t périodique, de période T_0 ($= 1/F_0$), elle peut s'écrire sous la forme d'une somme de fonctions sinusoïdales de fréquences f multiple de la fréquence F_0 , dite fondamentale. Soit :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(2\pi n F_0 t) + b_n \sin(2\pi n F_0 t)] \quad (2.1)$$

où a_n et b_n sont les coefficients de la série de Fourier. Ils se calculent à partir des relations suivantes :

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) dt = \overline{s(t)} \quad (2.2)$$

avec a_0 appelé valeur moyenne ou composante continue,

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \cdot \cos(2\pi n F_0 t) \cdot dt \quad \text{pour } n \geq 1 \quad (2.3)$$

$$\text{et } b_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \cdot \sin(2\pi n F_0 t) \cdot dt \quad \text{pour } n \geq 1 \quad (2.4)$$

L'expression 2.1 peut s'écrire aussi sous la forme suivante d'un développement en harmoniques :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(2\pi n F_0 t + \varphi_n) \quad (2.5)$$

avec

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \text{et} \quad \varphi_n = \text{Arctan}(-b_n/a_n) \quad (2.6)$$

À partir de l'expression 2.5, nous pouvons construire la représentation graphique spectrale du signal dans un plan amplitude-fréquence comme étant la succession des pics ou raies d'amplitude c_n et positionnés aux fréquences nF_0 (figure 2.1).

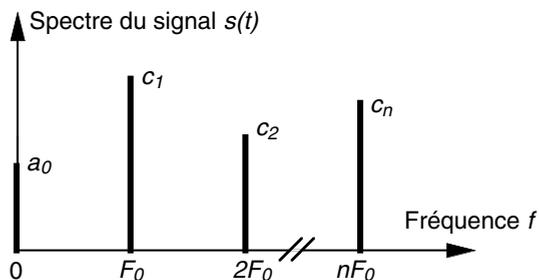


Figure 2.1. Spectre en fréquence d'un signal périodique.

Définition. Le spectre en fréquence d'un signal est constitué de la composante continue à la fréquence nulle d'amplitude a_0 , du fondamental à la fréquence F_0 d'amplitude c_1 et des différents harmoniques situés aux fréquences $f = nF_0$ d'amplitudes respectives c_n . Il est important de remarquer que le spectre d'une fonction périodique, de période T_0 ($= 1/F_0$), est discontinu et composé de raies dont l'écart minimum est, sur l'axe des fréquences, F_0 .

2.1.2 Distribution ou pic de Dirac

La distribution de Dirac (pic de Dirac ou encore impulsion de Dirac) peut être vue comme un outil symbolique permettant de formuler des expressions. Notée δ elle

peut être perçue comme la limite d’une impulsion d’amplitude A et de durée $1/A$ lorsque A tend vers l’infini. L’aire de cette impulsion est constante et égale à 1 quel que soit A . Le pic de Dirac sera défini comme ayant un poids ou une « masse » de 1 en $x = 0$ (figure 2.2). Dans le domaine du traitement du signal, le pic de Dirac $\delta(x)$ est une distribution ou « fonction » qui vérifie :

$$\delta(x) = 0 \quad \text{pour } x \neq 0 \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) \cdot dx = 1$$

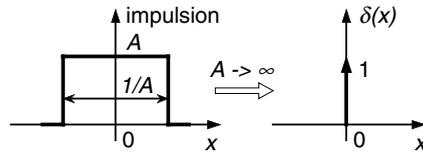


Figure 2.2. Représentation de la distribution ou pic de Dirac.

La distribution de Dirac possède des propriétés au niveau des opérations avec les fonctions : propriété de localisation (opération de « produit » avec une fonction) et propriété d’élément neutre (opération de « convolution » avec une fonction). Ces propriétés opératoires sont présentées au fur et à mesure des besoins et de façon complète dans l’annexe A. Il est important de souligner que, pour des raisons de facilité, les opérations, faisant intervenir pics de Dirac et fonctions, utilisent des notations identiques à celles utilisées pour les fonctions bien que nous soyons dans le domaine des distributions.

