

Théorie et pratique de l'assurance vie

Michel Fromenteau, Pierre Petauton

5^e édition

Cours et problèmes corrigés

**Préface de David Dubois,
président de l'Institut des actuaires**

DUNOD

Pierre Petauton, ancien élève de l'École polytechnique et membre agrégé de l'Institut des actuaires, est entré en 1961 au service de contrôle des assurances du ministère des Finances ; il l'a quitté en 1989 alors qu'il était commissaire contrôleur général, pour devenir contrôleur d'État, puis chef de la mission de contrôle des organismes d'assurance vieillesse. En outre, il a été membre de la Commission de contrôle des assurances, institution administrative indépendante chargée de la surveillance des sociétés d'assurances.

De 1971 à 2002, il a été professeur au Conservatoire national des arts et métiers où il a enseigné l'actuariat. Aujourd'hui retraité, il est membre du Conseil supérieur de la mutualité, et il a effectué plusieurs missions de conseil en actuariat.

Michel Fromenteau, diplômé de l'ENSAE, a exercé le métier de commissaire contrôleur des assurances auprès du régulateur de la profession jusqu'en 2008, date à laquelle il est devenu professeur titulaire de la chaire d'actuariat du Conservatoire national des arts et métiers. Il a participé à de nombreux groupes de travail et commissions sur l'évolution de l'assurance, en particulier membre de la commission de suivi et secrétaire de la commission de médiation de la convention AERAS.

Actuaire agrégé, ancien membre de sa commission scientifique, il est vice-président du Haut Conseil de l'Institut des actuaires.

<p>Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.</p> <p>Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements</p>	 <p>DANGER LE PHOTOCOPIAGE TUE LE LIVRE</p>	<p>d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.</p> <p>Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).</p>
--	---	--

© Dunod, 2017
11, rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-075880-7

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2^e et 3^e a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Préface	VIII
Introduction	1

Partie 1 **Les fondements de l'assurance sur la vie**

1	Les conditions de fonctionnement de l'assurance vie	7
Section 1	Les opérations viagères	8
Section 2	Le contrat d'assurance vie	9
Section 3	Analyse actuarielle d'un contrat	11
Section 4	Les conditions de la gestion du contrat d'assurance	11
Section 5	Les comptes de l'assureur	13
Section 6	La prime	14
Section 7	Principes de calcul des primes pures	15
Section 8	Prime pure et probabilité	20
2	Les probabilités viagères fondamentales	25
Section 1	Les causes influant sur la mortalité	26
Section 2	Probabilités de survie et de décès d'une tête assurée	28

Section 3	Loi de survie	31
Section 4	Autres fonctions biométriques	33
Section 5	Les coefficients de sélection	37

3 Probabilités viagères et observations **41**

Section 1	Détermination des taux annuels de mortalité	42
Section 2	Lissage des résultats	44
Section 3	Ajustement sur des lois analytiques	46

4 Tables de mortalité (compléments) **55**

Section 1	Observations tronquées ou censurées	56
Section 2	Tables à causes de sortie multiples	58
Section 3	Ajustement d'une table par la formule de Makeham	59
Section 4	Tables prospectives	68

5 Probabilités viagères définies sur des groupes de têtes **77**

Section 1	Définition des groupes et des états. Probabilités de survie simples et conditionnées	78
Section 2	Groupes disparaissant au premier ou au dernier décès	79
Section 3	Groupes disparaissant à un décès de rang quelconque	83
Section 4	Propriété caractéristique de la loi de mortalité d'un groupe disparaissant au premier décès lorsque l'on part de lois makehamiennes	87
Section 5	Propriétés de la loi de Gompertz	90
Section 6	Probabilités conditionnées	91

Partie 2

Calcul des engagements viagers et tarification

6 Les procédés généraux du calcul des primes pures **99**

Section 1	Les contraintes	100
Section 2	La méthodologie traditionnelle	101
Section 3	Le calcul des primes pures	102

Section 4	Le calcul des valeurs actuelles probables	106
Section 5	Les nombres de commutation	107
7	Les engagements viagers en cas de vie	111
Section 1	Le capital différé	112
Section 2	Les annuités viagères	113
8	Les engagements viagers en cas de décès	123
Section 1	Assurance « vie entière » payable au moment du décès	124
Section 2	Assurance décès payable en milieu d'année	125
Section 3	Assurance décès à capital constant reposant sur plusieurs têtes	128
Section 4	Assurance décès à capitaux croissants	129
Section 5	Prorata au décès. Rente complète	131
9	Assurances et rentes de survie	135
Section 1	Assurance d'un capital de survie et assurance de second effet	136
Section 2	Calcul effectif d'une assurance de survie	137
Section 3	Les rentes de survie	139

Partie 3

Le bilan et les comptes de résultats

10	La tarification	149
Section 1	Principes généraux de tarification	150
Section 2	Le calcul des primes brutes (ou commerciales)	154
Section 3	Autres problèmes tarifaires	158
11	Les provisions mathématiques sous les hypothèses du tarif	163
Section 1	Notion de provision mathématique	164
Section 2	La conception prospective des provisions	165
Section 3	Variation dans le temps de la provision relative à un contrat	167
Section 4	La provision mathématique d'un contrat peut-elle être négative ?	169

Section 5	Notions de provision mathématique pure, de provision à la prime d'inventaire, de provision de gestion et de provision zillmériisée	170
Section 6	Les méthodes rétrospectives et comptables	174
12	Le déroulement du contrat	181
Section 1	La provision mathématique à l'inventaire	182
Section 2	Rachats, réductions, transformations et transferts	184
Section 3	Les participations aux bénéfiques	190
13	Normes comptables internationales : le bilan prudentiel d'une société d'assurance	199
Section 1	Considérations générales sur les normes comptables IFRS et la réglementation européenne Solvabilité II	200
Section 2	La difficulté d'estimation des passifs d'assurance en valeur de marché	201
Section 3	Principes conducteurs des normes d'évaluation des passifs d'assurance	202
Section 4	Précisions sur la marge de risque	204
Section 5	Un exemple numérique simple de prise en compte d'une participation aux bénéfiques probable avec un actif cantonné et un scénario de taux cristallisé	205
Section 6	Une modélisation stochastique pour mesurer les effets « cliquet » de la clause de participation aux bénéfiques à l'aide de générateurs de scénarios économiques	207
Section 7	La problématique d'un compte de résultat	208
Section 8	Plusieurs normes « apparentées » ont vocation à illustrer la valeur économique d'une société d'assurance	209
14	Réassurance et solvabilité	213
Section 1	Les deux aspects du risque et de l'épargne dans une opération d'assurance	214
Section 2	Le résultat de mortalité pour un contrat ni racheté, ni réduit, ni résilié	218
Section 3	La réassurance	220
Section 4	La marge de solvabilité	225

Section 5	La directive Solvabilité 2	226
Section 6	La réforme européenne est officiellement entrée en vigueur en 2016	236
15	L'évaluation de l'actif et des risques financiers	243
Section 1	Une vision actuarielle du bilan	244
Section 2	Valeur d'un portefeuille de contrats	247
Section 3	La gestion actif-passif	250
16	La retraite : fonds de pensions et régimes de répartition	265
Section 1	Les règlements de retraites	266
Section 2	Les projections démographiques	267
Section 3	Le fonctionnement des régimes de répartition	269
Section 4	La comparaison capitalisation-répartition	273
Section 5	Le fonctionnement des régimes de capitalisation	274
Section 6	Les contrats collectifs de rentes viagères gérés par les organismes d'assurance	277
Annexes		283
Annexe 1	Résultat technique de l'assurance vie (Plan comptable 1994)	285
Annexe 2	Symboles actuariels les plus courants	287
Annexe 3	Table de mortalité TH 02	291
Annexe 4	Table de mortalité TF 02	293
Annexe 5	Décalages d'âges TH et TF 02 (arrêté du 22/12/2005)	295
Annexe 6	Tables prospectives : TPRV 93 et décalage d'âges	297
Annexe 7	Tables en cas de vie reconstituées à partir des décalages d'âges de l'arrêté du 22/12/2005	299
Annexe 8	L'intégration approchée par la formule d'Euler-Mac-Laurin	303
Bibliographie et sitographie		307
Index		309

Préface

C omprendre les fondements de l'assurance vie, savoir calculer les engagements et les retranscrire dans le bilan et le compte de résultat, tel est le menu de la 5^e édition de l'ouvrage de Pierre Petauton, *Théorie et pratique de l'assurance vie*, ouvrage que les initiés, étudiants en tout premier lieu, appellent depuis longtemps « Le Petauton ». Comme un livre de recettes familiales que les parents transmettent à leurs enfants, « Le Petauton » s'est installé chez des générations d'actuaire comme la référence pour tous ceux qui préparent des études dans le domaine de l'assurance vie mais aussi pour tous les praticiens, dont je suis, qui ont régulièrement le besoin ou l'envie de se replonger dans les fondamentaux. Il faut dire que, depuis la première édition en 1991, le monde de l'assurance vie a profondément évolué. À cet égard, le succès du livre tient probablement beaucoup à sa démarche consistant à expliquer l'assurance vie d'aujourd'hui non pas comme un ensemble d'équations intemporelles mais comme une succession d'évolutions sur les quarante dernières années, depuis la zillmétrisation des provisions mathématiques à laquelle Pierre Petauton a pris une part active au début des années 1980, jusqu'à l'observation récente par Michel Fromenteau de l'atterrissage dans le monde de l'assurance d'un objet étrange surnommé S2.