2.1.3 Représentations unilatérale et bilatérale

L’expression 2.1 peut encore se mettre sous la forme complexe suivante :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S(nF_0) \cdot e^{j2\pi nF_0 t} \tag{2.7}$$

avec

$$S(nF_0) = \frac{1}{2} (a_n - jb_n) = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \cdot e^{-j2\pi nF_0 t} \cdot dt \quad \text{pour } n \geq 1 \tag{2.8}$$

et

$$S(0) = a_0 = \overline{s(t)}$$

Les valeurs négatives de n sont introduites dans un but de simplification ; mais, étant donné que $s(t)$ est réel, nous avons :

$$a_{-n} = a_n \quad \text{et} \quad b_{-n} = -b_n$$

$S(nF_0)$ représente les composantes du spectre en fréquence de $s(t)$, grandeur en général complexe, qui a pour module :

$$|S(nF_0)| = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{c_n}{2} \quad (2.9)$$

et pour phase :

$$\varphi(nF_0) = \text{Arctan}(-b_n/a_n) \quad (2.10)$$

En utilisant la notation mathématique du pic de Dirac δ décrite précédemment, le spectre en fréquence du signal est formé de pics de Dirac de poids $|S(nF_0)|$ réparties sur tout l'axe des fréquences positives et négatives. Par convention, on dessine chaque raie en lui donnant une hauteur proportionnelle à son poids ou sa masse égale à $|S(nF_0)|$ (figure 2.3). L'expression du spectre $S(f)$ du signal est donc :

$$S(f) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S(nF_0) \cdot \delta(f - nF_0) \quad (2.11)$$

avec

$$S(nF_0) = |S(nF_0)| \cdot e^{j\varphi(nF_0)}$$

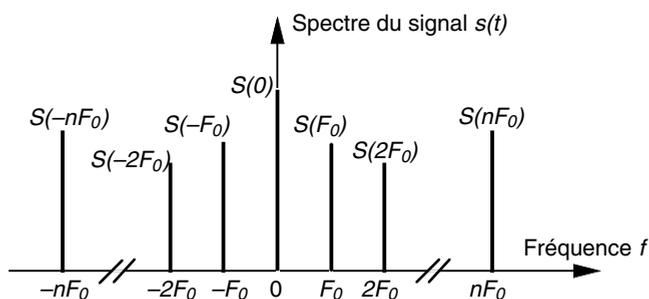


Figure 2.3. Spectre en fréquence d'un signal périodique avec un axe des fréquences de $-\infty$ à $+\infty$: représentation bilatérale.

Remarque : Ce spectre $S(f)$ est en général complexe formé d'une partie réelle et d'une partie imaginaire et devrait donc être représenté dans un système à trois dimensions : axe des fréquences f , axe de la partie imaginaire $\text{Im}\{S(f)\}$ et axe de la partie réelle $\text{Re}\{S(f)\}$.

Cette représentation complexe du signal distribue donc, dans le domaine fréquentiel, les contributions du signal symétriquement de part et d'autre de l'origine sur l'axe des fréquences : c'est la *représentation spectrale bilatérale* $S(f)$ (fréquences positives et négatives). Cette représentation abstraite (fréquences négatives) présente l'avantage de simplifier les calculs au niveau du traitement des signaux. Seule la représentation unilatérale $S_{\text{réel}}(f)$ (spectres composés de fréquences positives uniquement), calculée par un développement en série de Fourier, est une représentation réelle qui peut être obtenue à partir d'analyseurs de spectres ou de transformateurs de Fourier qui présentent le module de ce spectre.

À partir des expressions 2.5 et 2.7, on peut déterminer la relation entre ces deux formes de représentation :

$$S_{\text{réel}}(f) = S(f) \cdot K_{\text{réel}}(f) \tag{2.12}$$

où $K_{\text{réel}}(f)$ (coefficient de représentation réelle) est définie par :

$$K_{\text{réel}}(f) \begin{cases} = 2 & \text{si } f > 0 \\ = 1 & \text{si } f = 0 \\ = 0 & \text{si } f < 0 \end{cases}$$

Le concept de fréquence négative n'a pas de signification physique. Il peut être vu comme la traduction du sens de rotation de la vitesse angulaire ou pulsation ($\omega = 2\pi f$). Ainsi la fonction réelle $\cos(\omega t)$ ou $\cos(2\pi ft)$ peut être exprimée comme la somme de deux fonctions complexes dans le plan complexe (figure 2.4) :

$$\cos(\omega t) = \frac{1}{2} \cdot (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \tag{2.13}$$

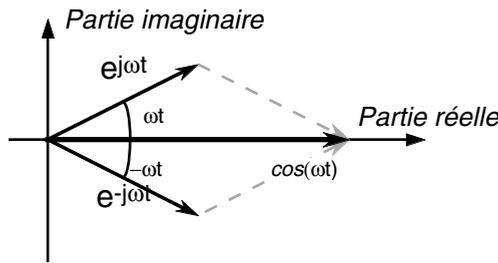


Figure 2.4. Introduction des fréquences négatives dans l'expression des signaux.