Trois faits illustrent à eux seuls les mutations auxquels les organismes assureurs doivent faire face avec courage et pragmatisme : la dégringolade des taux d'intérêt, l'accélération de la puissance algorithmique et l'inflation réglementaire.

Sur la question des taux d'intérêt, nous en mesurons tous chaque jour les effets. Il suffit de regarder la faiblesse de nos placements privés pour comprendre qu'à l'échelle d'un investisseur institutionnel, les préoccupations n'en sont que démultipliées. Le taux technique Vie réglementaire s'établit à fin avril 2017 à 0,25 % pour un TME de 0,97 %. Ce même taux technique s'établissait au milieu des années 1990 à 4,5 % pour un TME proche de 6 %, témoins de la dégringolade régulière des taux d'intérêt depuis la 1^{re} édition. Certes, ne voyons aucun lien de causalité entre toute nouvelle édition et la baisse des taux, mais par contre, les fondamentaux de l'assurance vie ont repris tout leur sens. Finies les belles années où les produits financiers pouvaient masquer les faiblesses d'une analyse technique ou les erreurs d'évaluation des risques techniques. Avec des rendements financiers aussi bas, la compréhension des mécanismes techniques a repris tout son sens et c'est tant mieux. Nous devons revenir à la tradition qui a fait de l'actuariat français une discipline d'excellence, celle de la maîtrise des risques évalués avec rigueur, à laquelle Pierre Petauton a apporté une contribution essentielle.

Comprendre les fondamentaux est aussi d'une extrême importance pour tout praticien séduit de plus en plus par la puissance des algorithmes autoapprenants et l'intelligence artificielle introduite progressivement dans les calculs actuariels. Formidable invention qui permet d'accélérer les temps de calcul et d'introduire en temps réel de nouvelles informations pour coller au plus près de la réalité du risque. Cependant, face à la difficulté d'interpréter parfois les résultats obtenus, il faut être capable de se faire une idée sur les résultats attendus des calculs.

Enfin, s'agissant de l'inflation réglementaire, et pour ne citer qu'elle, la directive Solvabilité II votée en 2009 par le Parlement européen et entrée en vigueur au 1^{er} janvier 2016, a amené avec elle un corpus réglementaire impressionnant et un large spectre de bonnes pratiques et de *guidelines* techniques, révolutionnant par là-même la manière d'apprécier la situation économique et financière des organismes assureurs. Après un exercice préparatoire long et coûteux de près de 10 ans d'échanges, de calibration et de réécriture, les actes délégués ont été publiés en octobre 2014. La nouvelle réglementation a réécrit sur près de 15 000 pages au format A4, les conditions dans lesquelles les organismes assureurs européens doivent désormais évoluer et repenser toute leur chaîne de valeur.

Entre la 4^e édition et la 5^e, il y a le même nombre de chapitres (16) avec des intitulés quasi identiques. Alors, me direz-vous, quel est l'apport de cette 5^e édition ? La 4^e édition apportait une vision de ce qu'on croyait comprendre du nouveau régime de solvabilité au travers des exercices QIS menés tambour battant par les assureurs européens. La 5^e édition, quant à elle, donne la vision de ce que nous comprenons réellement de ce nouveau régime, au vu d'une année de fonctionnement de Solvabilité 2. Ceci se traduit par une réécriture, parfois assez profonde, des chapitres 13 à 16. Une illustration symbolique de cela se trouve dans le chapitre 14, partie B, qui contient une photographie, actuariellement impertinente, de la « pieuvre ». En présentant les risques par des rectangles dont la superficie est

proportionnelle à leur importance, les auteurs veulent faire (re)prendre conscience aux actuaires que les risques financiers sont prépondérants et que, par conséquent, le principal risque d'une société d'assurance vie est de faire de mauvais placements.

Le caractère voyant de Solvabilité 2 ne doit pas masquer que d'autres évolutions impactent le secteur : par exemple, l'actuaire contemporain doit pouvoir justifier et convaincre du bien-fondé de son tarif auprès des consommateurs et, sur ce sujet, on lira avec intérêt le résumé du rôle de la convention AERAS.

Recenser de manière méthodique tous les risques auxquels est soumis l'organisme assureur, puis procéder à leur mesure, d'abord isolément puis en intégrant les effets des dépendances entre eux, enfin les présenter dans un bilan économique bien ordonné. N'est-ce pas le menu du livre depuis son origine ? N'est-ce pas la recette écrite par Pierre Petauton dès la 1^{re} édition ? Cette 5^e édition n'est que le prolongement naturel de la grande histoire de l'actuariat vie « à la française » écrite par son illustre fondateur. Enfin, n'oublions pas de constater que, comme toute bonne tradition, elle se doit d'évoluer un peu : au cas particulier, il faudra désormais s'habituer à faire référence au « Petauton Fromenteau ».

David DUBOIS

Président de l'Institut des actuaires

Introduction

La 4^e édition annonçait que « des réformes essentielles sont en voie de modifier le cadre réglementaire de l'assurance ». C'est ainsi que la directive européenne Solvabilité 2 est entrée officiellement en vigueur le 1^{er} janvier 2016. Toutefois, force est de constater qu'une dizaine d'années de gestation ont fait naître un bébé un peu fragile, de sorte qu'un long chemin est à prévoir avant d'obtenir une situation stabilisée pouvant s'immerger avec sérénité dans les traditions techniques et culturelles de la profession. Par exemple, un consensus semble se former pour constater que les risques les plus longs, en pratique les rentes, devraient être gérés sous couvert de normes de solvabilité spécifiques à construire.

Ces réformes ont aussi pour conséquences « collatérales » d'augmenter considérablement la masse de calculs à réaliser pour mesurer les risques de manière standardisée, et de consolider un agrément par le régulateur d'un mode de gouvernance spécifié avec une précision très nettement supérieure à l'existant.

L'environnement financier de l'assurance vie est depuis quelques années profondément différent de la situation antérieure qui avait porté le développement considérable du secteur. Après avoir surmonté la crise financière de 2008, les assureurs doivent maintenant s'adapter à la baisse des taux d'intérêt observée sur les marchés obligataires et voulue par les banques centrales. Cette situation, dans la mesure où

elle est réalisée dans des conditions hors marché, devrait être transitoire, sans toutefois qu'il soit possible d'en prédire avec précision le terme.

Face à ces changements, tant réglementaires que financiers, l'actuaire prend une place croissante dans la gouvernance des organismes d'assurance. Au-delà des calculs traditionnels de tarification par application d'une réglementation prudentielle, il endosse maintenant, *via* la fonction actuarielle créée par la directive, la responsabilité d'une validation des calculs du bilan prudentiel et des capitaux requis par le régulateur. Il devra donc, dans une logique d'intermédiation pédagogique, expliquer ces calculs et justifier les résultats qui sont d'autant moins lisibles qu'ils ne sont en pratique pas reconstituables par un observateur extérieur. Il lui faudra aussi participer à l'élaboration des ajustements ultérieurs attendus, qui devraient constituer des détails au regard de l'impulsion initiale mais, comme dit le proverbe, le diable est parfois dans les détails.

Une grande partie des évaluations de risques faites par les actuaires sont retracées dans les comptes. Il était traditionnel d'affirmer que la lecture des comptes d'un assureur ne permettait que très difficilement à un observateur non initié de se forger une opinion fiable sur sa situation financière « réelle ». C'est sur ce constat que les réformes avaient comme objectifs initiaux d'améliorer la lisibilité des comptes et leur comparabilité entre assureurs. Si des progrès sont réels sur la comparabilité, la multiplication des normes a plutôt pour conséquence de détériorer le degré de compréhension de l'observateur extérieur. En effet, en plus de la comptabilité « classique » qui subsiste à l'identique avec des provisions calculées sous les hypothèses prudentes du tarif sont venus s'ajouter le bilan prudentiel européen de Solvabilité 2, le mode de comptabilisation international IFRS à destination des marchés boursiers, et sans parler des calculs dits MCEV élaborés par les bancassureurs pour valoriser leurs portefeuilles d'assurance. Face à cette multiplication de photographies faites sous des angles différents d'une même réalité économique, il est souhaitable que les actuaires œuvrent activement pour rapprocher et simplifier ces différentes normes. Pour ce faire, ils pourraient méditer les propos de Paul Valéry qui, après avoir constaté que ce qui est simple est toujours faux, observait parallèlement que ce qui ne l'est pas est inutilisable.

La présente édition garde à peu près le plan antérieur, avec une première partie consacrée aux principes les plus généraux (les fondements de l'assurance sur la vie), une deuxième partie d'application de ces principes aux évaluations actuarielles (calcul des engagements voyageurs et tarification), et enfin ce qui constitue le cœur du métier de l'actuaire, la tarification, les évaluations de provisions et de valeurs de portefeuilles de contrats. Deux chapitres traitent distinctement des provisions avec d'une part, les provisions sous les hypothèses du tarif qui servent à calculer les valeurs de rachat et les participations aux bénéfices et, d'autre part, les provisions du bilan prudentiel qui, dans une vision plus « économique », permettent de calculer des capitaux requis pour respecter les normes de solvabilité. L'ouvrage se termine par un chapitre consacré à la retraite.

Cette nouvelle édition comporte, comme les précédentes, des exercices, avec leur correction en fin de chapitre. Notre conviction est que ces débuts de pratiques constituent un moyen essentiel d'assimilation des notions actuarielles, et cela est une illustration d'une méthode pédagogique qu'un proverbe chinois énonce de la façon suivante :

«J'entends et j'oublie ; je vois et je me souviens ; je fais, alors je comprends.»