2.1.4 Exemples de signaux élémentaires

a) Signal sinusoïdal

Dans le cas des signaux sinusoïdaux ou cosinusoidaux, la transformée en série de Fourier du signal est identique à sa représentation mathématique.

► cas du signal $s(t) = \cos(2\pi F_0 t)$

La décomposition en série de Fourier est donc définie par :

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 1 \quad \text{et} \quad a_n = 0 \quad \text{pour } n > 1$$

$$b_n = 0 \quad \text{pour } n \geq 1$$

D'après la relation 2.8, les valeurs de $S(nF_0)$ non nulles sont :

$$S(F_0) = \frac{1}{2}(a_1 - jb_1) = \frac{1}{2}$$

$$S(-F_0) = \frac{1}{2}(a_{-1} - jb_{-1}) = \frac{1}{2}(a_1 + jb_1) = \frac{1}{2}$$

D'où le spectre du signal, écrit dans une représentation bilatérale suivant la relation 2.11, est :

$$S(f) = \frac{1}{2} [\delta(f + F_0) + \delta(f - F_0)] \quad (2.14)$$

La figure 2.5a représente ce signal et son spectre. Nous pouvons remarquer que, pour ce signal réel pair, le spectre est réel pair.

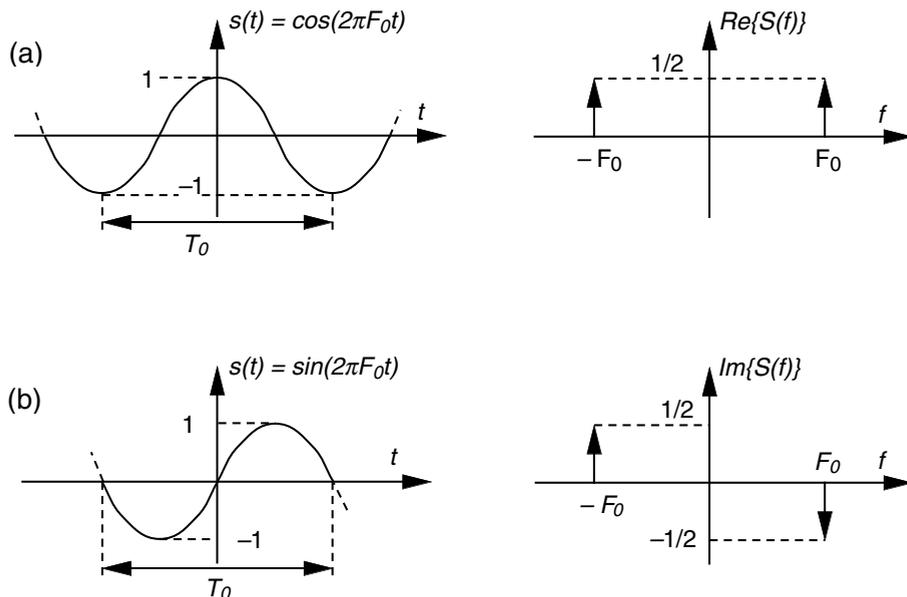


Figure 2.5. Spectres des signaux cosinusoidal (a) et sinusoidal (b) dans une représentation bilatérale.

► cas du signal $s(t) = \sin(2\pi F_0 t)$

La décomposition en série de Fourier est donc définie par :

$$a_n = 0 \text{ pour } n \geq 0$$

$$b_1 = 1 \text{ et } b_n = 0 \text{ pour } n > 1$$

D'après la relation 2.8, les valeurs de $S(nF_0)$ non nulles sont :

$$S(F_0) = \frac{1}{2}(a_1 - jb_1) = \frac{-j}{2}$$

$$S(-F_0) = \frac{1}{2}(a_{-1} - jb_{-1}) = \frac{1}{2}(a_1 + jb_1) = \frac{j}{2}$$

D'où le spectre du signal, écrit dans une représentation bilatérale suivant la relation 2.11, est :

$$S(f) = \frac{j}{2} [\delta(f + F_0) - \delta(f - F_0)] \quad (2.15)$$