我听见我忘记；我看见我记住；我做我了解。

Partie

1

Les conditions de fonctionnement de l'assurance vie	Chapitre 1
Les probabilités viagères fondamentales	Chapitre 2
Probabilités viagères et observations	Chapitre 3
Tables de mortalité (compléments)	Chapitre 4
Probabilités viagères définies sur des groupes de têtes	Chapitre 5

Les fondements de l'assurance sur la vie

Chapitre

1

Les conditions de fonctionnement de l'assurance vie

SOMMAIRE

-
- SECTION 1** Les opérations viagères
 - SECTION 2** Le contrat d'assurance vie
 - SECTION 3** Analyse actuarielle d'un contrat
 - SECTION 4** Les conditions de la gestion du contrat d'assurance
 - SECTION 5** Les comptes de l'assureur
 - SECTION 6** La prime
 - SECTION 7** Principes de calcul des primes pures
 - SECTION 8** Prime pure et probabilité

La France contemporaine connaît une multiplicité de systèmes financiers dont le fonctionnement dépend de la durée de la vie humaine : le régime d'assurance vieillesse de la Sécurité sociale, les régimes de retraites complémentaires nés en 1947, les sociétés mutualistes, la Caisse nationale de prévoyance, organisme public dépendant de la Caisse des dépôts et consignations, les entreprises d'assurances sur la vie, les associations tontinières, etc. Leurs activités sont régies par des réglementations et des principes de fonctionnement assez différents mais leur caractéristique commune qui est l'intervention de la longévité des hommes, et qui permet de les qualifier d'*opérations viagères*, implique l'usage de connaissances techniques communes.

Ce cours est consacré principalement à l'étude des opérations pratiquées par les entreprises d'assurances sur la vie et les mutuelles.

Section 1 LES OPÉRATIONS VIAGÈRES

Tout d'abord, les conditions juridiques des rapports entre les assurés, ayants droit, bénéficiaires d'une part, et les organismes servant des prestations d'autre part, sont, pour ce qui concerne les sociétés d'assurances et les mutuelles, définies dans des contrats signés par les deux parties et répondant aux exigences d'une législation spécifique incluse dans le Code des assurances ou le Code de la mutualité, alors que pour d'autres organismes les conditions résultent d'une adhésion obligatoire ou facultative à un règlement que l'adhérent accepte parfois implicitement.

Le contrat d'assurance comporte des engagements *irrévocables* de l'assureur : il s'agit d'une *garantie*. Au contraire une institution de retraites complémentaires pourrait en théorie modifier unilatéralement la valeur des droits des adhérents.

Les obligations imposées aux sociétés d'assurances ou aux mutuelles par la Loi, et dont le respect est vérifié par un corps de fonctionnaires particulier, s'appliquent aux assurés mis en cause dans les contrats existants et ces garanties doivent rester en vigueur même si l'organisme assureur ne recrute plus de nouveaux contractants. L'assureur doit donc être en mesure de satisfaire à ses engagements vis-à-vis de groupes que l'on qualifie de *fermés*. D'autre part il faut noter que ces garanties sont habituellement libellées en euros et qu'en aucun cas elles ne peuvent être indexées sur un indice général tel que celui des prix à la consommation. Le système financier qui permet de satisfaire à ces exigences, et que nous décrirons par la suite, est celui de la *capitalisation*.

Dans certains organismes les prestations peuvent être indexées et la garantie financière de pérennité vient directement ou indirectement de l'État.

Les Institutions de retraites complémentaires n'ont pas de prestations garanties et leur fonctionnement satisfaisant repose sur des hypothèses de recrutement indéfini d'adhérents nouveaux. Elles raisonnent sur des *groupes ouverts* et utilisent la technique de la *répartition*.

La répartition pure consiste à établir dans le courant d'un exercice annuel l'égalité :

$$\text{Dépenses de l'année (prestations + frais)} = \text{cotisations}$$

Lorsque les prestations sont définies (par exemple la pension de retraite est un pourcentage déterminé du dernier salaire d'activité), les cotisations s'en déduisent et elles sont donc variables.

Lorsque les *cotisations sont définies* (par exemple en pourcentage du salaire du cotisant), les prestations maximales vont s'en déduire ; elles seront variables.

Section 2 **LE CONTRAT D'ASSURANCE VIE**

Il s'agit d'un accord financier passé entre :

1. un organisme d'assurances (*l'assureur*) qui prend un engagement irrévocable de verser des prestations monétaires en fonction de la réalisation d'événements aléatoires (aux termes de l'article L 310-1 du Code des assurances et de l'article L 111-1 du Code de la mutualité, ils dépendent de la durée de la vie humaine) ;
- et
2. un souscripteur prenant l'engagement révoicable de verser à dates convenues des primes ou cotisations en fonction de la réalisation d'événements aléatoires viagers.

La ou les personnes déterminant les événements viagers (survie ou décès) ont la qualification d'assuré. Les personnes destinataires des versements de l'assureur sont dites bénéficiaires.

1 Dénominations des prestations de l'assureur

- *Sinistres* pour les versements de capitaux en cas de décès.
- *Échéances* pour des capitaux versés en cas de survie à une échéance déterminée.
- *Arrérages* pour des versements périodiques servis à des rentiers ou retraités.
- *Rachats* pour les sommes payées en guise de « solde de tout compte » à un souscripteur qui révoque son engagement.

2 Versements du souscripteur

On parle de prime ou cotisation unique pour le seul versement fait à la souscription.

Lorsque le souscripteur fait plusieurs versements, c'est habituellement sous forme de primes ou cotisations périodiques (annuelles, semestrielles, trimestrielles ou mensuelles), toujours versées d'avance, c'est-à-dire en début de période.

Nous utiliserons par la suite le terme prime, de préférence à celui de cotisation.

EXEMPLE – 1

La compagnie La Protection propose des contrats d'assurances mixtes à primes semestrielles constantes, pour lesquelles le capital assuré est versé, soit aux bénéficiaires désignés en cas de décès de l'assuré pendant la période de garantie, soit au terme de cette période à l'assuré s'il est encore vivant (conditions générales).

Le souscripteur, M. Prudent, accepte les conditions particulières suivantes :

Assuré : M. Prudent, né le 29 février 1963

Date d'effet de la garantie : le 1^{er} avril 2003

Durée du contrat : 20 ans à compter de la date d'effet

Capital assuré : 45 000 €

Bénéficiaire en cas de décès : son épouse, et à défaut sa fille

Prime semestrielle : 1 037 €, payables d'avance, tant que l'assuré survit, au plus tard jusqu'en octobre 2022.

EXEMPLE – 2

Dans l'assurance « terme fixe » l'assureur promet de verser un certain capital à une échéance déterminée que l'assuré soit vivant ou décédé à cette date. Son engagement est donc certain.

Le caractère aléatoire du contrat n'apparaît que dans l'engagement de l'assuré : en effet celui-ci ne verse des primes que tant qu'il est vivant. Il est ainsi exclu, si l'on veut que l'aspect fondamental du contrat d'assurances soit conservé, que l'assuré acquière au comptant la garantie de l'assureur par versement d'une *prime unique* à la souscription.

Observons sur ces deux cas une particularité très courante des contrats d'assurances sur la vie : c'est leur durée exceptionnellement longue pour une opération financière. Comme d'autre part l'assureur reçoit au moment de la souscription un versement de prime, alors qu'il ne servira des prestations que très longtemps après, il est naturel que le revenu des fonds qu'il perçoit soit pris en compte dans l'équilibre de ses opérations. La notion de taux d'intérêt y est fondamentale alors qu'elle n'intervient pas dans d'autres opérations d'assurances qui se dénouent dans le courant d'une année.

Section 3

ANALYSE ACTUARIELLE D'UN CONTRAT

Le contrat définit séparément pour l'assureur et pour le contractant le montant des capitaux à verser dans certaines circonstances bien définies et délimitées.

Dans le premier exemple on ne s'attache ainsi qu'à la situation de survie de M. Prudent entre le 1^{er} avril 2003 et le 1^{er} avril 2023. Peu importe, pour l'application des clauses du contrat, de savoir par exemple si la fille de l'assuré est mariée, ou dans l'hypothèse du décès quelle est la cause de la mort, ou encore ce que sera la durée de survie de M. Prudent après le 1^{er} avril 2023.

1. La nature des circonstances à examiner constituera une catégorie d'épreuves Ω .

Une circonstance de paiement est un événement assuré :

$$E \in \Omega$$

2. Ces événements doivent être incompatibles ou disjoints de manière à ce qu'il n'y ait pas d'ambiguïté sur les paiements à effectuer. Ceci s'exprimera pour 2 événements E et F par l'écriture $E \cap F = \emptyset$ (la simultanéité de E et F est impossible).

3. Il est nécessaire que toutes les circonstances soient prévues. Donc si $E \in \Omega$ il faut que (non E) ou $\bar{E} \in \Omega$.

4. À partir de la connaissance précise des événements E composant Ω on définira les paiements et leurs dates T comme des nombres réels positifs (ils appartiennent à R^+) dépendant de E . Ce sont des variables aléatoires.

On notera ces applications $X_{(E)} : \Omega \rightarrow R^+$

$$T_{(E)} : \Omega \rightarrow R^+$$

REMARQUE

On peut définir sur la catégorie d'épreuves Ω d'autres variables aléatoires que les prestations de l'assureur ou de l'assuré ou des dates de paiement.

Par exemple, l'indicateur 1_E d'un événement E sera :

- le nombre 1 si E se réalise,
- le nombre 0 si E n'est pas réalisé ou encore si \bar{E} se réalise.

Section 4

LES CONDITIONS DE LA GESTION DU CONTRAT D'ASSURANCE

Dans la définition que nous avons retenue pour le contrat d'assurance, il faut particulièrement noter que l'assureur est un organisme (entreprise ou mutuelle).

Ceci implique 3 conditions.

1. L'assureur ne gère pas un contrat mais une *mutualité*.
2. Il s'intéresse à son compte d'exploitation et à son bilan et seul le résultat global de la masse des contrats en portefeuille lui importe (les bénéfiques ou pertes des contrats composants peuvent se *compenser*).
3. Indépendamment des dépenses correspondant aux engagements des contrats, l'assureur doit faire face à des frais généraux, à des dépenses de commercialisation et il entend dégager un excédent.

Tout ceci fait que l'assurance se distingue fondamentalement d'un simple pari qui mettrait face à face 2 individus. L'entrepreneur d'assurances prend des risques calculés avec la quasi-certitude d'être gagnant et en raison de l'importance sociale de ses opérations la loi lui donne l'obligation de respecter ses engagements.

Par ailleurs, ce que nous avons dit à propos du caractère aléatoire des engagements constitue une condition nécessaire mais non pas suffisante de l'assurance. Ce caractère doit être vérifié non seulement au niveau du contrat isolé mais également au niveau de la gestion globale. Voici 2 exemples d'opérations qui à première vue pourraient être assimilées à de l'assurance et qui, lorsqu'on tient compte du fait qu'elles sont pratiquées par une entreprise, doivent être exclues de ce cadre.

1 Les opérations de capitalisation

Dans un contrat de capitalisation moyennant le versement d'une ou plusieurs primes, le porteur de titres reçoit de la part d'une société la promesse du versement du nominal au plus tard à une échéance prédéterminée et éventuellement de façon anticipée lors d'un tirage au sort mensuel. Ainsi le titulaire du contrat n'est pas sûr à l'avance du nombre de primes qu'il aura à payer ni de la date à laquelle son titre sera payé.

En réalité, la société n'encourt aucun risque. En effet, chaque mois sur l'ensemble des contrats qui ont été émis ensemble, soit par exemple 10 000, il en est tiré au sort mettons 4 qui feront l'objet d'un paiement anticipé. Pour un titre déterminé, on ne peut rien prévoir mais pour l'ensemble des contrats la société est à l'avance sûre du montant global de ses versements en fin de mois (elle a fixé la règle du jeu) et cela seul lui importe.

2 Les opérations tontinières

Le système de la « Tontine », du nom de son créateur italien Tonti, est à l'origine de l'assurance sur la vie. Il en a certains caractères mais pour être complètement de l'assurance il lui manque l'aléa à la charge de l'assureur.

Prenons l'exemple d'une des opérations de base d'une tontine. À une date donnée est ouverte au public une *association de survie* ; elle est définitivement constituée lorsqu'au 31 décembre de l'année elle comprend un certain nombre de membres qui vont s'engager à effectuer des versements périodiques pendant une durée déterminée et tant qu'ils seront vivants. À l'issue de cette période l'avoir de l'association qui dépend donc du nombre aléatoire de versements effectués par chaque membre et des conditions de placement est partagé entre les survivants. La tontine ne distribue donc que ce qu'elle a et ne peut pas réaliser de bénéfices ou subir des pertes du fait de ses engagements. Par contre les modalités du partage, si on désire qu'il soit équitable, dépendent de calculs actuariels.

Section 5 LES COMPTES DE L'ASSUREUR

Les nouvelles normes comptables IFRS sont en voie de généralisation ; elles sont déjà obligatoires pour les sociétés cotées. La directive « Solvency II » est entrée en application en 2016.

Parallèlement, le plan comptable réglementaire depuis 1995 conduit aux schémas qui suivent. Les nouvelles normes apportent essentiellement des modifications dans l'évaluation, mais les structures de comptes restent à peu près les mêmes.

Tableau 1.1 – Bilan au 31/12/N (en millions d'euros)

Actif		Passif	
Placements ¹	715	Capitaux propres et passifs subordonnés ³ = T - PR	35
Part des réassureurs dans les provisions techniques	17	a) Provisions techniques (dont provisions mathématiques ²)	707
Créances	15	b) Dettes	31
Actifs incorporels et autres actifs	8	c) provisions pour risques et charges	2
Comptes de régularisation et différences de conversion	20	Passif réel (PR) = a) + b) + c)	740
Total (T)	775	Total (T)	775

1. C'est grosso modo la contrepartie des provisions techniques inscrites au passif.
2. C'est le poste principal ; la plus grosse part est celle des provisions mathématiques qui résulte de calculs et représente l'évaluation de la dette probable actualisée de l'assureur envers la mutualité des assurés et porteurs de contrats.
3. L'excédent d'actif qui peut résulter en partie d'une souscription de capital dans les sociétés anonymes, et quelquefois d'emprunts dans les sociétés mutuelles, représente un droit éventuel des bailleurs de fonds (actionnaires ou prêteurs) que l'on qualifie de subordonné, car il passe après les dettes envers les assurés et bénéficiaires de contrats (provisions techniques) ou d'autres créanciers protégés (personnel, organismes sociaux, fisc).

La situation d'une entreprise (ses avoirs et ses dettes) est, à un instant donné, décrite par son bilan. Celui d'un organisme d'assurance sur la vie, tel que dans l'exemple suivant, a des caractéristiques singulières.

Le résultat de l'année écoulée (*l'exercice*) résulte pour l'essentiel d'un compte de résultat technique, simplifié ci-après (les rubriques figurent en annexe 1) :

Tableau 1.2 – Compte de résultat technique de l'exercice N (en millions d'euros)

Charges		Ressources	
Charge des prestations	56	Primes	88
Charge des provisions techniques ¹	6	Résultat financier du compte technique ⁴)	7
Participation aux résultats ²	24	Autres produits techniques	1
Frais d'acquisition et d'administration ³	8	Charges incombant aux réassureurs	4
Autres charges techniques	1	Total des ressources	100
Primes cédées aux réassureurs	4		
Total des charges	99	Résultat technique (créditeur) = ressources – charges	1

1. C'est l'augmentation des provisions techniques au cours de l'exercice.

2. Il s'agit de sommes dues aux assurés, distribuées ou mises en provisions.

3. Ce sont des frais généraux ou des commissions versées à des intermédiaires.

4. Partant d'une décomposition de l'actif rémunérateur en une part essentielle représentative des provisions techniques et un solde réputé libre, on affecte ici les seuls résultats financiers de la première part.

Le résultat de l'exercice (bénéfice ou perte) est issu du résultat technique, auquel on ajoute le résultat financier du compte non technique, et dont on déduit l'impôt sur les sociétés et la participation éventuelle des salariés aux bénéficiaires. Il est consacré, lorsque c'est un bénéfice, pour partie dans les sociétés anonymes au versement d'un dividende aux actionnaires et pour le surplus à une dotation aux capitaux propres. Lorsqu'il s'agit d'une perte, elle s'impute sur les capitaux propres.

Les indications succinctes qui viennent d'être données peuvent être complétées par la lecture de l'ouvrage donné en référence [4].

Section 6 LA PRIME

On adoptera les notations suivantes en ce qui concerne la prime commerciale (ou brute) :

– I'' versement *unique*,

– P'' pour une prime annuelle constante.

1 La prime pure

C'est la partie de la prime permettant de faire face aux prestations, dans l'hypothèse d'un coût de gestion nul, (II pour un versement unique ou P pour une prime annuelle).

Elle ne dépend donc pas des conditions de gestion administrative et commerciale, mais uniquement des garanties, des caractéristiques du risque viager et des conditions de la gestion financière.

Dans la pratique réglementaire française, la plupart du temps, pour une garantie donnée et des assurés déterminés, elle est indépendante de l'assureur.

2 Les chargements

Ce sont les éléments de la prime destinée à la compensation des dépenses de gestion et de commercialisation.

$$\text{On a : Prime commerciale} = \text{Prime pure} + \text{Chargements} \\ + (\text{marge bénéficiaire})$$

En France on n'explicité pas la marge bénéficiaire ; elle résulte implicitement des précautions de calcul.

Nous parlerons également, et nous préciserons plus tard cette notion, de la prime d'inventaire P' ou II' qui est la somme de la prime pure et de certains chargements.

Section 7

PRINCIPES DE CALCUL DES PRIMES PURES

La prime pure notée P ou II est le coût de la couverture du risque, abstraction faite des dépenses de gestion et de commercialisation, et sans marge bénéficiaire certaine.

Pendant longtemps, en France, le principe qui a prévalu est qu'elle était totalement indépendante de l'assureur pour une garantie donnée, ce qui légitimait l'existence de tarifs dits réglementaires parce que résultant de l'application d'arrêtés du Ministère des Finances.

En assurance sur la vie, comme dans les autres branches d'assurances, les différences de prix ne se situent pas uniquement au niveau des coûts de gestion et de commercialisation. Tout d'abord l'assureur vie n'est pas forcé d'accepter tous les risques et il peut exercer une sélection plus ou moins sévère. En outre, et cela est particulièrement important en assurance sur la vie, les assureurs n'obtiennent pas tous les mêmes résultats de leur gestion financière.